

R. BIBL NAZ VIII. CHICAGO III.

13/19/12



Ads. Villarosa. C. 151

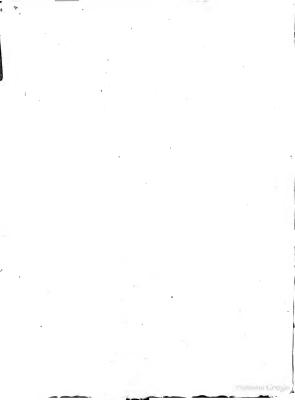
R. BIBL NAZ.
VII. LIMINI UI.
RACCOLTA
VILLAROSA

0
1
5

13/19/12

Pace Villarosa C. 151

no meru, Google



## DELL'ORIGINE, PROGRESSI E STATO ATTUALE

DI OGNI

# LETTERATURA

DI GIOVANNI ANDRES

TOMO QUARTO



ROMA

M. DCCC. XII.
PRESSO CARLO MORDACCHINI

## INDICE DE CAPITOLI

DEL TOMO QUARTO

7	- 1	21 Dei Romani.	28
ntroduzione . pag.	1	22 Dei Latini dei tempi	
Pregio della storia		bassi .	29·
delle Scienze naturali.	ivi	23 Boezio.	AVE
2 Delle antiche nazioni .	. 3	24 San Gregorio falsa-	
2 Dei Greci.		mente creduto per-	
Dei Romani	5	secutore dei mate-	
5 Dei bassi tempi.	13	matici.	30 .
6 Degli Arabi	ivi	25 Beda	ivi
7 Dei moderni.	. 14	26 Influenza degli Arabi	
		nelle matematiche.	31
CAP. I.	- 1	27 Degli Spagnuoli.	3 r
Delle Matematiche in		28 Degli Inglesi	ivi -
generale.	16	20 Dei Tedeschi.	32
8 Preminenza delle ma-		30 Degli Italiani .	
tematiche .	· ivi	31 Campano di Novara .	33 ivi
. o Degli Antidiluviani .		32 Leonardo di Pisa.	34
10 Degli Atlantidi	17	33 Ristoramento delle	-
11 Degli Indiani.	ivi	matematiche.	ivi
12 Dei Cinesi	20	34 Avanzamenti delle	
13 Dei Caldei.	21	moderne matema-	100
14 Vero principio delle	~ .	tiche.	3.5
. matematiche.	.ivi		2.2
Is Talete.		CAP. II.	
16 I pitagorici .	22 ivi	Dell' Aritmetica .	37
17 Avanzamento delle		35 Origine dell' aritme-	51
matematiche greche	ivi	tica .	ìvi
18 Matematica degli	-	36 Aritmetica di Pita-	
Arabi	èe "	gora.	38
19 Degli Europei .	25 IVI	37 Tetratti pitagorica .	39
20 Dei Greci dei tempi		38 Abaco pitagorico.	40
bassi .	- 26	* 2	• • •

80 Altri algebristi del		114 Clairaut:	ìvi
secolo XVI.	02	115 Alembert.	117
90 Vieta	92 93	116 Eulero .	IVI
91 Scoperte diverse su i		117 Boscovich	110
segni algebraici.	94	118 Frisio.	120
92 Arriot.	9.5	119 Riccati .	ivi
93 Altri algebristri.	96	120 La Grange.	ivi
94 Illustratori dell' Al-		121 La Place.	122
gebra di Diofanto .	ixi	122 Bezout	ivi
95 Bachet di Meziriac .	97 ivi	123 Cousin .	ivi
96 Fermat.	ivi	124 Condorcet .	ivi
97 Frenicle .	98 ivi	125 Lacroix .	123 ivi
08 Cartesio	_ivi	126 Arbogast.	ivi
99 Applicazione dell'al-		CAP. IV.	
gebra alla geome-			
tria.	100	Della Geometria.	125
100 Wallis.	102	127 Origine della geo-	
101 Newton	ivi	metria.	ivi
102 Leibnitz.	103	128 Principio della geo-	-
103 Calcolo infinitesima-		metria dei Greci	126
le.	îvi	129 Talete .	ivi
calcolo infinitesima		130 Pitagora.	127
le .	106	geometria .	128
105 Opposizioni fatte al	100	132 Quadratura del cir-	120
calcolo infinitesima		colo.	ivi
le.	ivi	133 Duplicazione del cu-	ш
106 Serie infinite.	ш	bo.	129
107 Calcolo della pro-		134 Sezioni coniche.	130
babilità.	112	135 Luoghi geometrici.	131
108 Nuovi progressi dell'		136 Analisi geometrica.	132
algebra nell' Inghil-	- 1	137 Trisezione dell'ango-	-5-
terra .	114	10.	ivi
100 Nella Francia.	ivi	138 Scuola alessandri-	
10 Nella Germania	115	na.	133
III Nell' Italia.	115 ivi	139 Euclide .	133 ivi
112 Riccati, e Fagnani.	ivi	140 Eratostene .	135
113 Nuova rivoluzione		141 Archimede .	136
dell' algebra .	116	142 Apollonio .	138
		* 0	

¥4			
143 Geometria dei Ro-		176 Altri geometri.	169
mani.	142	177 Scuola di Giovanni	
144 Geometria degli Ara-		Bernoulli.	ivi
bi .	ivi	178 Clairaut .	
145 Arabi geometri.	143	179 Daniele Bernoulli .	170 1VI
r 15 Hassen .	143 IVI	180 Alembert	ivi
147 Abu Giafar .	ivi	181 Eulero.	171
148 Thabit ben Corrah	ivi ivi	182 Conservazione del	-1-
149 Alkindi .	ivi	gusto dell' antica	
150 Altri geometri arabi.	144	geometria .	173
151 Rinascimento della	- 11	183 Geometria descritti-	-13
geometria.	145	va del Monge.	ivi
152 Purbach.	IVI	184 Lacroix.	174
153 Regiomontano.	ívi	185 Inglesi illustratori de-	-11
154 Alcuni moderni geo-		gli antichi geome-	
metri.	146	Iri.	ivi
155 Clavio.	147	186 Geometria Italiana.	175
156 Vieta.	IVI	187 Guido Grandi.	ivi
357 Luca Valerio.	ivi	188 Boscovich.	ivi
158 Galileo.	148	189 Cagnoli,	176
150 Keplero .	140	190 Mascheroni .	ivi
160 Guldino .	140	191 Torelli .	171
161 Cavalieri.	151	CAP. V.	
162 Torricelli.	1.53		
163 Roberval.	154	Della Meccanica.	178
164 Cartesio .	157	192 Origine della Mec-	
165 Fermat .	158	canica.	ivi
166 Gregorio di San Vin-		103 Greci meccanici.	170 180
cenzo .	160	194 Archimede.	180
167 Ugenio .	162	195 Altri Greci.	101
168 Wallis	163	196 Pappo.	182
160 Barow.	164	197 Romani .	183
170 Gregory .	ivi	198 Greci e Latini poste-	
17 t Newton .	165	riori .	184
172 Leibnitz .	167	100 Guid' Ubaldo .	ivi
173 I Bernoulli.	ivi	200 Stevin .	185
174 L'Hôpital	ivi	201 Galileo	IVI
175 Vantaggi della nuo-		202 Baliani , Riccioli ,	
va geometria.	168	Grimaldi, ed altri.	188

			VH.
203 Torricelli .	ivi	235 Pascal.	ivi
204 Borelli .	180	236 Mariotte .	ivi
205 Francesi meccanici.	ivi	237 Altri Italiani .	223
206 Roberval.	ivi	238 Montanari .	ivi
207 Cartesio .	ivi	239 Cassini .	ivi
208 Wallis.	191	240 Guglielmini .	ivi
200 Wren .	ivi	241 Newton .	225
210 Ugenio .	ivi	242 Altri geometri idro-	_
211 Newton.	197	statici .	227
212 Altri geometri illu-	-	243 Daniele Bernoulli .	IVI
stratori della mec-		244 Maclaurin	228
canica.	201	245 Giovanni Bernoulli .	ivi
213 Leibnitz.	202	246 Figura della terra	
214 Questione delle for-		determinata per le	
ze vive da lui pro-		leggi dell'idrostati-	
mossa .	203	ca.	229
216 Proposta di proble-	_	247 Claireut.	230
mi meccanici.	205 ivi	248 Alembert.	ivi
217 Varignon .	ivi	249 Juan .	231
218 Amontons.	ivi	250 La Grange .	ivi
219 Erman .	206	251 Altri idrostatici più	
220 Daniele Bernoulli .	11/1	prattici.	232
221 Eulero .	ivi	252 Bossut.	233
222 Francesi meccanici.	210	253 Prony.	234
223 Clairaut.	ivi	254 Lecchi. 255 Ximenez.	234 IVI
224 Alembert.	211	255 Ximenez.	235
225 Prony.	214	256 Re.	236
CAP. VI.		CAP. VII.	
Dell' Idrostavica .	217	Della Nautica .	238
226 Origine dell' idrosta-	_	257 Origine della nautica.	ivi
tica.	ivi	258 Arabi primi scritto-	
227 Archimede.	ivi _ivi	ri di nautica.	240
228 Altri Greci e Latini.	218	259 Portoghesi primi pro-	•
220 Arabi.	ivi	motori della nauti-	
230 Stevin .	ivi	ca.	241
231 Galileo .	219	260 Applicazione della tri-	
232 Castelli.	220	gonometria alla nau-	
233 Torricelli.	ivi	tica.	ivi
234 I Francesi .	222		

XIII			
261 Problema delle lon-		284 Diversità de' modi.	259
gitudini .	242	285 Scrittori della mu-	-39
262 La bussola.	243	Sica .	ivi
263 Matematici illustrato-	*43	236 Loro merito.	261
ri del maneggio del-	_	287 Scienza acustica de	
la nave .	245	Greci.	262
264 Pardies .	ivi	288 Merito della loro mu-	22.0
265 Renau.	246	sica.	263
266 Ugenio .	ivi	289 Effetti della musica	20,1
267 Giacomo , e Gio-		greca.	264
vanni Bernoulli .	ivi	200 Musica de'Romani.	265
268 Hoste		201 Degli Arabi .	ivi
260 Altri scrittori di nau-	247	202 Musica della Chiesa.	266
tica.	248	203 Guidone aretino .	267
270 Bouguer .		294 Francone, e Giovan-	207
271 Eulero .	249 ivi	ni de Muris.	268
272 Juan .	250	295 Filippo di Vitrì .	ivi
273 Ciscar.		206 Introduzione della	
	251	musica nella poesia	
CAP. VIII.		volgare	269
Dell' Acustica .	253	297 Pubbliche scuole di	209
274 La musica riposta		musica.	271
fra le scienze ma-		298 Ristoramento della	
tematiche.	ivi	musica .	272
275 Origine della musi-		200 Scrittori di musica.	273
Ca	ivi	300 Zerlino .	274 1V1
276 Pitagora . 277 Osservazione del suo-	254	301 Salinas.	11/1
277 Osservazione del suo-		302 Galileo .	275
no attribuito a Pi-		303 Cartesio.	277
tagora.	ivi	304 Newton.	ivi
278 Altre simili osserva-		305 Giovanni Bernoulli .	278
zioni .	255	306 Sauveur.	279
279 Diverse sette de'Gre-		307 Taylor.	28 I
ci.	256	308 Alembert .	282
280 Pitagorica.	ivi	300 Eulero .	ivi
281 Aristossenica.	257	310 Daniele Bernoulli .	283
282 Tolemmaica.	258	311 La Grange.	284
283 Diversità di tetra-		312 Giordano Riccati.	285
cordi , e di scale		313 Mairan.	285 286
lovo	1.1	<u> </u>	

1.15	Eufero .	· ivi	343	Divini , e Campani .	304
315	Rameau .	287.	344	Ugenio .	ivi
316	Alembert .	, ivi	345	Hook.	305
217	Tartini.	īvi	346	Miglioramenti de'mi-	
818	Sacchi.	283		croscopj.	IVF
015	Eximeno.	ivi	347	Grimaldi .	306
20	Requeno.	289	348	Cavalieri	ivi
4	CAP. IX.	400	349	Barow .	IVI
	CAF. IA.	40.3	350	Newton:	307
Dell	Ottica.	290	35r	Telescopi neveronia-	-01
328	Primi scrittori dell'	571		ni.	308
100	ottica.	101	352	Pretensioni di varj	1
322	Passo d'Aristofane	201	79.30	all'invenzione de'	
323	Specchio ustorio di	27-1	100	telescopi catottrici .	300
	Archimede.	292	-3.53	Specchi ustori	310
124	Seneça'.	293	354	Tschirnausen .	ivi
325	Tolemmeo	ivi	355	Buffon.	31E
326	Arabi scrittori d'ot-	100	356	Telescopi acromati-	
	tica .	294	135	ci.	312
327	Alhazen.	IVI	357	Eulero	171
128	Vitellione .	LVI		Dolland	IVI
120	Ruggiero Bacone .	IVL		Elingenstierna .	ivi
30	Invenzione degli oc-	500		Boscovich.	314
1	chiali.	205-		Jeauraut.	316
	Maurolico .	206		Rochon .	317
332	Porta.	IVL	363	Studio sul migliora-	100
33	Guidobaldo - '	297°		mento del fliniglass.	ivi
334	Keplero.	171		Macquer.	EVI
35	Invenzione de tele-		365	Herschel .	319
	scopi . *	ivi		Fotometria.	IVI
336	Galileo .	298	367	Bouquer.	320
37	Keplero.	IVI		Lambert .	324
38	Scheinero	299	.369	Herschel	1VI
330	Invenzione de' mi-	- 1 "		CAP. X.	alii.
	croscopj	300		and the second second	
340	Cartesio.	302		Astronomia .	324
341	Gregory .	303	370	Antichità dell'astro-	Town.
42	Telescopi gregoria-		00	nomia .	IVI
	ni.	ivi	371	Astronomia indiana.	325

ivi

turno.

				***	-40
437	Della terra.	ivi	447 Monnier	6.	393
438	Irregolarità secolari de' pianeti .	388°	448 Pingre		ivi
439	Ritorno delle come-	200	450 Sejour.		ivi.
	te .	ivi	451 Altri astronomi.		ivi
440	Precessione degli equi-		452 De la Lande.		394
11	nozi.	380	453 Bailly		WI
AAI	Nutazione dell' asse,	-	454 Maschelyne		395 ivi
-11	della terra.	ivi	455 La Grange .		
442	Flusso e riflusso del	-	456 Delambre .		ivi
44.	mare .	ivi	457 Piazzi .		īvi
112	Osservazioni del pas-	- 1	458 Zach , e altri astro	. 4(	
143	saggio di Venere	200	nomi,		306
	sul disco solare.	390	459 La Place.		ivi.
	Bouguer.	391	460 Herschel		397
444	I - C-III-	392	461 Conclusione		400
445	La Gaille .		401 Concinsione		700
440	Boscovich .	ivi			



## DELL' ORIGINE, DE PROGRESSI E DELLO STATO ATTUALE

### DELLE SCIENZE NATURALI

#### INTRODUZIONE

on vi ha più chiaro monumento della sublimità, e quasi direi divinità dello spirito umano, quanto il quadro, e scie la storia delle Scienze naturali. Collocato l' uomo in questo vasto teatro della natura, abbandonato alla rozzezza della materia, giacerebbe ozioso ed inerte, occupato soltanto nel soddisfare ai materiali bisogni, abbagliato dalle false rappresentanze dei sensi, senza curarsi di stendere più oltre i curiosi suoi sguardi. Lo spirito attivo e vivace levando gli occhi attorno a questa gran macchina dell'universo, non appagandosi delle immagini che i fallaci sensi gli presentano, rompendo il velo sotto cui tiensi celata la natura nelle sue operazioni, entra nel sottile ed attento esame dei più secreti ed involuti fenomeni, ed ardisce di penetrare nei più arcani misteri della natura. Piccioli luccicori nella fosca notte veduti in aria, taciti movimenti non percettibili che a replicate osservazioni lo sollevano a formare infiniti mondi, e a stabilire le leggi, su cui vien regolata tutta la macchina dell'universo.' Invano la natura nei corpi asconde fluidi sconosciuti : la sua penetrazione glieli fa discoprire, e donde meno pensavasi, sa ricavare sicura guida per dirigersi nelle difficili navigazioni, mezzi opportuni per ripararsi dalle meteore, e convenienti ajuti per sollevarsi a camminare nell'aria. Le sotterranee miniere, gl'invisibili insetti, le belve feroci, gli uccelli, i pesci, le conchiglie, le piante, Tom. IV.

Pregio della storia delle Scienze natu-

i sassi, tutti gli esseri della natura, piccioli o grandi che sieno, tutti si arrendono ai sagaci suoi sguardi, e si assoggettano alle scientifiche sue contemplazioni. Lo stesso spirito, benchè indivisibile e immateriale, si presta ad una rigorosa anatomia, e si rende a se stesso soggetto di finissime speculazioni. Iddio stesso, tuttochè tanto a lui superiore, gli si dà pure a conoscere, e si lascia, per così dire, maneggiare nelle sue filosofiche meditazioni: tutta quanta la natura creata collo stesso suo creatore è sottomessa alla contemplazione dello spirito umano, e in varie classi divisa forma le classi diverse delle scienze naturali, e dà un glorioso testimonio della sublimità e penetrazione dello spirito umano, che ha saputo sottoporla alle sottili sue teorie. Or che piacevole spettacolo non dovrà presentare la storia di queste scienze? Vedere, per così dire levarsi avanti agli occhi da piccioli fondamenti il vasto edifizio di tutte le scienze; vederne alcune nascere, e crescere in breve tempo, altre appena nate cadere in dimenticanza senza più rimettersi in piedi, se non dopo molti secoli; leggieri principi produrre rapidamente grandiose scoperte; feconde e nobili verità rimanere sterili, ed oziose per lunghi anni. Osservare altronde le nazioni asiatiche mantenere per tanti secoli i semi delle scienze, e produtte si pochi frutti: i Greci al contrario agitati da uno spirito di curiosità correre alle straniere nazioni per apprendere le loro scienze, e riportatene appena superficialissime cognizioni, colle fatiche del proprio ingegno, e colle proprie speculazioni formare perfette scienze, e farsi maestri di tutto il mondo: il resto tutto del mondo, fuor della Grecia, starsi spensierato ed ozioso, senza curarsi di promovere queste scienze, e neppure di conservarle: sorger dal fondo dell' Asia, dal mezzo dell'ignoranza e della barbarie gli Arabi, far rinascere le greche scienze, avanzarle, e trasmetterle agli Europei, che per tanti secoli le avevano neglette, e questi poi abbracciarle con tanto ardore, che

2

in brevi anni hanno loro recato maggiore ingrandimento che ricevuto non avevano in tanti secoli dagli Arabi, dai Greci, e da tutto il mondo. Queste vicende, e queste varietà deggiono formare ad un filosofo osservatore un piacevole ed istruttivo spettacolo, e queste verranno da noi brevemente abbozzate in questo e nei seguenti volumi.

Delle antiche nazioni.

Senza dare fede alle molte favole che alcuni vani rabbini, ed alcuni moderni filologi ci vogliono vendere delle recondite cognizioni di chimica, di storia naturale, e di matematica di Adamo, e dei primi nostri antenati: senza abbracciare per veri i libri di Adamo, di Abele, e di altri vetustissimi pretesi scrittori: senza riconoscere come reali le loro scuole, e le diverse lor sette filosofiche, che alcuni intemperanti scrittori pretendono di asserire, potremo pur credere che i primi uomini, dotati di fibre più delle nostre vigorose e robuste, e privi di tanti pensieri, che distraggono le nostre menti dalle scientifiche meditazioni, cercassero il loro diletto nella contemplazione della natura, la prendessero a soggetto dei loro discorsi, e ne facessero in qualche modo varie classi di scienze. Adamo, formato, per così dire, dalle mani di Dio, Adamo, che esaminando gli animali impose a ciascuno il proprio nome, sarà stato poi stupido al segno di non badare al corso del sole e della luna, alle variazioni delle stagioni, al movimento delle acque, agli effetti diversi dell'aria, dell'acqua, e del fuoco, e di passare novecento e più anni sonnacchioso ed inerte senza fare uso delle facoltà intellertuali a che Iddio sì largamente gli aveva dispensate! E fra tante migliaja dei suoi figliuoli a nessuno sarà venuto in pensiero di contemplare con qualche attenzione i fenomeni della natura , notarne gli andamenti , e formarne alcuni principi! Se vediamo ai nostri tempi un giardiniere, un contadino, un soldato, un facchino levarsi a sublimi geometri, astronomi, ottici, meccanici, perchè non vorremo pensare lo stesso di quegli uomini primitivi tanto di noi più perfetti! La lunghissima loro vita doveva render più facile lo stabilimento di tali scienze. I principj trovati da un buon ingegno potevano essere più sodamente confermati coi molti secoli di replicate esperienze, ed osservazioni del medesimo, e potevano altresì più facilmente conservarsi senza alterazione, ed accrescersi con vantaggio cogl' iterati colloqui, e col perpetuo ed interminabile convivere degli studiosi che gli abbracciavano. Se Ippocrate, ed Archimede, se Galileo, e Newton avessero goduta la lunga vita degli antidiluviani, quanto maggiori progressi non avrebbero ricevuti a quest'ora la medicina, la fisica, la geometria, la meccanica, l'ottica, l'astronomia? E in verità la coltura delle campagne, la fabbricazione delle città, lo stabilimento della vita sociale, l'invenzione delle arti, che sappiamo essere state messe in opera dagli antidiluviani, abbisognavano di molte osservazioni, di attento studio, di scientifiche cognizioni, e ci possono dare qualche non debole argomento di far comparire altamente istruiti gli uomini di quella rimota età. Le stesse opinioni dei moderni filosofi ed eruditi, che fanno ascendere ad una vetustissima antichità la coltura di alcune nazioni asiatiche accrescerebbero maggior peso alla credenza delle scienze antidiluviane, I cut avanzi, tuttoche alterati, e corrotti poterono bastare a dare nome di dotti agl'Indiani, ai Cinesi, ai Caldei, agli Egiziani, ai Persiani. Ma che giova il fantasticar vanamente con semplici congetture, e fabbricarci con istudiati ragionamenti un popolo erudito e scienziato, delle cui scientifiche cognizioni niente mai sapremo accertatamente, nè potremo fondatamente proferirne qualche giudizio? Nè anche delle scienze delle antiche genti, che le prime furono a coltivarsi, non abbiamo monumenti abbastanza per poterne tessere un assai distinta descrizione. Noi abbiamo altrove (a) parlato delle scienze di quei popoli antichi con quella parsimo-

<sup>(</sup>a) Tom. I. c. I.

nia, e ritenutezza, a cui ci obbliga l'incertezza, e la mancanza di monumenti; ne or ci permette l'abbondanza delle materie che rimangono da trattare, di ritornare su quelle, che poco o niente di nuovo potrebbono presentarci di vere notizie, e solo si presterebbero a ssorzate cavillazioni. Diremo soltanto che certamente gli Asiatici, gli Egiziani, i Fenici, quei popoli dai Greci chiamati barbari, possederono molto prima di questi alcune scienze, e che non solo i loro libri, e le loro tradizioni, ma i Greci stessi ci dicono, che mentre la Grecia giaceva ancora in una profonda ignoranza, coltivavano già quei popoli l'astronomia, la fisica, e la filosofia, e che i Greci ebbero a riconoscerli per molto superiori al loro sapere, e dovettero assoggettarsi ai loro ammaestramenti. Ma nondimeno le scienze, per così dire, barbariche non ci sembrano ancora abbastanza degne dell'illustre nome di scienze, e nei Greci soltanto le possiam vedere levate a sì sublime dignità.

Maravigliosa gente è la greca, e singolare ed unica in ogni vanto di coltura, e di sapere. I Greci principi della poesia, dell' eloquenza, e della storia; i Greci, che ebbero un Omero, un Pindaro, un Sofocle, un Platone, un Demostene, un Erodoto; i Greci venerati maestri in tutte le classi delle belle lettere, i Greci ottennero parimente il primato nelle matematiche, nella medicina, e in tutte le scienze, e poterono ugualmente vantare gl' Ippocrati, gli Archimedi, gli Apolloni, i Diofanti, gl'Ipparchi, gli Aristoteli, i Teofrasti, e i capi, e i maestri di tutti i generi delle scienze. E in verità sarebbe assai difficile a decidere se più debba la Grecia la sua gloria alle belle lettere, ovvero alle scienze : come pure se più debbano alla Grecia le scienze, ovvero le belle Jettere. Al vedere divinizzati per tanti secoli Omero, Platone, Demostene, Erodoto, ed altri eloquenti scrittori greci, ed onorati colle adorazioni di quanti professano qualche amore all'amena letteratura, sembra che lo splendore del nome gre-

Del greci

co tutto dalle belle lettere debba ripetersi. Ma quando si riflette che Ippocrate, e gli altri medici, e chirurghi greci sono tuttora venerati dopo tanti secoli, e vengono anche a questi di lodati, studiati, tradotti, illustrati dal Cocchi, dal Boerhaave, dal Gorther, dal Piquer, dal Lorry e da altri dotti e stimati moderni medici; al pensare che Euclide, Archimede. Apollonio e altri geometri greci sono guardati con rispetto, letti con attenzione, e commendati con particolari elogi dal Simson, dal Maclaurin, e dallo stesso Newton; che i dotti soci dell' Accademia delle scienze (a), che il Bekman (b), il Buffon, ed altri moderni parlano con trasporti di ammirazione della storia degli animali di Aristotele; che Teofrasto, e Dioscoride sono citati con rispetto, e con deferenza dai botanici dei nostri dì, bisogna pur confessare che le glorie scientifiche della Grecia non sono punto inferiori alle letterarie: Archimede sotto gli occhi, e sotto la penna del Newton, Ippocrate sul tavolino del Boerhaave, Aristotele nelle mani del Buffon sono un sì glorioso trofeo delle scienze della Grecia, che può equivalere ai più religiosi incensi offerti alla sua amena letteratura. Bello e grandioso è veramente ad un occhio filosofico lo spettacolo dei greci poeti, oratori, e storici, che si leven di un voto alla più alta perfezione colle ali della loro immaginazione, e del proprio lor gusto: ma il vedere gli stessi greci lottare animosamente colla natura, e senza alcun ajuto straniero, colla sola forza del proprio ingegno rapirle tante verità gelosamente nascoste, entrare nello spinoso campo delle scienze, ed avanzarsi con tanta felicità, facendo ad ogni passo utili e gloriose scoperte, non dee egli recare uguale piacere, e forse anche maggior maraviglia a chi sa giustamente prezzare gli ssorzi dell'immaginazione, e dell'ingegno? Nè l'essere le opere greche esemplari più per-

<sup>(</sup>a) Deser. des goim. Prefat.

<sup>(</sup>a) De ortu et progr. Zoologisc apud vet. c. L. 5. 10.

fetti nelle belle lettere che nelle scienze, o l'essere giunti i Greci nei componimenti di bella letteratura tanto avanti, quanto i moderni, mentre negli scientifici sono stati di quasl infinito intervallo sorpassati da questi, può prendersi per argomento di dovere più alla Grecia le belle lettere che le scienze. Le opere di bella letteratura, siccome nate unicamente dall'immaginazione, e dal gusto, e che non tanto provengono dagli antecedenti esemplari, quanto dalla propria sensibilità di chi le compone, possono di primo slancio salire alla conveniente lor perfezione; ma le scienze hanno un corso più grave e posato, abbisognano di replicati sforzi d'ingegno, e di continuate sperienze, ed osservazioni: nuove meditazioni scoprono difetti nell'avanzate teorie, e danno giustezza, e miglioramento alle anteriori scoperte: le ripetute sperienze, e le nuove osservazioni disvelano nuove verità, e scancellano errori stimati con apparenti ragioni per indubitabili principi; e le scienze, opera dell'ingegno, della fatica e del tempo, non possono nella loro fanciullezza sperare qualche perfezione, e giusta maturità. Ma se rifletteremo al bisogno, che vi è stato nel rinascimento delle scienze, dei lumi e delle opere dei Greci, dovremo pur confessare che non meno debbono alla Grecia le scienze che le belle lettere. Senza le opere di Euripide, e di Senofonte avrebbero dato Cornelio le sue tragedie, Fenelon il Telemaco, e Richardson la Clarisse; ma senza Ipparco, e senza Tolomeo non avrebbero fatte Ticone, e Galileo le loro scoperte astronomiche; nè senza gli astronomi, e geometri greci avrebbe potuto levare il Newton la gran macchina dei suoi Principi. Ma senza troppo occuparci di simili confronti potremo certamente asserire che benemeriti in singolar modo furono i Greci di tutte le scienze naturali, e dovremo guardare con meraviglia nobilitate tutte le classi scientifiche con molti nomi d'illustri Greci. Quanti scritti, non solo di medicina, ma eziandio di chirurgia, e di farmaceutica! Quanti illustri scrittori intorno alla musica! Se la geometria si fregia dei gloriosi nomi di Euclide e di Archimede,
l'algebra riconosce per suo padre Diofanto. Se Ipparco e
Tolomeo hanno recato molto avanzamento all'astronomia, la
meccanica de a Cresibio e ad Erone il suo scientifico stabilimento. Perfino dei sogni stessi formarono i greci una scienza, e lasciziono scritti parecchi libri di oniroctitica. Non vi
ha scienza nè sì grande e sublime, nè sì picciola e bassa, che
i Greci non l'abbiano maneggiata, e non l'abbiano ridotta a
maggiore chiarezza e nobilità, nè vi è patre alcuna di qualch
scienza, nella cui storia non si vedano campeggiare uno o più
Greci.

Dei romani .

Non così potremo dire dei Romani, tuttochè emoli e rivali degli studi dei Greci. Quanto si accostarono a questi nella coltura delle belle lettere, e in qualche parte anche li superarono, altrettanto restarono lontani dal seguirli nella perfezione delle scienze. Non un matematico, ne un astronomo celebre da dare nome alle scienze romane. Niuna setta medica o filosofica, niun capo di scuola, niun libro classico e magistrale di fisica o di altre scienze. Se taluno prendeva a scrivere di tali materie, ciò faceva espilando gli scrini greci, ammassando greche dottrine, e più lavorando sulla greca erudizione, che su l'originale e proprio sapere. Anzi molti di tali scrittori amavano di adoperare il greco idioma, quasiche non trovassero nel romano parole acconcie, e convenienti alle materie trattate. E in greco scrissero L. Arunzio degli astri, e Sestio Nigro, e Giulio Basso di medicina (a); e in greco espose Sesto pittagorico le sue sentenze, come l'abbiamo ancora presentemente; e in greco trattarono materie scientifiche parecchi altri Romani. Che se un Rabirio, se un Amafanio, se qualche altro filosofo volle trattare le materie filosofiche nel latino linguaggio, tutti caddero in uno stile sì rozzo ed in-

<sup>(</sup>a) Plin. Elenc. lib. omnium etc.

colto, che non potevansi leggere, se non da chi non avesse palato romano, nè tolsero a Tullio il poter dire con verità che la filosofia era giaciuta sino a quel tempo presso i Romani, ne aveva ancora ottenuto il lume delle lettere latine (a). Pure anche fra i Romani non mancarono studiosi delle scienze, che le coltivassero con diligenza, e cercassero di renderle comuni ai lor nazionali. Plinio (b), e altri antichi citano tanti romani scrittori di astronomia, di medicina, e di altre scienze naturali, che non picciolo catalogo si potrebbe tessere dei soli lor nomi. Ma non tanto dal numero degli scrittori si dee prender l'idea dello studio, e del sapere dei Romani, quanto dall'uso che essi fecero delle scienze. Se Cesare non iscrisse opere meccaniche come Erone, fece però un ponte sul Reno, dove spiegò le più profonde cognizioni di meccanica, e di geometria; e ancor quando egli non avesse scritte le opere astronomiche, che pubblicò con singolare onore del sapere romano, non basterebbono le sole sue erudite combinazioni per la correzione dell'anno civile, per darci una vantaggiosa idea del suo genio astronomico, e per metterlo al fianco dei buoni astronomi della Grecia? Quanto studio facessero i Romani delle scienze, ce lo può provare abbastanza l'esempio di Vitruvio. Collo scusar che egli fa la sua imperizia predicando una massima, non meno utile che vera, che basta cioè ad un architetto il conoscere mediocremente delle altre scienze ciò che è necessario alla sua professione, viene a darci una nobile idea della coltura, ed erudizione degli artisti romani. Imperciocchè, se un architetto, contento delle cognizioni unicamente necessarie per la sua arte, non potè appagarsi della lettura delle opere greche e latine risguardanti l'architettura, ma s'immerse eziandio nello studio della fisica, e passando alle matematiche non seppe starsi nei primi Tom. IV.

<sup>(</sup>a) Tull. Tusc. quaest. lib. I. n. III. (b) Lib. 1. et al.

elementi, ma penetrò nelle più profonde speculazioni geometriche e meccaniche, musiche ed astronomiche di Archita, di Aristosseno, di Eratostene, di Archimede, di Aristarco, di Eudosso, di Ctesibio, di Apollonio, dei più sottili e sublimi matematici della Grecia, che alta idea non dovremo formare noi degli architetti, e degli altri artisti romani! Quanto non sarà stata universale presso i Romani la coltura delle scienze, quando gli architetti dovevano penetrare sì addentro nella fisica, e nelle matematiche! Quanto profonde notizie non si saranno acquistate gli altri, che sacevano professione di lettere! Noi infatti vediamo l' oratore Tullio trattar dottissimamente filosofiche e teologiche questioni, e maneggiare eziandio la fisica con piena erudizione di quanto allora se ne sapeva (a); vediamo il poeta Lucrezio parlare in modo sì adattato ed acconcio di varj punti di fisica, che è ancora rispettato e seguito dai fisici dei nostri dì ; vediamo Manilio entrare arditamente a svolgere l'astronomia; vediamo Virgilio scriver con tanta giustezza in ogni materia, da essere ammirato da Macrobio come erudito nel diritto civile e nell'augurale. nell' astronomia, e generalmente in ogni filosofia (b). Seneca, che pur non faceva professione di fisica, tratta le questioni naturali con una sottigliezza ed erudizione, che più non si sarebbe potuto desiderare dal più dotto fisico greco di quell' età; anzi alcune sue osservazioni, ed alcune riflessioni mostrano in lui un occhio fino, e una mente soda e dritta, superiore ai pregiudizi del suo tempo, e capace di abbracciare le più sublimi teorie del nostro. Plinio, benchè talora si lasci trasportare dal suo entusiasmo in alcuni fisici ragionamenti, mostra nondimeno generalmente in tutte le sue osservazioni una cognizione della natura, che farebbe onore a qualunque dotto professore di storia naturale, e che reca maraviglia in un uomo sempre occupato in gravissimi ministeri. D'uopo era

<sup>(</sup>a) De nat. Door. lib. II. et alibl . (b) Sat. I. cap. XXIV. et al.

a Frontino, ed agli altri sovrastanti agli acquidotti di molte e non volga notizie meccaniche ed idrostatiche . L'armi romane descritteci da Vitruvio, da Vegezio, e da alti provano nei direttori di esse balistiche, e geometriche cognizioni. Risplendono singolarmente i lumi delle scienze naturali dei Romani nei loro scritti di agricoltura. Quante notizie meteorologiche quanta storia naturale quanta botanica quanta fisica , quanta filosofia ! La geometria stessa , e l'astronomia si fanno servire alla più esatta perizia della loro agricoltura [a]; e dove meno aspettavansi compariscono le vaste ed estese coanizioni scientifiche dei Romani . Ma nella morale principalmente - benché senza le scuole e senza le sette dei Greci - regnavano i Romani; e forse appunto per questo stesso regnavano, perchè non legati ad un sistema particolare, nè giurando nelle parole di alcun maestro, potevano meglio esaminarli tutti , .e con più posato ed imparziale giudizio scegliere da ciascuno le più probabili verità . Bruto , al dire di Plutarco [b], trascorse tutte le scuole dei Greci , nè vi fu greco filosofo, che non ascoltasse, ne setta filosofica, che non conoscesse : E Bruto infatti scrisse della virtà , e trattò materie filosofiche con tale pienezza ed aggiustatezza, con tale copia ed eleganza, che non lasciò in quei punti che desiderare dai Greci, secondo il testimonio di Cicerone [c] .. E qual Greco potrà giustamente anteporsi a Cicerone ? Quante materie filosofiche non trattò egli profondamente con sodezza di giudizio, con erudizione, e con eloquenza, quale non vedesi nei Greci più celebrati l Oual greco epicureo, o quale stoico poteva esporre i sentimenti della sua setta con quella chiarezza , precisione, e forza, con cui fa parlare Cicerone i suoi stoici, e i suoi epicurei? Platone stesso, ed Aristotele non forniscono

(a) Colum. lib. V. et al.

(c) Acad. lib. 1. n. 111.

la loro dottrina di tanta copia di ragioni , e di tanta amenità di erudizione, come vediamo che fa Cicerone . a sublimità dei sentimenti, e la gravità della dottrina sollevano il latino Seneça sopra i greci stoici suoi maestri. Egli spesso deride le vane questioni , dietro le quali perdevansi i filosofi del suo tempo, e mostra quali debbano essere le mire delle filosofiche speculazioni, quale lo scopo del vero filosofo. In somma i Romani senza lo strepito delle sette greche , senza l'albagia . dei greci dottori, senza la celebrità delle scuole, e delle accademie chiamavano al lor servigio le scienze greche; e se non avevano Platoni, Aristoteli, Teofrasti, Archimedi, ed Ippocrati , ne sapevano forse più che gli stessi Greci dei loro tempi , che facevano professione d'insegnarle. Ne ciò dee far maraviglia a chi è mediocremente versato nella storia letteraria. Senza uscire dall' Italia, nè dal presente secolo noi abbiamo l'esempio di molti magistrati, e di altri personaggi, che lontani dalle scuole e dalle accademie erano nondimeno si profondamente instrutti nelle scienze, da poterne dar lezione aeli stessi maestri che le insegnavano. Non cedevano forse nelle matematiche ai professori Grandi e Manfredi, ed erano certo superiori a tutti eli alui del loro tempo i conti Fagnani e Riccati , lontani dalle cattedre , e dai banchi accademici. Una vasta e profonda erudizione ecclesiastica e profana acquistata in mezzo agl' impieghi civili ed alle politiche occupazioni rendeva il marchese Maffei un teologo ben superiore ai pettoruti dottori delle scuole , e gli ispirava opere teologiche, il cui merito non erano capaci di conoscere la maggior parte dei coetanei professori di teologia. Ed in qual genere di erudizione e di scienze non potrà stare a petto cogli accademici e coi lettori il conte Carli, benchè sia stato presidente di un magistrato, e distratto da gravissimi affari? Quanti Carli . quanti Maffei , quanti Fagnani e Riccati non contava Roma nei suoi senatori, occupati bensì nelle civili bisogne,

e distolti dalla scientifica professione, ma uguali non pertanto e forse ancora superiori nel sodo sapere agli sfaccendati Greci del loro tempo, che passavano la clamorosa lor vita nelle scuole e nelle accademie ! Ma bisogna pur consessare, che i Romani cercavano bensì le cognizioni delle scienze naturali per la propria erudizione, e pel proprio vantaggio, ma non pensavano però come i Greci ad accrescere le stesse scienze colle loro scoperte, ed a giovare all'istruzione dei posteri coi lor libri. Sebbene anche in questo potremo dire con verità, che Lucrezio, Celso, Seneca, e Plinio hanno dati ai posteri molti lumi per l'avanzamento di alcune scienze; e dovremo conchiudere, che se i Romani non si debbono rispettare come "maestri nelle scienze naturali non sono però da disprezzarsi a come si fa da molti, come zotici ed ignoranti.

Tali bensì divennero troppo presto col corrompimento ni bassi temche segui del buon gusto, e coll'abbandono dei buoni studi. L'amore della propria erudizione ispirava ai romani la lettura dei greci, e lo studio delle utill lor dottrine : e mancando quella coltura, si perdè l'amore delle scienze, ne più si attese ai greci filosofi e matematici në più si pensò allo studio della natura . Ouale sciagura dover andar pescando nella lunga serie di dieci e più secoli un Macrobio, un Boerio, un sant' Isidoro, un Beda, un Geberro, e qualche altro rarissimo, per poter vedere che almeno qualche ombra delle prime notizie elementari di alcune scienze , e l'intelligenza almeno delle parole tecniche erasi conservata presso i latini! Ma una scoperta, una oculata e giusta osservazione, una chiara ed esatta spiegazione di qualche fenomeno, una leggiera mostra di avere assaggiato almeno le scienze sublimi e di conoscerne i libri, non è da cercarsi nell'infinite mieliaia di dottori, e di scrittori, che in tutto quel tempo fiorirono. La vera coltura delle scienze ritrovasi soltanto negli Arabi, i qua-

li, come assai lungamente abbiamo provato altrove [a], a tutte attentamente rivolsero i loro studi, e non solo conservarono le cognizioni dei Greci non curate dai Latini, ed obliate dai Greci stessi, ma ne aggiunsero molte lor proprie, ed accrebbero colle loro scoperte il fondo delle scienze : gli Arabi sono gli unici, che entrino a parte coi Greci nella gloria di felici inventori e padri delle scienze naturali . Ma il maggiore lor merito fu il far rinascere negli Europei qualche amore di tali scienze, che poi venne migliorato e perfezionato collo studio dei Greci. La lettura dei Greci ripuli negli Europei il gusto delle scienze, non meno che quello delle belle lettere. Cominciarono a prendere nuovo aspetto le matematiche dappoichè tradusse il Regiomontano immediatamente dal greco alcune opere dei matematici greci, che o non erano ancor tradotte od erano soltanto state voltate in latino dalle arabiche traduzioni. Nuovo spirito, e nuovo lustro prese la medicina collo studio dei greci medici. Le guerre letterarie sopra la filosofia di Platone, e quella di Aristotele incominciarono a far conoscere la vanità dei ghiribizzi scolastici, e a far prendere qualche idea della buona filosofia . E generalmente all' ardore dei greci studi debbono tutte le scienze il vero loro rinascimento. Ma le scienze greche passate in mano dei moderni hanno in pochi secoli ricevuti sì notabili accrescimenti, che sembrano aver acquistato un nuovo essere. Le più sublimi teorie dei greci geometri non sono che i primi gradi per alzarsi alle elevatissime contemplazioni dei nostri. Dai piccioli indovinelli aritmetici, a cui era ridotta l'algebra, or la vediamo erettà in padrona della natura , tenerla alle sue formole ed ai suoi segni soggetta . L'astronomia , che non sapeva che balbettare nella bocca dei Greci , ora spiega eloquentemente i movimenti delle stelle, l'ordin dei cieli , il sistema dell'universo. L'applicazione della geometria, dell'osservazione, e dell'esperien-

(a, Tom. I. c, VIII., cc.

za alla fisica ha fatta una vera scienza di quella, che prima soltanto sermavasi in vane congetture, e in ridicole sofisticherie. La chimica che, o non conosciuta o mal adoperata, aveva servito soltanto ad inutili, ovver anche dannose ricerche, or in breve tempo si è posta in grado di dar leggi nella fisica, nella storia naturale, e nella medicina. Tutte le scienze in somma sono or trattate con più fina, ed attuosa intelligenza, tutte hanno acquistati in pochi anni maggiori lumi dagli Europei, che non avevano potuto ritrarne in tanti secoli da tutte insieme le più studiose e colte nazioni . L'umano ingegno, che era stato per tanto tempo sopito ed inoperoso, sembra che abbia ora voluto rifare le perdite della passata sua oziosità, e siasi accelerato a compensare in brevi anni i lunghi secoli consumati în una vergognosa, e deplorabile inerzia. Nè facilmente potrà decidersi se debba recare più maraviglia il vedere lo spirito umano giacere per tanti secoli in uno sì scioperato sopore, ovvero l'osservarlo di poi, destato appena dal lungo sonno, avanzarsi velocemente in brevi anni con sì maravigliosa attività. Certo fanno onore all'umanità un Galileo. un Cassini , un Cartesio , un Leibnitz , un Newton , un Boerhaave, un Morgagni, un Haller, un Linnco, e tanti altri uomini grandi, e per così dire sovrumani, che può contare dati alle scienze nel breve corso di due secoli: e l'immenso apparecchio di tante macchine, e di tanti stromenti chirurgici, anatomici, chimici, fisici, ed astronomici fabbricati in questi due secoli; e la continua e non interrotta successione di tante, e sì strepitose scoperte fatte in questo tempo in tutte le scienze, provano un vigore ed una feracità dello spirito umano, che lo levano in qualche modo a partecipare del divino. No, non sarà ella, no, esausta colla produzione di tanti ingegni la ricca fecondità della natura; non saranno, no, spossate coi replicati, e veementi sforzi di sì difficili e sublimi invenzioni le forze dello spirito umano; possiamo sperare, che seguiteranno a nascere dei la Grange, dei la Place, dei Buffon, dei Boner, ed altri simili ingegni, come gli abbiamo presentemente (\*); e che si arricchiranno più sempre tutte le scienze di utili e grandiose scoperte; nè è da temera i che dobbiamo presto piangere di vedere l'umano ingemo perderti dietro a vane e sofistiche inezie, o giacere in una ignobile oziosità. Noi intanto, consolandoci con si lieti auguri, prenderemo il piacere di contemplare più distintamente i progressi finora fatti in ciascuna scienza, e abbozzeremo una storia, benchè troppo leggiera ed imperfetta, di tutte.

#### CAPITOLO I

### Delle Matematiche in generale .

Preminenza delle matema-

uanto è diverso lo spettacolo che ci presenta la storia delle matematiche da quello che offre la storia delle altre scienze! Vedendosi in queste nascere ipotesi e sistemi, cambiarsi opinioni, succedere errori ad errori, e cogliersi soltanto di tratto in tratto qualche indubitabile verità: solo nelle matematiche cammina la mente umana franca e sicura, avanza più o meno velocemente, ma pur avanza di una in altra invenzione, e sente quasi di continuo l'inesplicabile compiacenza di fare nuove scoperte. In nessuna scienza si sono presi meno abbagli che in queste, in nessuna si sono scoperte tante e sì sublimi verità; ne vedesi altrove lo spirito umano coronato di tant' onore, quanto nel correre i vasti campi delle matematiche. E forse questa preminenza, questa purezza, ed incontaminazione di errore, questa capacità di più energica e chiara dimostrazione, questa maggiore certezza ed evidenza hanno dato a quelle scienze, a distinzione delle altre, il nome di matematiche; quando dire piuttosto non vogliasi,

<sup>(\*)</sup> Sono poi morti questi due ultimi -

che conviene ad esse tal nome, per essere state le prime discipline che insegnavansi nelle scuole, chiamate per ciò Propedia da Platone (a), e da Senocrate Ause della filosofia (b), ovvero per essere state le prime a ridursi in certi e determinati principi, ed a levarsi all'onore di vere scienze. Noi daremo ora uno sguardo in generale sul corso delle matematiche, per seguirle poi distintamente in ciascuno dei loro rami.

Che bei castelli in aria non avrebbe saputo sabbricare il Deeli antidii Bailly, se avesse diretto agli antidiluviani l'amore che volle viani. mostrare pei suoi atlantidi? L'artifiziosa riduzione dei numeri in unità, decine e centinaja, che vediamo già usata fin dal principio nel segnare l'età dei patriarchi, la quale, a giudizio del Wallis, ci mostra nel suo inventore un grande aritmetico e protomatematico (c), la divisione del tempo in giorni mesi ed anni, Caino, che fabbricava città (d), Jubal, che inventava stromenti musicali, ed era il padre della scienza musica, Tubalcain, che lavorava ogni sorta di opere di rame e di ferro (e). Enoch. predicato inventore della scienza astronomica non solo dagli Ebrei, ma dagli stessi Greci Eupolemo ed Alessandro Polyhistore, citati da Eusebio (f), il ciclo di 600. anni, l'amore delle osservazioni astronomiche, incise in due colonne, come ci narra Giuseppe ebreo (g), e molte altre memorie, che facilmente avrebbe potuto raccogliere da scritti genuini e da apocrifi, da tradizioni fondate e da fantastiche e immaginarie, quanti argomenti non avrebbono prestati all'ingegnoso Bailly per farci vedere negli antidiluviani ridotta a gran persezione l'aritmetica, la geometria, la mecca-

Tom. IV.

(a) De Rep. VII. (6) Laert. in Menoce. VI.

(c) Orat. inaugur.

(d) Joseph Ant. lib. I. c. 11.

(e) Genes. cap. IV.

(f) Pracpar, evang. lib. IX. c. XVII.

(g) Ant. Jud. lib. I. c. 11-

vogliamo innalzarci a sottili congetture; crediamo bensì che gli antidiluviani non furono privi di scientifiche cognizioni, e che essi, autori e padri delle arti e della vita sociale, lo saranno anche stati delle matematiche discipline : ma non avendo particolari e distinte notizie del loro sapere, non crediamo potervi tenere alcun fondato ragionamento. Nè più ci fermeremo sul matematico sapere del popolo degli Atlantidi, dal Bailly ingegnosamente immaginato, e con grande apparato di eloquenza e di erudizione sostenuto, ma combattuto poi e atterrato con tante e sì gagliarde scosse da valenti scrittori, singolarmente dall' eruditissimo Carli (a), che or sarebbe temerità il voler ad esso ricorrere per ricavarne l'origine delle matematiche. Lo stesso suo creatore Bailly sembra averlo di poi abbandonato, e posto in dimenticanza; mentre nel posteriore suo trattato dell'astronomia indiana cerca bensì di dare a questa un antichità superiore a quanto immaginar possa la più erudita cronologia, ma non pensa più ai suoi atlantidi, nè cura di derivare dalle loro scuole nell'indiana le astronomiche cognizioni. Ne dovremo per questo affidarci di più alla pretesa antichità e perfezione dell'astronomia indiana, a cui poi sembra aver rivolti quel dotto astronomo i suoi eruditi vezzeggia-

menti . Egli è un leggiadro mago il Bailly , che coll'incantatrice sua facondia ci rapisce, e trasporta dove meglio a lui piace; ed or ci fa correre alle agghiacciate regioni del settentrione per rintracciarvi l'origine delle scienze, or ci trattiene nelle amene sponde del Gange per mostrarci le più vetuste tracce delle medesime; e da per tutto ci fa credere di scoprire ciò che egli si prende il diletto di presentare alla nostra immaginazione. D'uopo è star bene in guardia contro tutte le sue proposizioni a d'uopo è lasciar calmare la fantasia agi-

Degli atlanti-

(a) Lettr. amer. t. III.

tata dalla magica sua voce, d'uopo è levar l'illusione prodotta dalla seduttrice sua eloquenza; allora forse vedrassi ridotta a niente, o a mero caso quell'esattezza di risultati, che certo non può essere opera di una sì rozza astronomia, diretta soltanto ad astrologiche predizioni (a); allora forse si scopriranno cronologici abbagli a facilissimi a prendersi in una storia sì remota di tempo e di luogo, e sì mancante di monumenti; allora forse caderà a terra la gran macchina dell'astronomia indiana, innalzata da quel sagace architetto sopra un ingegnosa combinazione. Più fondatamente poteva parlare dell' astronomia e di tutte le discipline matematiche degl' Indiani l' Inglese Rabuel Burrow, il quale vivuto per lunghi anni nell' India, e versato nei libri indiani, ha ricercato in questa parte quanti monumenti si potevano rinvenire. Egli dice di avervi trovato una carta geografica, e un trattato di geografia secondo il sistema di Boodh, che è quello di Filolao, diversità di opinioni e di sistemi nell'astronomia, seguendo alcuni i Bramini, che ei crede autori del tolemaico, ed altri i Boodhiisti del filolaico, avanzate molto fra loro l'aritmetica e l'algebra, il teorema binomiale applicato da quelli ai numeri intieri con maggiore felicità che dal celebrato moderno Briggs, conosciuta l'attrazione newtoniana, istituite regole di astronomia che erano approssimazioni didotte da serie infinite. o che avevano almeno tutta l'apparenza di esserlo, e problemi algebraici (b). Se il Burrow avesse pubblicato, come diceva di voler fare in breve, ma non so che l'abbia eseguito, le traduzioni delle opere Lilavatty e Beigia Ganeta, ossia aritmetica ed algebra degl'Indiani, si potrebbe vedere con quanto fondamento innalzi egli tanto queste scienze in quella nazione. Intanto egli stesso dice che i migliori trattati antichi su

C:

<sup>(</sup>a) V. Cartini Ac. des sc. de 2666. (b) Asiat. Researches vol. II. jusques a 1699. t. 11. e VIII.

20

tali materie sono periti, che molti dei rimasti sono imperfetti, e che in mancanza di tali libri si dee giudicare dello stato di quelle scienze fra gl'Indiani dalla forma e costruzione delle loro tavole astronomiche, e da alcune espressioni inserite nelle accidentali soluzioni di alcune questioni (a). Ma questi fondamenti, come ognun vede, sono troppo deboli e mal sicuri per potervi erigere un monumento delle matematiche indiane, che ce ne dia qualche ben espressa rappresentanza. Ben all' incontro il Jones, tutto che molto, e forse più del Burrow, siasi internato in quella letteratura, e cerchi di presentarla nell'aspetto più luminoso, dice espressamente che nelle scienze esatte gli Asiatici rispetto agli Europei non sono stati che bambini, e i loro più celebrati libri sono solamente semplicissimi elementi; anzi soggiunge, che avevano ben ragione Aristotele di dire che gli Asiatici sono nati per essere schiavi, e il poeta ateniese di presentare l'Europa come una sovrana, e l' Asia come sua donzella (b). Noi altrove abbiamo abbastanza provato quanto sia incerta l'antichità dei monumenti indiani per potere da quelli derivare qualche influenza su i principj delle scienze europee. Che se diamo agl' Indiani la lode di averci mandata l'arte che or adopriamo di calcolare, ciò non è stato che nei tempi molto posteriori, nè troviamo negli antichi nostri maestri qualche vestigio delle matematiche degl'Indiani . Più lontani ancora si tennero i Cinesi . divisi da noi, non men che di luogo, di ogni letteraria ed anche civile comunicazione; e tuttochè vantino dal tempo di Yao, cioè da più di quaranta secoli, un tribunale di matematici; tuttochè ad una uguale, o almeno poco minore antichità riportino osservazioni astronomiche, e geometrici teoremi, niente con tutto ciò hanno contribuito all'avanzamento delle matematiche, nè possono avere alcun diritto alla nostra riconoscenza. A più vicine contrade, ai Caldei, agli Egizia-(6) Ivi .

Dei Cinesi

ni, ai Fenicj dobbiam ricorrere per iscoprire i principi delle nostre matematiche. Aristotele li ripete generalmente dagli Egiziani, e dice (a) che nell'Egitto si formarono quelle scienze, perchè quivi i sacerdoti erano esenti da altre faccende edoccupazioni, e potevano perciò vacare alle meditazioni, e allo studio. Strabone (b) deriva bensì nei Greci la geometria dagli Egiziani, ma l'aritmetica, e l'astronomia dai Fenici: e dice che questi erano in tali scienze eccellenti, perchè la continua mercatura, e navigazione gli obbligavano a coltivarle, come le innondazioni del Nilo fecero pensare gli Egiziani all' invenzione della geometria. Porfirio divide fra tre nazioni diverse questo onore letterario, e lasciando agli Egiziani l'istituzione della geometria, e quella dell'aritmetica ai Fenici, concede ai Caldei la gloria della coltura dell'astronomia (c). I Caldei infatti hanno comunicati ai posteri più lumi astronomici che aritmetici i Fenici, e geometrici gli Egiziani; e l'astronomia caldea non solo ebbe influenza nell'egiziana, e nella greca, ma vi è gran probabilità, come crede il Gentil (d), che l'abbia anche avuta nell'indiana, e che le cognizioni astronomiche dei Bramini sieno loro venute dai Caldei. Da questi, o dai Fenici, ovvero dagli Egiziani passarono alcuni lampi di astronomico lume negli antichi Greci dei tempi ancor di rozzezza: e Lino scrisse allor della sfera (e), ed Omero ed Esiodo poco di poi mostrarono nei loro poemi non essere sconosciute alla Grecia le osservazioni celesti.

Dei Caldet

Ma il vero principio delle matematiche non può ripetersi che dai Greci potseriori, quando si videro da questi stablitit teoremi, fissati metodi per risolver problemi, e ridotte ad universali principi, ed a stabili leggi alcune particolari e vacillanti verità. E ciò avvenne appunto nel tempo, in cui la Gre-

Vero princiio delle ma. ematiche.

<sup>(</sup>a) Meraph. I.

<sup>(4)</sup> Lib. XVI.

<sup>(</sup>d) Voy. aux Indes prem. part. ch. 111.

<sup>(</sup>c) In Vita Pythag.

<sup>(</sup>e) Laert. in Proem-

cia vantava i suoi saggi, e in cui incominciava a vedersi innalzare le filosofiche sue scuole. Beda vuol chiamare Talete creatore della fisica, e per fisica intende l'aritmetica, la geometria, la musica e l'astronomia (a). Ma Beda scrittore troppo moderno, e venuto in tempi di poca critica, non può avere in questa parte alcun peso di autorità; nè altronde possiamo noi rilevare che Talete desse il menomo pensiero all' aritmetica, nè alla musica. Egli però non era privo di ogni diritto per ottenere gli onori di matematico, e di alcune sue ricerche geometriche ed astronomiche ci dà notizia Laerzio (b). Questi cita anche col testimonio di Apollodoro e di Callimaco un Euforbo di Frigia, che s'intese già in geometria, e vi fece varie scoperte: e forse vorrà taluno dare anche un assai maggiore antichità alle matematiche greche, leggendo in Plutarco (c), che Licurgo rigettò la proporzione aritmetica, e ritenne la geometrica. Ma Plutarco non parla in quel passo della teoria di Licurgo nello studio su le proporzioni, ma della sua pratica nel governo della repubblica. Se vero è, come vuole Suida, autore in verità troppo recente (d), che Anassimandro successore di Talete componesse un compendio di geometria, quante saranno state già a quel tempo le ricerche, e le scoperte geometriche, mentre avevano d'uopo di essere ridotte a compendio, e meritavano un abbreviatore del sapere di Anassimandro? Ma nondimeno la vera aurora dello splendore delle matematiche non ispuntò che dalle scuole dei pitagorici; e potremo noi dire fondatamente, che il vero principio di questo studio si dee prendere dalle meditazioni di quei filosofi. I pitagorici, dice espressamente Aristotele, autore certo il più grave, che addur si possa in questa materia (e), i pitagorici furono i primi che si dedicassero allo studio

ıő pitagorici .

<sup>(</sup>a) Opp tom. [. De arithm. num. Lib.

<sup>(</sup>b) In Thalese .

<sup>(</sup>c) Sympos. VIII. quaest. II.

<sup>(</sup>d) In Anassim.

<sup>(</sup>e) Metaph. L.

delle matematiche. Essi per certo metodo generale, e per legge della scuola, non per privata curiosità, come Talete ed Anassimandro, e qualche altro filosofo della lor setta, s'applicarono alle matematiche speculazioni, e non ad una sola parte, ma a tutta quanta la matematica enciclopedia distesero il loro studio; e i pitagorici in realtà furono i primi, che ottenessero, e che veramente si meritassero il nome di matematici. Così infatti vedesi in A. Gellio (a), che fra le varie classi di studenti, che componevano la scuola pitagorica, la seconda era quella dei matematici. Anche posteriormente narra di se san Giustino martire (b), che non potè mai ottenere di essere ricevuto alla filosofia dei pitagorici, nè che gli ostò altro che l'indispensabil obbligo di dover prima passare immancabilmente la trafila delle matematiche. E in verità tutta la dottrina aritmetica, e quanto sapevasi anticamente dei numeri, tutto era dovuto a Pitagora, tutto usciva dalla sua scuola: dalla medesima pure vennero le questioni alquanto più ardue, e le migliori scoperte di geometria, e di astronomia, a cui non giungevano i filosofi dell'altre scuole : ed a Pitagora, ad Ippaso, e ad altri di quella setta dee particolarmente la musica l'essere sottomessa ai calcoli matematici, e di un arte di mero solazzo e divertimento vedersi ridotta in esatta scienza. Onde pare che assai giustamente potremo noi dire con Aristotele, che il principio dello studio matematico abbia a prendersi dalla scuola di Pitagora. E questa forse sarà stata l'unica ragione di una restrizione del nome di matematiche, invalsa nei tempi posteriori presso i greci, e presso i latini, che può sembrare strana, e fatta solamente a capriecio. Come l'aritmetica e la musica, la geometria e l'astronomia erano le scienze favorite dai pitagorici, come queste insegnavansi nella lor setta ai discepoli, che occupavano la classe dei matematici, così desse sole ottennero posteriormen-

(a) Lib. L. c. IX.

(b) Dialog. cum Tryph.

te nelle scuole il nome di matematiche : e tuttochè Anassagora, Democrito, Euclide, ed altri avessero scritto di ottica: tuttoche Archita, Archimede, Erone, e molti più avessero illustrata la meccanica; tuttochè Aristotele avesse replicate volte riportate l'ottica e la meccanica nella classe di scienze esatte, ugualmente che la musica e l'astronomia (a), pur queste sole coll' aritmetica e colla geometria goderono a preferenza di tutte le altre l'onorevole distinzione di entrare nel quadrivio latino, e nella greca enciclopedia, e di formare lo studio matematico di molti secoli. Ma lasciando queste, ed altre simili disquisizioni a chi più opportunamente possa impiegarvi i suoi ozi eruditi, noi rimettendoci sul corso che seguirono le matematiche, le vedremo levare rapidi voli sull'ali dei Greci, e dalle picciole scoperte di Talete e di Pitagora innalzarsi all'analisi di Platone, ad arditi problemi geometrici, ed a vaste e sublimi teorie astronomiche, e le troveremo corteggiate da Archita, Timeo, Filolao, Platone, Eudosso, e tanti altri illustri geometri ed astronomi, capaci di rendere rispettabile e chiara qualunque più bassa scienza. Tanti furono, e sì grandi questi cultori delle matematiche, tante e sì nobili le loro disquisizioni, e le felici scoperte, che chiamarono tosto la curiosità degli eruditi, e fino dai tempi di Alessandro diedero già copiosa materia a due storie delle matematiche in vari libri distese da Eudemo, e da Teofrasto.

A vanzament o delle maternatiche greche . Ma tutto ciò che altro era più se non che i primi principi delle matematiche greche, e piccioli albori del pieno lume che nei seguenti tempi si sparse per quella dotta nazione? La scuola di Alessandria eretta, e sovranamente protetta dai Tolomei fia feconda madre degli eroi di quelle scienze. Gli Aristei, gli Euclidi, gli Eratosteni, gli Apollonj, gli Ipparchi le innalraziono a quell'onore che le fece guardare dai potteri con inspetto, e con maraviglia, e il grande Archimede fu il dio

<sup>(</sup>a) Post. qual, 1 et al.

delle matematiche greche, avanti il quale chinano rispettosi il capo i Leibnitzi e i Newtoni, i venerati oracoli delle moderne. Questo nobile ardore, ed intenso studio dei greci si mostrò realmente nel suo maggiore splendore sotto l'impero dei Tolomei, ma seguitò nondimeno a farsi ancora sentire nei secoli posteriori ; e Tolomeo , Diofanto e Pappo possono provarci abbastanza che la scuola alessandrina non voleva sì presto abbandonare la gloriosa sua prerogativa di madre amorevole, e seconda creatrice di tutte le classi delle matematiche; e poi Teone, Ippazia, Proclo ed Eutocio mostrarono che conservavasi ancora piena intelligenza delle sublimi teorie dei greci maestri, e cognizione profonda di quelle scienze, e più recentemente eziandio Marino napolitano, Isidoro milesio, Diocle, Erone, Filone, Sporo e qualche altro che possono risquardarsi come gli ultimi avanzi di quella scuola, seppero ritrovar nuove verità, o illustrare di nuove dimostrazioni le già ritrovate, e fecero ancora spiccare qualche scintilla del fuoco creatore dei lor maestri. Ma, col cadere verso la metà del secolo settimo la scuola alessandrina, si estinse anche nei Greci il genio matematico, nè più sorsero dotti inventori che recassero a quelle scienze qualche avanzamento.

Gli Arabi distruttori della scuola di Alessandria, gli Arabi conquistatori in gran parte dell'impero dei Greci, gli Arabi studiosi ed emoli del loro sapere, gli Arabi procurarono di sottentrare loro nella coltura delle matematiche, e cercatono in qualche modo di compensare col loro studio le perdite, che alle medesime avevano cagionate. Gli Arabi infatti conservarono le cognizioni dei Greci, ed anzi in alcune parti non poco le accrebbero, e le trasmisero agli Europei arricchite di parecchie loro scoperte. Erano allora gli Europei affatto sforniti di matematiche cognizioni, ed avevano d'uopo dei lumi, e degli ammaestramenti dei saraceni per poter entrare con qualche felicità nello studio di quelle scienze. Lo studio che allor Tom. IV.

18 Matematica ezli Arabi.

Degli Euro-

pria erudizione, o l'avanzamento dei loro studi, e riducevasi solamente a saper calcolare i movimenti degli astri, per formare un buon calendario e fissare acconciamente le feste ecclesiastiche. Le controversie agitate fino dai primi secoli della chiesa sul vero tempo di celebrare la pasqua, e l'uso di adoperare il canto, e la musica negli uffizi divini eccitarono lo studio di molti padri, per attendere alle matematiche, come utili a ben distendere i cicli pasquali, e a regolare le feste ed il canto della chiesa. Così sant'Ippolito studio l'astronomia, per comporre un canone pasquale, sant'Agostino scrisse di musica, ed altri padri greci e latini adoperarono tali studi per procurare maggior decoro, e più giusto regolamento nelle feste, e nel canto degli uffizi divini. Questo spirito ecclesiastico dei santi padri, piucchè il geometrico degli Archimedi e degli Ipparchi, animò i Greci posteriori e i Latini nella lettura che talora fecero di qualche libro geometrico, e nel maneggio dell'astrolabio, E da uno studio intrapreso con sì piccioli oggetti, e con mire così ristrette qual profitto potevano ritrarre le matematiche, quelle scienze sublimi e divine destinate a condurci pei vasti campi della natura, ed a pesare i suoi corpi, a sollevarci nei cieli, e misurare il corso degli astri, e ad entrare in qualche modo a parte con Dio nel regolamento dell'universo? Vediamo un poco qual fosse in quei bassi tempi lo stato delle matematiche presso i Greci, e presso i Latini. Shandite queste dai Greci coll'irruzione dei Saraceni, furono richiamate nel principio del decimo secolo da Costantino Porfirogenito, del quale dice Cedreno (a) che ristorò colla sua industria l'aritmetica, la geometria, la musica e l'astronomia che, per la trascuratezza, ed ignoranza dei precedenti imperadori, erano da lungo tempo perite. Ma non si vide alcun frutto di questo ristoramento, nè sorse verun

(a) Comp. hist.

greco scrittore che trattasse di quelle scienze, e rinnovasse nei suoi nazionali l'antico genio di coltivarle. Venne finalmente nel secolo undecimo Psello il giuniore, e levò tale grido del suo sapere, che su a piene voci chiamato dai Greci coetanei dottissimo e sapientissimo; ed è poi lodato dall' Allazio (a) come superiore a quanti Greci di quei tempi lo precederono. e lo seguirono. Ma quale è poi questo decantato sapere di Psello, tanto superiore alla sua età? Noi abbiamo ancora le sue opere matematiche; nè altro in esse scorgiamo che assaggiati i primi elementi di quelle scienze; ed un suo trattato astronomico, che conservasi inedito nella reale biblioteca di Madrid, e di cui ci ha dato diligente ragguaglio l'Yriarte (b), fa vedere abbastanza che tutte le mire del grande studio di Psello erano principalmente dirette a trovare il tempo legale della pasqua, della settuagesima e di altre feste ecclesiastiche. Non sembra che il nome e le fatiche di Psello facessero molti proseliti nello studio delle matematiche; e nè in quel secolo, ne nei seguenti si vide fra i Greci veruno scrittore che potesse dare qualche moto e calore a quello studio. Solo nel decimoquarto sorsero alcuni dotti che parevano voler richiamare alla Grecia le sbandite scienze, tanto coltivate dai gloriosi loro maggiori. Barlaamo ed Isacco Argiro sono forse i due greci che, dopo la distruzione della scuola alessandrina, più giustamente si sieno meritato il nome di matematici; ma a dire il vero questi stessi quanto superavano le cognizioni geometriche dei loro coetanei, altrettanto rimanevano inferiori agli antichi i più mediocri; e il libro di Barlaamo, citato dal Fabrizio (c), sul vero metodo di conoscere il tempo di celebrare la pasqua, e i due d'Isacco riportati dal Petavio (d), per ritrovare i cicli del sole e della luna, e

(a) De Psellis XXXIII.

(c) Bibl. gr. tom. X.

(b) R.Bibl. Matt. codd. gt.ms.p. 175. ec. (d) Urapol. quindi la pasqua, la quaresima ed altri giorni ecclesiastici, ci mostrano chiaramente quale fosse il vero oggetto di quel lo ros studio. Teodoro Metochita, Niceforo Gregora, Niccolo Cabasila e gli altri pochi, che con qualche diligenza si applicarono a tali scienze, tutti presero di mira il ciclo pasquale, ed il calendario; nessuno tentò di entrare in pià sublimi teorie, nessuno pensò ad arricchire di nuovi lumi lo spirito umano.

Dei Romani.

Che se tale era lo stato di quelle scienze presso i Greci, i quali ne erano stati per lunghi secoli sì eccellenti maestri, qual miserabile strazio non avranno sofferto dai Latini, che non fecero mai professione di coltivarle? Sappiamo che Sesto Pompeo fu in credito di matematico fra i Romani, che C. Sulpizio Gallo trattò delle eclissi, che scrissero intorno gli astri L. Arunzio, e Giulio Cesure, e che Varrone e Nigidio Figulo composero alcune opere matematiche. Ma che per ciò? In mezzo a tutti questi scrittori lamentavasi il giudizioso Tullio degli angusti confini in cui ristringevano i Romani lo studio delle matematiche, e dei pochi progressi che avevano satto presso loro quelle scienze (a). Noi più non abbiamo gli scritti matematici dei romani; ma possiamo non pertanto darci a credere che non dovessero giovar molto all'avanzamento dei loro studj . Varrone, enciclopedico qual egli era, avrà scritto da erudito, non da geometra; e di Nigidio Figulo, versato anche esso in moltiplice erudizione, dice A. Gellio (b) che era di tale sottigliezza ed oscurità, che non veniva letto da alcuno. Infatti, dove mai vedesi citato Varrone, o Nigidio Figulo, od altro Romano per nuove scoperte, o nuove dimostrazioni, per osservazioni sottili, o per qualche illustrazione di alcuna parte delle matematiche? Solo Giulio Cesare occuperà sempre onorato posto nella loro storia, non tanto per le sue opere, benchè queste sorse sieno state supe-

(a) Tusc. lib. I. II.

(b) Lib. XIX. c. XIV.

riori a tutte le altre dei Romani, e certo più di tutte stimate dai Greci, quanto per la correzione del calendario, sebbene anche in questa ebbe gran parte Sosigene. Che se Vitruvio. Columella. Frontino ed altri Romani mostrano aver fatto qualche studio delle matematiche, questo serviva soltanto per la propria coltura ed erudizione, e pel più pieno possesso delle materie che prendevano ad illustrare, non per cercare alcun avanzamento di quelle scienze. Ma anche questo amor dell'erudizione cominciò a venir meno presso i Latini; e nè Apulejo (a), nè Macrobio (b), nè Cassiodoro, nè Marciano Capella, nè il vero o supposto sant' Agostino, nè l'enciclopedico sant' Isidoro danno saggio nelle loro opere matematiche di essersi innoltrati in quelle scienze più in là della mera intelligenza delle prime parole tecniche. Boezio può riputarsi il maestro delle matematiche dei Latini; e tale infatti lo riconobbero Cassiodoro, sant' Isidoro, Beda e tutti gli altri. Ma Boezio, con tutto il suo magistero, altro non fece che tradurre con qualche libertà le opere più elementari dei Greci, come egli stesso confessa, di quelle di aritmetica, di geometria e di musica, che ci sono rimaste, e Cassiodoro lo dice anche di quelle di astronomia, e di meccanica che sono perite. Queste traduzioni di Boezio, benche citate come libri classici e magistrali da sant'Isidoro e da Beda, i due più eruditi uomini che fossero dopo di lui, furono nondimeno nei tempi posteriori lasciate in abbandono, e quasi perdute; e noi vediamo Gerberto (c) che sembra menar gran festa, per aver trovati otto libri di astronomia di lui, che noi più non abbiamo, e la sua geometria. L'unico libro, in cui studiavano poi i Latini le matematiche, erano l'etimologie di sant'Isidoro, dal quale certo poco potevano imparare; ma quel poco che si sapeva, che riducevasi soltanto all' intelligenza di alcu-

Dei latini dei tempi bassi . 23 Boezio .

<sup>(</sup>a) De Mundo.

<sup>(</sup>c) Ep. VIII. Adalb. Rhem. Archiep.

<sup>(</sup>b) In Somm. Scip.

San Gregorio falsamente creduto persecutore dei matematici .

ne voci proprie di quelle scienze, tutto attingevasi al fonte di quel santo dottore. E quì siami lecito di fare una breve riflessione in difesa di san Gregorio, che vanamente viene accusato come ignorante inimico delle matematiche, e barbaro sbanditore dei matematici. Al vedere questi studi in mano di sant' Agostino, di Cassiodoro, di Boezio, di sant' Isidoro, fratello di san Leandro, intimo amico di san Gregorio, e di altri vescovi, e di persone ecclesiastiche e pie, al contemplarli impiegati a regolare le feste della chiesa, ed a servire al culto divino, potrà egli mai credersi che quel gran santo, tutto attento agli uffizi ecclesiastici, e al culto del Signore, sbandisse le matematiche, e ne proibisse lo studio? Quel santo, tanto impegnato pel canto, e per la musica della chiesa, poteva egli mai condannare le matematiche, delle quali era una parte la musica? Quel santo, zelante sostenitore delle istituzioni dei concilj, e della pratica della chiesa, avrà egli sbandita l'astronomia tenuta in gran conto dal concilio niceno, dai papi, e da tutta la chiesa, e impiegata al regolamento della pasqua, e delle feste ecclesiastiche? Se vero è in qualche senso quello che dice il solo Giovanni di Sarisbery, autore di sei secoli posteriore, che il santo Mathesim jussit ex aula recedere (a), ciò non può intendersi che dell'astrologia giudiciaria, bandita sotto lo stesso nome replicate volte dagl'imperadori, non mai del vero studio di quelle scienze abbracciato dai santi padri; e san Gregorio, amante della musica, e studioso della regolarità ed esattezza nel culto divino, lungi dal riputarsi inimico delle matematiche si dovrà credere lor protettore. Ma ritornando a seguire il corso di questo studio, tra i non molti che in quei secoli lo coltivarono, altro non vediamo che Beda, il quale possa in qualche modo chiamarsi matematico, e porsi al lato a Boezio; anzi le sue opere aritmetiche, troppo superiori agli informi trattatelli di Cassiodoro, di Marciano

Beda.

(a) Policrat. lib. II. c. XXVI.

Capella, di sant' Isidoro e degli altri latini, per potersi mettere con essi al paragone, sono in qualche riguardo da anteporsi agli stessi libri aritmetici di Boezio, perchè entrando un poco più di questi nella parte pratica di quell'arte, possono più stimolare la nostra curiosità: e così parimente le cognizioni astronomiche di Beda, benchè dirette, secondo l'uso di tutti i Latini e Greci, a formare cicli pasquali, e a regolare il calendario, furono anche superiori a quelle degli altri, perchè giunsero a scoprire la precessione, che era seguita negli equinozi dopo il concilio niceno, e il bisogno che vi era di riformare il calendario. Ma questo studio di Beda, più riguardato come ecclesiastico che come scientifico, non era abbastanza efficace per ispirare negli animi dei Latini l'amore delle matematiche; nè vediamo dopo di lui che qualche calendario un poco più esatto dei volgari e comuni (a), e i superficiali trattati del quadrivio di Alcuino, che possano in qualche modo riputarsi come frutti dei suoi lumi.

Il vero principio del nostro studio matematico venne dagli Arabi, come altrove abbiamo provato assai lungamente. Se Gerberto trovò in Ispagna un maestro di matematiche nel gli europei. vescovo Aitone, uno scrittore di aritmetica in Giuseppe, ed altro di astronomia in Lupito; se moltissimi furono gli scritti matematici degli Spagnuoli, dei quali restano ancora parecchi volumi nella biblioteca di Toledo, come dice il Burriel (b); Deglispagnuo. se corsero dentro e fuor della Spagna con particolare credito di dottrina la fama, e le opere di Giovanni di Siviglia; se in Ispagna si composero le tavole alfonsine che, quantunque inesatte e impersette, surono pure la sorgente dell'astronomia degli europei, tutti questi sono frutti del magistero, e dell'influenza letteraria dei Saraceni. Non da Beda, nè da Alcuino, ma dagli Arabi vollero imparare le matematiche Atelardo go-

Degli Inglesi

<sup>(</sup>a) V. Ximenez Intr. istor, del vecchio (b) Carra al P. Rabago, e Paleogr. e nuovo gnomone . Espan.

to, e il Morley; ed al medesimo fonte attinse posteriormente le sue cognizioni fisiche e matematiche il celebre Ruggero Bacone, che può in qualche modo riguardarsi come l'onorato padre dei molti e nobili fisici, e matematici, che ha poi prodotti alle scienze l'Inghilterra. Da Alfragano e dagli Arabi, e dalle arabiche traduzioni dei Greci formò Giovanni di Sacrobosco la celebrata sua Sfera, che è stata per tanti secoli riguardata come l'opera classica dell'astronomia degli Europei; ed egli inoltre non giovò forse meno all'avanzamento delle matematiche col propagare che fece l'aritmetica degli Arabi. A chi dee l'ottica, se non agli Arabi, il vedersi gloriosamente collocata nella classe delle matematiche? Tuttochè illustrata da Euclide, e da altri Greci, giaceva nondimeno esclusa dalla greca enciclopedia, e dal quadrivio latino, e sarebbe rimasta sconosciuta dagli Europei, se non era Vitellione che, istruito nelle arabiche scuole, e pieno della dottrina di Alhacen, la facesse loro conoscere e gustare. Dagli Arabi parimente derivano i progressi delle matematiche nella Germania, dove si sono veramente formate e cresciute in scienze perfette. Non fu egli quando Gerberto ritornò dalla Spagna istruito nelle arabiche discipline, che si videro queste coltivate nella Germania? Frutto certamente di quell'istruzione riputare si possono non solo le varie opere geometriche, astronomiche e di ogni sorta che compose Gerberto, ma lo zelo eziandio che egli mostrò nelle sue lettere per la promozione di tali scienze, e l'ardore che accese l'animo dei Tedeschi per la coltura delle medesime. Lo stesso imperadore Ottone scrisse a Gerberto, pregandolo di comunicargli i suoi lumi su l'aritmetica. Il vescovo di Utrecht Adelboldo indirizzò a Gerberto già papa un opuscolo su la maniera di ritrovare la grossezza di una sfera. Scrisse poco di poi nel secolo undecimo Ermanno Contratto su la quadratura del circolo, su la misura, e su l'utilità dell' astrolabio, e su le eclissi, e su altri punti astro-

Dei Tedeschi .

nomici, e in tutto fece grande uso delle arabiche cognizioni. e mostrò quanto fosse allora generale il magistero dei Saraceni . Fece fare Federigo secondo molte traduzioni dall'arabo, sì di autori Greci che di Arabi, e rese così più comuni e più estese le notizie di quelle scienze, che prima erano troppo ristrette, e confinate in pochissimi particolari. Vennero quindi Alberto Magno, venerato per molti secoli, e non senza ragione, per un portento di cognizione della natura, e Giordano Nemorario, stimato anche in tempi più illuminati; e si andò in tal guisa preparando la Germania a produrre col tempo il Purbach, il Regiomontano, il Copernico, che possono guardarsi come i veri ristoratori dell' astronomia, e di tutto lo studio matematico. Questo non dee meno all'Italia che alla Germania, e l'Italia più anche che la Germania riceve i Degli Italiani primi suoi lumi dalle scuole dei Saraceni, Gherardo carmonese, o cremonese che fosse, fu certo discepolo nelle matematiche degli Arabi nella Spagna, e maestro nelle medesime degli Italiani, e di altri Europei, e la sua Teorica dei Pianeti fu per molti secoli, come la Sfera di Giovanni di Sacrobosco, il libro copiato e ricopiato, letto e studiato da tutti gli astronomi, come dice lo stesso suo impugnatore il Regiomontano (a). Assai maggiore fu il merito di Campano di Novara, non tanto per la sua Teoria dei Pianeti, stimata anche Nurzer essa come quella di Gherardo, e come la Sfera di Sacrobosco, quanto pei suoi Commentarj su gli Elementi di Euclide, studiati anche nei tempi più illuminati e lodati, e in gran parte abbracciati dal celebre Clavio (b), e citati con istima anche posteriormente dal sublime geometra Viviani (c). E Campano, come tutti i matematici di quei secoli, andò, se Tom. IV.

<sup>(</sup>c) In Aristneum Praef-

re dagli Arabi o certo imparò dai loro libri le matematiche cognizioni; seguì in tutto la tradizione di questi, come osserva lo stesso Clavio (b), e ci diede l'Euclide, che egli prese da loro, e su in ogni cosa un matematico arabico. Campano e Gherardo giovarono certamente colle loro opere all' avanzamento di quegli studi. Ma che sono questi lor meriti rispetto al grande e singolare di Leonardo di Pisa, di avere introdotta l'algebra nell' Europa? Sconosciuta era l'opera di Diofanto, perduti i commentari d'Ipazia, e di altri Greci, e perita affatto ogni idea di tale scienza: se noi ora abbiamo un algebra, se questa è feconda madre delle più sublimi scoperte, se è divenuta il più utile ed opportuno stromento per l'avanzamento delle scienze, e per la coltura dello spirito. umano, tutto deesi agli Arabi, che coi lumi di Diofanto formarono quest'arte, ed a Leonardo, che avendola imparata dagli Arabi la comunicò generosamente al suoi nazionali. Quindi toscana su l'algebra per molto tempo, e poi si sparse pel resto dell'Italia, e divenne comune a tutta l'Europa; e questa, plù ancor che l'ottica, è un ramo delle matematiche che ha resi agli Europei copiosi frutti, ma che essi deggiono riguardare come intieramente dovuto alla penetrazione e al sapere dei musulmani. Professiamo dunque gratitudine e riconoscenza agli Arabi nostri maestri, e ripetiamo dalle loro scuole, dai loro scritti, dalle loro traduzioni la prima origine delle nostre scienze, e il vero ristoramento delle matematiche. Ma qualunque sossero i progressi satti dagli Europei coi lumi degli Arabi, quelli non furono che le prime mosse ancor languide e lente che presero i loro studi; nè erano da sperarsi notabili avanzamenti col solo ajuto di tali guide. Ai Greci pa-

(a) Hist, des Math. tom. 1. part. III. lib. 1.

dri e creatori di quegli studi, ai Greci maestri degli Arabi e dei Latini, ai Greci possessori del vero sapere, ai Greci biso-

gnava attenersi per potersi innalzare a sublimi e rapidi voli. Gli autori greci che allor maneggiavano gli Europei , tutti venivano dalle mani dei musulmani; gli Euclidi, o i Tolomei, che studiavano, non grano quei matematici Greci che tanti bei lumi avevano dati ai lor nazionali, ma erano, per così dire, scrittori arabici, divenuti tali nelle arabiche traduzioni, dalle quali si erano fatte le latine. D'uopo era dunque ricercare gli autori greci negli stessi fonti, studiarli nel proprio loro idioma, e tradurli dal testo originale. E questo incominciarono a fare nel secolo decimoquinto i Tedeschi e gl'Italiani. Sarebbe impresa non men nojosa e molesta ai lettori, che difficile e saticosa per noi il voler tessere un catalogo dei moltissimi traduttori, che recarono dal greco in latino i matematici greci: il solo Montucla, che pure suol esser parco in tali enumerazioni, ne riporta più che non bisogna, per mostrare che ne su soverchia dovizia: e noi soltanto diremo che il Regiomontano, il Maurolico, il Commandino furono i più stimabili, che quasi tutti i migliori matematici di quei tempi divennero anche i migliori traduttori, e che alle traduzioni che allor si fecero dal greco, si debbono riferire i rapidi progressi che sono poi venuti sì pienamente alle matematiche. Tanto giova in queste non solo la proposizione delle verità, ma forse più ancora la forma e maniera stessa di proporle, la connessione, e l'ordine nell'esposizione, l'eleganza, chiarezza, e forza nella dimostrazione.

E în verită quale immenso salto non videsi dai pochi e deboli matematici dei bassi secoli a quegli egregi e valenti eroi, che în tanta copia si sono presentatii dopo la più intima conoscenza e domestichezra coi Greci maestri? Il Regiomontano può dirii il primo autore di questa felice rivoluzione: nuova schiatta di matematici si vide sorgere dopo di lui di altra immaginazione, di altro ingegno, di altro ardor di ricerca, di altro spirito d'invienzione, che sembravano avere un altra

A vanumenti lelle moderne matematiche.

anima, ed essere di un indole, e di una natura diversa da quella dei precedenti. Più monta un solo Copernico, un Ticone, un Vieta, un Galileo, un Keplero che quanti Latini, Arabi e Greci sono fioriti dopo Tolomeo, Diofanto e Pappo. Anzi non solo con questi, ma cogli stessi antichi Greci loro maestri cominciarono net secolo decimosesto a gareggiare i moderni, e disputare loro il matematico principato, di cui erano stati per tanti secoli in tranquillo e pleno possesso. E perchè non potevano Ticone e Galileo guardarsi come superiori ad Ipparco ed a Tolomeo? Non emularon eglino il Vieta e il Keplero la gloria degli Archimedi e degli Apolloni? Non si avanzarono sopra gli antichi, benchè stando ancora su le stesse vie da loro aperte, il Guldino, Gregorio di san Vincenzo, l'Hevelio, il Bayero e tanti altri astronomi e geometri di quell'età? Quante verità, prima gelosamente nascoste, non si appalesarono da se stesse, quando cercate furono col nuovo metodo del Cavalieri e del Roberval? Apresi nuova scena per le matematiche al comparire il Cartesio, il Fermat, il Wallis, l'Ugenio; e cominciano a vedersi la terra e i cieli in un aspetto diverso, e sotto più grandiose e più vere sembianze. Ma cresce ancora sul finire del passato secolo, e al cominciare di questo l'onore di quelle scienze. Il Leibnitz, il Newton, il Cassini, il Flamsteed, l'Hallejo, i Bernoulli hanno coi loro calcoli colta nelle sue operazioni la natura, si sono resi padroni dei suoi arcani, e l'hanno sottomessa alle scientifiche loro leggi. Questa è l'epoca della vera gloria delle matematiche, questo è il punto del loro maggiore innalgamento: da quel tempo non corsero, ma volarono, e secero in pochi anni più progressi che in addietro non avevano fatti per molti secoli : non vi è stata provincia che non abbia prodotto qualche gran matematico, non vi è passato giorno, che non sia stato segnato con qualche illustre scoperta. Il Bradley , il Simson , il Bouguer , il Clairaut , il d' Alembert . Daniele Bernoulli , l' Eulero , il Boscovich , la Grange, la Place, e mille altri hanno fatto in pochi anni che il calcolo, la meccanica, l'idraulica, l'ottica, l'astronomia, la nautica, e perfino l'acustica che sembrava la men curata, si vedano non solo arricchite di nuove verità, ma eziandio accresciute di nuovi rami di scienze. Quanto non si aggrandisce l'idea dello spirito umano al considerare l'ampio e nobile stato, a cui dalle picciole scoperte di Pitagora e di Talete sono or levate le matematiche! Noi entreremo ad esaminare distintamente ciascuna delle loro classi, e vedremo i glorjosi avanzamenti che, per l'opera di tanti e sì nobili ingegni, hanno tutte ottenuti.

## APITOLO

## Dell' Aritmetica .

ualunque sia stato il primo popolo illustratore dell'aritmetica, o l'Egitto, come credevano Platone (a), Ecateo ed aritmetica. Aristagora (b); o la Fenicia, come dicono Strabone (c), Porfirio (d), e Proclo (e), e come pare più naturale, atteso il maggior bisogno che aveva di aritmetiche calcolazioni pel suo commercio; o qualsisia altro popolo che possa pretendere quest'onore, noi certo più non abbiamo alcuna notizia nè della origine di questa scienza, nè dei primi suoi progressi. Sappiamo soltanto, come già al suo tempo osservò Aristotele (f), che quasi tutte le nazioni con maravigliosa uniformità sono convenute in ridurre il conteggio ad uno stesso sistema di numerazione, e in abbracciare quasi tutte la decupla progressione. Di che cercando il citato Aristotele la ragione, crede

(b) Luett. in Proem. (c) Lib. XVI.

(d) In Vit. Pythag. (e) Comm. in Eucl-(f) Probl. XV.

potersi congetturare che sia nata tale decupla numerazione dal cominciare che tutti fanno comunemente a contare su le dita delle mani , le quali essendo soltanto dieci , possono avere dato luogo a tale combinazione (a). Sul qual proposito opportunamente riflette l'Hervas nella sua Aritmetica delle nazioni (b), che vari popoli americani danno il nome di una mano al numero cinque, e di due a quello di dieci; anzi soggiunge per maggiore conferma, che quei pochissimi che contano per ventine, quasi tutti sono selvaggi, i quali avendo ignudi anche i piedi, possono aggiungere le dieci dita di questi a quelle delle mani, e formare così il vicenale conteggio. Il fatto è, che non solo i popoli conosciuti al tempo di Aristotele, il quale ne eccettua soltanto uno dei Traci, che non sapeva passare oltre il quattro, ma anche quasi tutti gli altri scoperti posteriormente seguono un tal sistema di numerare. E questa universalità può provare assai chiaramente non essere stata questa un invenzione aritmetica di Pitagora, come taluno vorrebbe credere, ma una più antica e generale tradizione, fondata in qualche ragione della natura, quale potrebbe giustamente credersi la sopraccennata di Aristotele. Pitagora

è bensì stato il primo che sappiamo aver fatto studio su le diverse combinazioni dei numeri; ed egli che recò molta perfezione a tutta la matematica, si dedicò singolarmente a quella sua parte che è l'aritmetica, come leggiamo in Laergio (c). Che se i critici possono aver ragione di dubitare che egli scrivesse dei numeri, come vogliono il Malala (d), sant' Isidoro (e), e il Cedreno (f), certo è nondimeno, che molte cose insegnò ai suoi discepoli intorno a questa materia, e che la dottrina dei numeri tutta è pitagorica. Vero è, che l'aritmetica di Pitagora era in gran parte simbolica e misteriosa,

<sup>(</sup>a) 1bid-(6) Att. 1.

<sup>(</sup>c) In Pythag. XI.

<sup>(</sup>e) Orig. 111. c. 11.

<sup>(</sup>f) Comp. hist.

e che troppo egli si occupava nel dare ai numeri molti sensi allegorici. Il Meursio (a), dietro la scorta di altri non pochi, ha raccolti i vari sensi, che ad ogni numero davano i pitagorici : e fa in verità maraviglia che uomini grandi, quali erano certamente Pitagora e molti dei suoi seguaci, potessero perdersi dietro a sì vane immaginazioni. Pur nondimeno l'esaminar tanto i numeri, il contemplarli, il rivolgerli, il combinarli doveva far nascere varie utili speculazioni; e se vani furono quegli studi per la sognata lor teologia, servirono all' aritmetica, per iscoprire molte curiose ed interessanti verità, che senza tali ricerche sarebbono rimaste per molto tempo sconosciute e nascoste. Alcuni vogliono che Pitagora, veneratore della tetratti, o del numero quadernario, contasse sol- Tetrati piratanto su quattro numeri, ritornando all'unità dopo i quattro, come noi usiamo coi dieci. E infatti il Weigelio (b), il Wallis (c), ed alcuni altri hanno cercato di far tutti i conti coll' uso di soli quattro numeri, e di formare una aritmetica quaternaria, quale credeva il Weigelio che fosse stata la pitagorica. Ma come che ing egnose sieno e lodevoli queste combinazioni, non sembra però che possano fondatamente attribuirsi a Pitagora il quale, per quante memorie ci rimangono degli antichi, adoperava, come noi, dieci numeri, e trovava non solo nei quattro primi, ma eziandio in tutti gli altri curiosi e particolari misteri. Che se con qualche distinta considerazione riguardava il quadernario, ciò sarà stato soltanto, perchè nei primi quattro numeri in guise diverse combinati si possono trovare tutti i dieci, non perchè egli si fermasse nei soli quattro senza adoperare gli altri . Se Pitagora avesse contato soltanto con quattro numeri, è egli credibile, che Aristotele non l'avesse accennato, dove, cercando (d) le ragioni per cui tutti generalmente adoperino i dieci numeri,

<sup>(</sup>a) De denario Pythag.

<sup>(</sup>b) Tetract. Pythag.

<sup>(</sup>e) App. tom. I. (d) Probl. XV.

altro non ne eccettua che un popolo della Tracia, il quale usava appunto di soli quattro, ma per rozzezza e stupidità? Egli pure cita in quel luogo i pitagorici, ma per una ragione affatto contraria, e che suppone il conteggio pei dieci numeri. Archita tarentino, celebre pitagorico, scrisse un opera citata da Teone smirneo col titolo Della decina, Mepi d'enzdos; e Boezio (a) dice che, per l'amore che portava Pitagora verso il numero decennario, Archita pitagorico costituì dieci predicamenti. Tutto questo prova abbastanza, che non il numero-quadernario soltanto usasse Pitagora, ma che seguisse come tutti gli altri il decennario. Un passo di Boezio alla fine del primo libro della geometria sotto il titolo Euclidis Megarensis Geometria ab Anitio Severino Boetio translata, ci narra l'istituzione dell'abaco inventato dai pitagorici, ed ha fatto credere a molti che questi avessero conosciuto, ed usato le cifre e l'aritmetica arabica. .. I pitagorici, dice Boen zio, per non fallare nelle moltipliche, nelle divisioni e nel-, le misure ( così pare che debba intendersi il podismis ) co-20 me erano in tutto ingegnosissimi e sottilissimi, immaginaro-,, no una certa formola, che per onore del loro maestro chia-, mavano Tavola pitagorica, e che gli altri dicono Abaco ... Quindi, riportata questa tavola, entra a spiegare la maniera, con cui l'usavano, e dice che avevano certi apici diversamente formati, o certi caratteri che corrispondevano ai numeri, e che posti in diverse linee facevano nascere maggiore, o minor numero. Da questa tavola, e da questa dottrina vogliono molti riconoscere presso gli antichi le cifre da noi dette arabiche, e l'uso dell'arabica aritmetica. Infatti in molti codici antichi si riporta una tavola colle cifre arabiche assai espresse :

e la dottrina che per l'uso di quella tavola adduce poi lo stesso Boezio, vuolsi da molti che pienamente convenga alla nostra forma di conteggiare. Ma è egli poi così realmente?

Abaco pitage-

Cifre numerali non conosciute dai pitagorici

(a) Arith, lib. II. c. XLI.

e da quella tavola e da quel passo si può egli chiaramente conchiudere l'uso delle cifre, e dell'aritmetica arabica ? Tre copie diverse ho vedute di tale tavola, prese da tre diversi codici antichi , uno della Vaticana del secolo decimo num. 3123. altro dell'Ottoboniana Vaticana del decimoterzo num. 1862., e il terzo della Barberina del duodecimo num. 830., e tutte tre intieramente diverse dall' abaco comune, o dalla tavola impressa nell'edizione di Basilea, e tutte altresì fra lor discrepanti, nè in modo alcuno coerenti coll'aggiunta dottrina dello stesso Boezio. Vedonsi in esse sulla prima riga i numeri somiglianti agli arabici, ma su le altre non trovansi che i romani, con qualche lettera che può parer greca, e con certi segni, che non sono più per noi intelligibili. I numeri della prima riga sono accompagnati da certi nomi, come Igin, Andras, Ormis, Arbas, Quimas, Caltis, Zenis, Zemenias, Scelentis, che hanno dell'arabo e dell'ebraico, e che possono credersi alterati dagli arabici, ma che non portano la più picciola somiglianza coi greci. L'ordine stesso, e la collocazione dei numeri da destra a sinistra mostra tosto un origine orientale. E tutto prova, che la tavola descritta nei codici di Boezio non è certamente dei discepoli di Pitagora, nè anche dello stesso Boezio, ma introdotta posteriormente da chi aveva ricevute dagli Arabi, o dagli Ebrei, loro discepoli, le arabiche cifre. Infatti in altri codici non vedonsi tali cifre, ma soltanto i caratteri romani, come di alcuni asserisce il Wallis (a), e come osservasi in una simile tavola, che vedesi in un codice della Laurenziana, che contiene non già l'opera di Boezio, di cui ora parliamo, ma la sua picciola geometria col titolo Liber de Geometria, assai più estesa però che la stampara, arricchita di figure geometriche, e accresciuta di tre libri. Che se al principio del sopraccitato codice della Barbe-Tom. IV.

(a) In Afg. cap. IV.

rina si uniscono a quelle note, ed all'alterato loro nome orientale le corrispondenti lettere greche, come mi fa osservare il ch. abate Marini in un suo foglio, questo non prova che dalle lettere greche sieno derivati i numeri arabici, come l' Uegio (a), e qualche altro hanno preteso, ma soltanto che volle il copista farvi mostra della sua erudizione, facendo vedere che sapeva anche quali fossero i greci segni di tali numeri; poichè in tutto il resto di quella tavola non più si adoprano i greci caratteri, ne vedonsi che i romani. Ne più so intendere come vogliasi dire . che la dottrina aggiuntavi di Boerio si possa adattare all'aritmetica arabica. Come fare in questa a spargere come polvere quelle note nelle moltipliche e nelle divisioni, come ei dice, che facevano i pitagorici? Che dire poi del diligente esame che egli richiede, per sapere a quale pagina debbano aggiungersi i diti, o sieno le unità, a quale gli articoli o le decine? Che di quei moltiplicatori singolari. deceni, centeni ec., e dei diversi loro diti ed articoli? Qual uso potremo noi fare di tutta questa dottrina nelle moltipliche e divisioni? Come adattare una sola linea di tutto quel passo al nostro modo di conteggiare? Quanto più prendo ad esaminare tutte le parole del testo di Boezio , tanto più lo ritrovo mal inteso da chi vuole quivi riconoscere l'aritmetica arabica. Prova, a mio giudizio, evidente di non averne parlato Boezio è il vedere, che sant'Isidoro che conosceva le sue opere, dice bensì (b), che le lettere presso i Greci compongono le parole, e fanno i numeri, ma niente accenna mai delle cifre : che Beda , erudito aritmetico e versatissimo nelle opere di Boezio, parla dei numeri e delle note numerali, ma solsanto delle sette lettere romane colle sapute combinazioni, niente mai dice delle cifre volgari, niente dell'or riferito passo che avrebbe certo dovuto citare, se portasse questo una dottrina affatto diversa dalla spiegata da lui negli aritmetici

<sup>(</sup>a) Demonstr. evang. prop. IV.

suoi opuscoli; e che niuno in somma di quanti dopo Boezio scrissero di note romane e di aritmetica, non fece mai motto di tali cifre, nè pensò mai di riportare quel passo. Il vedere un numero or dito, or articolo, o, come spiega lo stesso Boezio, or unità, or decina, ha abbagliati tali scrittori, ed ha fatto lor credere di riconoscervi, come nelle nostre cifre, lo stesso numero levato a decina coll'aggiunta di un zero, e a centinajo con due. Ma quanto è diverso il senso di Boezio. e quanto lontana dalla nostra pratica la dottrina per noi inutilissima, e per gli antichi non molto interessante di tutto quel lungo passo! Questa sembra soltanto diretta ad insegnare dove debbano riporsi nei diversi moltiplicatori, e moltiplicandi le unità e le decine, o i diti e gli articoli, e che se il 2., per esempio, moltiplicherà dieci, sarà il dito nelle decine, e l'articolo nelle centinaja; ma se moltiplicherà cento, sarà il dito nelle centinaja, e l'articolo nelle migliaja, e così di tutti gli altri; dottrina, che poteva forse giovare all'intelligenza dell'aritmetica digitale, nella quale occupavansi gli antichi, come si vede in Beda (a) e in altri scrittori, ma che niente serve alla dotta pratica delle moltipliche e divisioni, nè al buon uso della tavola pitagorica, quale viene spiegata da altri scrittori, e quale è conosciuta da tutti comunemente. Onde sembra potersi conchiudere, senza taccia di temerità, che non è stato bene inteso da tali scrittori il passo di Boerio, nè giustamente spiegata, e forse nemmen capita dallo stesso Boezio la tavola pitagorica, alla quale per nessun conto conviene l'aggiunta sua dottrina; ciò che non dovrà fare gran maraviglia a chi abbia qualche non superficiale cognizione delle opere dei Latini in queste materie. Ma ad ogni modo però da questo passo di Boezio, come da altri scrittori, possiamo vedere che, se non sono i pitagorici gl'inventori delle  $f_2$ 

(a) De log. per gest. dig. etc.

nostre cifre, ad essi certo deesi realmente riferire l'invenzione dell'abaco, che di tanto uso è stato per le operazioni dell'aritmetica, e che a Pitagora ed ai pitagorici è debitrice quella scienza dei maggiori suoi progressi. Non parlerò delle opere aritmetiche di Telauge (a), di Archita e di altri pitagorici riportate dal Fabrizio (b), le quali certo avranno molto giovato a rendere più comuni i lumi di quella scienza, ma che sono per noi perite. Noi vediamo ancora in Platone, seguace anche esso della dottrina di Pitagora, a quante sottili ed utili combinazioni si fossero già a quel tempo innoltrate le speculazioni degli aritmetici. Il celebre arabo Alkindi che molto scrisse su l'aritmetica, ci diede un opera in particolare su i numeri armonici riportati da Platone nel solo Timeo (c); e questo inoltre nel Teeteto, e in molti altri dialoghi sa vedere il possesso, che allor avevasi della dottrina delle proporzioni, e di molte numeriche operazioni. Aristotele pure, anche in opere dove meno sembra che si debbano aspettare, fa sovente allusioni e richiami alle dottrine aritmetiche. e ci mostra assai chiaramente quanto esse fossero fin d'allora conosciute, e comuni presso i Greci suoi lettori. Da tutto questo potrassi giustamente dedurre, che già a quei tempi avrà data quella scienza degno argomento a più libri di storia, come infatti sappiamo essersene scritti alcuni da Eudemo, e da Teofrasto (d). Ma la prima opera che noi abbiamo da potersi realmente dire aritmetica, venne dopo Eudemo e Teofrasto, e sono alcuni libri degli elementi di Euclide (e), i quali versano intorno a questa materia, e provano quanto fin da quel tempo si sosse avanzata tale scienza, quante ingegnose ed utili combinazioni si fosser già fatte su le proprietà dei diversi numeri, e delle varie proporzioni, e dei moltiplici ri-

Euclide .

(a) Suid. in Thelauget. (b) Bibl. gr. lib. 11. c. XIII. (c) Arab. phil. bibl. (d) Lacrt. in Theophy. (e) VII. VIII. IX. sultati che ne derivano, e quante giuste ed avvedute regole si fossero prescritte per ritrovare i richiesti numeri, e misurare le proposte quantità.

Una luminosa prova dei progressi di quella scienza diede poco di poi Archimede. Il suo Psammite, ossia del numero dei grani di arena, è uno sforzo di aritmetica, in cui a disinganno degli ignoranti di tali materie, i quali credevano non esservi numeri abbastanza per esprimere la quantità dei grani di arena, che si trovano nelle spiaggie del mare, prova che, ancor quando fosse pieno di tali grani uno spazio maggiore di tutto l'universo allor conosciuto, il cinquantesimo termine di una progressione decupla crescente sarebbe stato più che bastante per esprimere la ricercata quantità. Forza e sodezza d'ingegno volevasi in Archimede per giungere a tali determinazioni; ma d'uopo era altrest di non poca finezza e persezione dell'arte, per poter cogliere tanta esattezza; ed una sì vasta e difficile operazione prova i molti progressi ed avanzamenti, che aveva già fatti l'aritmetica. In questo stato di perfezione dell'arte cercò Eratostene di aggiungeryl la facilità nell'operazione, e inventò un cribro aritmetico, mentovato da Nicomaco (a), e da Boezio (b), che può risguardarsi a ragione come la prima invenzione dell'aritmetica istrumentale. Questo cribro è una tavola dei numeri dispari coll' aggiunta dei divisori comuni ai composti, per distinguere i numeri primi e semplici dai secondi e composti; operazione or comune e di poca utilità, ma allora non poco sublime e sempre molto ingegnosa. A questa invenzione di Eratostene sece anche nel passato secolo le sue annotazioni Giovanni Fello vescovo di Oxford, come dice il Fabrizio (c), e più recentemente lavorò non poco intorno alla medesima il dotto matematico Pell, come impariamo da una lettera del Leib-

<sup>(</sup>a) Arith.

<sup>(6)</sup> Arith. lib. L. c. XVII.

<sup>(</sup>e) Bibl. gr. lib. IV. c. XXI. 5. 111.

42

nitz (a); ciò che prova quanta stima si fosse acquistata quel cribro di Eratostene dai giusti conoscitori dei matematici pregi . Ma per quanto grandi fossero i meriti verso l'aritmetica di Euclide, di Archimede e di Eratostene, quegli che ottenne la maggiore celebrità, quegli che in qualche modo venne chiamato per distinzione l'aritmetico, fu Nicomaco scrittore di tempo incerto, ma che può dirsi del principio dell'era cristiana. Commenti ed illustrazioni dei Greci, traduzioni, abbreviazioni, ed anche ampliazioni e spiegazioni dei pochi Latini che le potevano capire, e degli Arabi, assai più intendenti dei Latini in tali materie, sono una chiara prova del conto, in cui furono tenute da tutti le opere aritmetiche di Nicomaco. E in verità, come che or poco interessante riesca la sua dottrina, reca pure molto piacere l'osservare l'ingegno dei primi filosofi greci, che seppero formare tante, e sì vaghe combinazioni di numeri pari e dispari, primi e secondi, semplici e composti, perfetti e imperfetti, e tanti altri diversi, produrre tanti e sì curiosi numeri poligoni, trovare tante proporzioni, e scoprire da per tutto sì piacevoli, sì sottili e sorprendenti proprietà. Più utile e più vantaggiosa per l'avanzamento dell'aritmetica è stata la dottrina di Diofanto, il Leibnitz o il Newton degli antichi in questa parte. Egli non fermasi, come Nicomaco, a spiegare le proprietà dei numeri diversi, ma supponendo in brevi definizioni le dottrine teoriche degli aritmetici, entra nella pratica, e corre di volo di questione in questione, sciogliendole tutte con sodezza ed acutezza d'ingegno, e spargendo copiosi lumi per la risoluzione di molte altre. Ad ogni libro si va innoltrando în ricerche più ardue e difficili, e accennando, nelle sue dottissime soluzioni, îngegnosi e sicuri metodi di spiegarle; e noi dobbiamo tanto più dolerci della perdita dei sei libri che mancano, quanto che, per quelli che esistono, più fondatamente possiamo crede-

Diotant

(4) Ad Oldemburg. 27. Aug. 1676,

re, che vi si trovassero molto più oltre distesì i confini dell' artimetica. Certo egli è, che in nessuno degli antichi si vede quella sciolta franchezza, quel pieno possesso, quell'occhio acuto e sicuro per volgere, e rivolgere a suo grado le questioni di quella scienza, che ouservai in Diofanto. Ma la sua aritmetica è algebraica, e noi dovremo tornar a parlarne al trattare dell'algebra. Dopo Diofanto poco più abbismo in questa materia che un frammento di Teone smiraco, il quale più serve per intendere gli scritti di Platone e degli altri antichi, che per far avanzare l'aritmetica, e alcuni pezzi dei primi libri delle Raccolte matematiche di Pappo, dove le dottrine aritmetiche degli antichi dottament riportansi. Onde a Pitagora e da i pitagorici, ad Euclide, ad Archimede, ad Eratostene, a Nicomaco e a Diofanto possiamo noi giuttamente riferire tutta la dottrina aritmetica del Greci.

Questa stessa servì eziandio pei Latini, i quali non avevano la miglior opera aritmetica di quella di Boezio; e que- Latini. sta, come egli stesso confessa (a), non è che la dottrina, ed anzi l'opera stessa di Nicomaco, tradotta in latino liberamente, ed or abbreviata, or distesa, secondo che meglio a lui piacque, per darci la giusta intelligenza della materia; della quale opera di Nicomaco avevano anche prima un altra traduzione i Latini, dovuta all'africano Apulejo. Ne Marciano Capella, ne il vero o falso Agostino, ne Cassiodoro, ne sant' Isidoro, ne verun altro di quei Latini che, per formare il loro quadrivio, scrissero trattati dell'aritmetica, non meritano di essere collocati fra gli scrittori di quella scienza. Solo il celebre Beda sul principio del secolo ottavo trattò dei numeri, e della maniera di conteggiare, propose quesiti numerici, e ne diede le soluzioni, e scrisse in modo di quelle materie, che potè ajutare lo studio di chi volesse apprendere tale arte, e dar qualche lume alla nostra curiosità, per ravvisare

ritmetica del atini

(a) Arith. pracf.

dopo tanti secoli le operazioni aritmetiche degli satichi. Questi avezano anche in uso un arte detta dattilionomia, abbandonata poi dai moderai, quella cioè di contare colle dita, adoperando in vece dei caratteri le varie inflessioni, e situazioni di queste, e formando così vari calcoli 3 della qual arte sopra tutti gli antichi scrisse più distinsamente il medesimo Beda, e de è stato poi seguito dal Nebristense (a), dal Wover (b), e da altri moderni.

Aritmetica de

Più assai che a Beda e a tutti i Latini dee l'aritmetica agli Arabi, unici posseditori per molti secoli delle matematiche cognizioni. Infiniti sono i Saraceni che illustrarono coi loro scritti tali materie, ed ottennero in esse singolar nome. Gran grido levò Thebit ben Corrah, e le sue opere aritmetiche dei numeri poligoni, e di quei che si moltiplicano all'infinito, della proporzione composta, e dell'epitome dei libri di Nicomaco erano studiate come magistrali e classiche in quella scienza. Abi Abdalla Moamad fu chiamato per distinzione l'aritmetico. Abu Barga ottenne particolarmente il nome di calcolatore, si distinse sì nella cognizione e scienza dei numezi, che nell'arte di maneggiarli, e nell'erudizione che spetta i medesimi, e non solo seppe vedere le proprietà e le ragioni dei numeri, ma immaginò altresì nuove maniere di combinarli, ed arricchi di nuove notizie e di nuovi metodi l'aritmetica. Noi adoperiamo ancora nei nostri calcoli la regola di falsa posizione, detta anche di elcatain, nella quale prendendo ad arbitrio un numero, e vedendosene il risultato, si fa poi la regola di tre, e si ritrova il vero numero che si cerca; e questa regola è dovuta agli Arabi, come dal nome stesso apparisce, e come attesta Luca di Borgo (c), il quale dietro a Leonardo da Pisa la riporta come arabica invenzione unitamente ad alcune altre su le stesse materie. Ma la mag-

<sup>(</sup>a) De digie. suppost-

<sup>(</sup>c) Somm. d' Arium. e di Geom.

<sup>(</sup>b) Polymath.

giore obbligazione della nostra aritmetica verso i Saraceni viene dall'introduzione che loro deesi, delle cifre numerali e della maniera di adoperarle: sarebbe ancora imperfetta e balbuziente l'aritmetica pratica, se non avesse la speditezza e l'ajuto di tali cifre. Dove è da avvertire, che non sono i segni o le figure soltanto, che hannosi a considerare nelle cifre: è il facil uso, è lo spedito maneggio, è il chiaro e sicuro metodo di fare con esse le più difficili operazioni che rende utile, pregevole ed interessante la loro invenzione. La vastità e la copia delle materie non ci permette di tessere quì una breve storia dei segni numerali degli antichi la quale, benchè non inopportuna al presente trattato, potrebbe nondimeno parere più filologica che matematica: e l'abbiamo già assai ampiamente distesa dal Bevereggio (a) e da altri, sebbene forse si potrebbe ancor aggiungere ai lor trattati qualche notizia, e qualche non inutile riflessione.

Verremo dunque dirittamente alle cifre, da noi ora chiamate arabiche, che deono più interessare la curiosità dei matematici. Noi abbiamo parlato altrove con tanta diffusione di questo punto (6), e tante ragioni e tanti monumenti abbiamo addotti per provare, che le cifre sono venute dagl' Indiani, e per mezzo degli Arabi trasmesse agli Europei, che oziosa cona sarebbe il ritornare ora su questa materia, se non fosserto, quasi contemporaneamente alla nostra stampa, suciti sostenere un origine diversa di quelle cifre due celebri scrittori, il Villoizon (c) e l'Adler (d), e non fossero stati lodati e seguiti da altri. Tutto il fondamento di questi scrittori si appoggia agli argomenti della Dissertazione matematico-critica di un anonimo, stampata nella Raccolta ecologeriana in Ve-

Non dai Ro-

(a) Arithm. chronol. lib. J. (b) Tom. I. c. X.

Tom. IV.

(a) Aneed, gr. ec. p. 152, ec. (d) Mus. Cuf. Borg. p. 87. ec. nezia 1753. (a), ed è da far maraviglia come ragioni sì deboli, e talor anche false abbiano potuto indurre uomini veramente eruditi ad una sì decisa asseverazione. Nelle sigle lapidarie e nelle note librarie, dice l'anonimo, adoperavano gli antichi quelle cifre . Sì; ma basta leggere Valerio Probo e i molti antichi, che per sette e più secoli scrissero intorno all' interpretazione delle note romane, i quali si riportano nella Raccolta dei grammatici latini del Gotofredo; basta leggere il Nicolai , l'Orsato e gli altri moderni , che spiegano le sigle lapidarie degli antichi, per conchiudere, che non può ragionevolmente addursi a questo proposito l'esempio delle note lapidarie e librarie: si usano bensì i segni 3. 7. 9., e altri dei nostri numerali per molti e diversissimi significati, ma non mai per segnare i numeri. Anzi, dove si parla delle note numerali, si riportano le solite lettere romane con altri segni, che poi altro non sono che alterazioni di quelle lettere, ma non mai le cifre volgari; e non la mera apparenza e figura, ma l'applicazione e l'uso ricercasi per poter dare a tali cifre la romana cittadinanza. Anche gli Arabi avevano nel loro alfabeto , nella nunnazione 69., e parecchie altre lettere somigliantissime alle cifre; pur non per quella somiglianza, ma solo per l'uso posteriore della pratica aritmetica deriviamo noi dagli Arabi le cifre numerali. Che se l'erudito anonimo riporta alcune iscrizioni, nelle quali il 7. sembra prendersi per un numero, oltre che tutte soffrono qualche eccezione onde poter rigettare la loro autorità, si può dire fondatamente altro non essere quel segno che l'V latino, ossia il cinque malamente formato, secondo l'uso pur troppo assai comune degli incisori di sconciare molti caratteri. All'argomento dell'uso di tali cifre nelle note romane aggiunge l'anonimo quello della cognizione delle medesime negli antichi aritmetici, ma colla medesima insussistenza e senza maggiore ap-

(a) Race. di Opusc. ec. tom. XLVIII.

parenza di verità. Cita egli Diofanto (a) come non ignaro di tali note, mentre poco prima (b) l'aveva citato come chi non ne avesse mai avuto il menomo sentore. Cita (c) tutti i passi dell'aritmetica di Boezio, dove vediamo le cifre nelle stampe e nei recenti codici, quasi che queste abbiano tanta connessione colle operazioni fatte da lui, che sarebbe affatto impossibile il pretendere separarle: ma chiunque vorrà fare la prova di eseguire senza cifre, coi numeri romani, le medesime operazioni, vedrà quanto facilmente si può superare l'immaginato impossibile. Al passo della geometria dello stesso Boezio. da lui anche riferito, abbiamo di sopra risposto abbastanza, nè vogliamo dar nuova noia ai lettori col ritornare su le cose già dette. Più lungamente parleremo ora di Gerberto, citato anche esso, poco opportunamente dall'erudito anonimo, come conoscitore delle cifre numeriche, e come seguace in questa parte di Boezio, non degli Arabi. Ma è egli poi vero, che Gerberto conoscesse le cifre e la nostra aritmetica? Io ho lette tutte le lettere e le opere matematiche edite di Gerberto, conobbe. e non ve ne scorgo verun indizio. La premura, con cui l'Imperadore Ottone lo prega di volergli insegnare il libro dell' aritmetica, potrà forse far credere, che Gerberto ne avesse una superiore a quella che allor conoscevasi, e che questa fosse l'arabica, come vuole dire anche il Wallis (d). Ma io rifletto nella sua risposta (e), che Ottone non faceva sì viva richiesta, se non perchè aveva alcuni pregiudizi su la supposta forza dei numeri. L'unico tratto che si suole citare a questo proposito, è la lettera CLXI. di Gerberto a Costantino, perchè in essa dice, che un medesimo numero or è semplice, or composto, or dito, or articolo. Ma è da osservarsi, ciò che

<sup>(</sup>c) Pag. 47.

<sup>(</sup>d) Algebr. cap. 1V.

<sup>(</sup>e) Ep. CLIV.

non vedo riflettuto nè dai matematici, nè dai critici, che tale lettera riportata fra le gerberziane è quella medesima affatto, che si ritrova nelle opere di Beda al principio del libro De numerorum divisione ad Constantinum. Il Wallis fa più forza su questa lettera, perchè Giambattista Masson, primo editore di tali lettere, vi aggiunge in una nota, che questa lettera era prefissa a un suo libretto de numerorum divisione, cui initium est, dice, de simplici. Si multiplicaveris singularem, etc. il quale libretto manoscritto era in mano dello stesso Masson, e il Wallis si duole che non più si sappia dove esista (a). Ma questo libretto appunto è quello che leggiamo nel primo tomo delle opere di Beda seguitamente alla detta lettera a Costantino. Non entrerò quì a discutere, se questo trattatello colla prefissa lettera sia da riporsi fra le opere di Gerberto, ovvero fra quelle di Beda; sebbene non vedo perche torsi a Beda ciò che tanti editori gli hanno senza alcun contrasto attribuito, per trasserirlo a Gerberto, il quale non ha altro a suo favore che il codice posseduto dal Masson, che poi non è stato da altri veduto. Ma dirò bensì, che se nessuno in tanti secoli ha mai pensato di accordare a Beda la cognizione delle cifre per l'espressioni di quella lettera, perchè si vorrà dare alle medesime tanta forza nella penna di Gerberto. E infatti chiunque leggerà quell'opuscolo vedrà quanto è lontano da ogni menomo segno di aritmetica arabica. Noi abbiamo detto di sopra, parlando del passo della geometria di Boezio, in qual guisa uno stesso numero diventi or articolo, or dito, senza che vi entrino per niente le cifre: e come mai potranno queste far diventare or semplice, or composto un numero che non lo sia ugualmente in caratteri romani, e in qualunque altri? Più può provare al presente argomento il passo di Guglielmo di Malesbury (b), dove dice le molte cognizioni che acquistò Gerberto nella Spagna, e ripor-

<sup>(</sup>a) Ivi . (b) Hist. Angl. lib. II.

tò nelle Gallie, una delle quali era l'abaco, rapito da lui ai Saraceni, con certe regole che facevano sudare gli abachisti . Forse quest' abaco e queste regole saranno state le cifre, e l'aritmetica arabica, ciò che per altro non ardisco decidere: ma se così è realmente, chi non vede che queste gli vennero dagli Arabi, non da Boezio? Ma egli stesso ci dice (a), osserva l'anonimo (b), che segue nell'aritmetica Boegio, non già i Saraceni. E perchè mai lasciarsi condurre sì ciecamente dall' amore della propria opinione, e far dire agli autori ciò che essi non pensarono mai di dire? Gerberto in tutto quel passo altro non dice, se non che la geometria occupa il terzo luogo nell'ordine delle matematiche: ma ch'egli non darà la ragione di quest' ordine delle matematiche, perchè già Boezio nel principio della sua aritmetica l'aveva spiegata assai chiara mente. Come dunque da questo passo, sì lontano dal nostro argomento, si potrà mai conchiudere, che Gerberto per le cifre numerali Boethium, non vero arabas magistros esse secutum? Non asserirò che Gerberto conoscesse, e insegnasse agli Europei la nostra aritmetica, come si dice comunemente: ma dirò bensì che, se così fu in realtà, egli certamente la imparò dagli Arabi, o dagli Spagnuoli loro discepoli. Non seguirò a confutare le sviste e gli equivoci, in cui cadde l'anonimo, e fece cadere il Villoison e l'Adler, che quasi ogni sua parola ciecamente abbracciarono, ma conchiuderò soltanto, che possiamo con tutta giustizia lasciare agli Arabi il merito di averci comunicate le cifre numerali, che sì comode riescono per le aritmetiche operazioni, e possiamo anche con uguale diritto conservare agli Indiani l'onore dell'invenzione delle medesime, che loro abbiamo accordato (c) coll' autorità degli stessi Arabi, dei Greci e dei moderni. Resta finalmente, per terminare questo discorso che potrà sembrar

<sup>(</sup>a) Gcom. in pract.

<sup>(</sup>c) Tom. I. c. X.

troppo lungo, il fissare il tempo, in cui cominciarono gli Arabi ad usar tali cifre.

Epoca dell'introduziene di tali cifre pres-

· L'Adler (a) dice, che si vuole comunemente, che gli Arabi le prendessero nelle guerre cogli Indiani nel secolo undecimo; ma che egli crede, che da una moneta del museo borgiano, dove legge le cifre 585., ovvero 679., si possa con molta verisimiglianza determinare il tempo dell' introduzione presso gli Arabi di quelle cifre, e che questo sia l'anno 1189. o 1280.. Non so, a dire il vero, nè che volgarmente si determini tal epoca nel secolo undecimo, nè che con tali monumenti o ragioni si possa ciò fare. Dirò bensì riguardo all'epoca da lui immaginata per la moneta borgiana, che nè vi si può leggere assolutamente ciò che egli vuole, ed egli stesso infatti è incerto se legger debba 585., ovvero 679., e certamente in vista della stampa della moneta, dove probabilmente avrà fatto esprimere più chiaramente ciò che nel metallo sarà stato più oscuro, non vi si può leggere distintamente ne l'uno, ne l'altro; nè ancor leggendovisi realmente 585. o 679., corrisponde esattissimamente ai 1189. o 1280., come egli dice (b); ed ancor quando così sosse, non però, l'essere questa la prima moneta da lui veduta colle cifre numeriche, può servire di prova di essere stata quella l'epoca dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi. Chi non sa che nelle monete, e nei pubblici monumenti si seguono gli usi e le formole stabilite e costanti, nè si ricevono facilmente le novità? Quanti secoli sono state usate fra noi nei privati scritti le cifre arabiche. senza che mai si adoperassero nei diplomi o nei pubblici monumenti? Non ardirò di fissare con precisione il vero tempo dell'introduzione di tali cifre presso gli Arabi; ma si potrà congetturare con qualche probabilità, che sino dal tempo di Aroun Raschid, e molto più in quello di Almamon, quando si intraprendevano spedizioni letterarie all'India per acquistare

(a) Mus. Cuf. Borgian. cc. p. 37.

(b) Pag. 73-

i lumi scientifici, che conservavano i Bracmani, quando si facevano traduzioni dei libri astronomici, e di altri degli Indiani, quando in somma avidamente si abbracciava quanto poteva servire alla coltura, ed all' istruzione degli studiosi Arabi, che allora appunto coll'astronomia, e con molte altre filosofiche cognizioni degl'Indiani, si acquistasse anche la loro aritmetica. Vediamo infatti, che Alkindi fino dallo stesso secolo nono scrisse già Dell' Aritmetica indiana, che nel seguente Almogetabi diede un trattato più diffuso Dell'Arte dei numeri indiani, ed altro Alkarabisi della Maniera di conteggiare degli Indiani; che al principio dell'undecimo entrò già il celebre Alhassan a disviluppare, non solo la mera pratica di quell' aritmetica , ma i principi stessi eziandio del conteggio degli Indiani; e che in somma era già assai comune a tutti gli Arabi l'aritmetica indiana molto prima di tutte l'epoche accennate dall'Adler: e che giustamente possiamo riportare al secolo ottavo l'introduzione della medesima in quella studiosa nazione. Dagli Arabi presero gli Spagnuoli l'uso di quelle cifre; e il Terreros nella Paleografia spagnuola (a), ovvero il Burriel, che gliene somministrò i materiali, spiegando uno scritto del 1136. di una traduzione di Tolomeo, riportato nella tavola XII., dice, che questo è uno degli scritti più antichi, in cui si scorgano le cifre numerali, le quali, soggiunge, si vedono in quasi tutti i manoscritti matematici di quell' età, ma non negli altri libri o stromenti, e nè anche nei conti stessi, nei quali seguitavansi ad adoperare i numeri castigliani, che erano i romani, con picciolissimo cambiamento. A quel medesimo secolo attribuisce il Wallis l'introduzione di quei numeri nell' Inghilterra, al ritorno degl' Inglesi Atelardo , Roberto Resinense , Guglielmo dei Conchi , Daride , Morlac, ed altri che si erano portati nella Spagna per imparare tali scienze, ed al principio del seguente secolo riporta

Propagazione delle cifre arabiche

(a) Pag. 102.

i libri di Giovanni di Sacrobosco e di altri Inglesi che di tale aritmetica ne fecero molto uso (a). E sebbene va egli poi rintracciando alcune epoche alquanto anteriori, ciò è solo per congetture non abbastanza fondate, come abbiamo detto di sopra. Dagli Arabi prese pure le stesse cifre Leonardo da Pisa alla fine del secolo duodecimo, e ne fece dotto uso nel pregevole suo codice esistente nella Magliabecchiana (\*). Dagli Arabi le riceverono anche i Greci; e Massimo Planude scrisse un opera per i spiegare l'arte di usarle. Tutta l'Europa in somma dee agli Arabi il benefizio di queste cifre, che tanto utili, ed eziandio necessarie sono state ai progressi dell' aritmetica. Che avanzamenti poteva far questa inceppata col legame imbarazzante dei numeri romani, disadatti, come giustamente riflette l'Uezio (b), alle aritmetiche operazioni? Era mai da sperare che giungesse ai sublimi calcoli, e alle complicatissime serie che or fanno le delizie dei matematici senza l'ajuto di tali cifre? Per mancanza di queste, dicono il Vossio (o), ed il Wallis (d), non potevano i Greci, ne i Romani essere perfetti aritmetici; e se i nostri moderni sono pervenuti a tale perfezione, dobbiamo professare grata riconoscenza agli Arabi, che ci hanno comunicato l'ajuto di quelle cifre. Questo solo merito dei Saraceni dovrebbe bastare a rendere immortale il loro nome negli annali dell'aritmetica; ma essi ne ebbero altri parecchi, e con iscritti infiniti, con utili invenzioni, e in mille guise diverse illustrarono quella scien-2a. Abdulhamid Abulphadhl, oltre un libro della proprietà dei numeri . oltre un opera di tutta l'aritmetica in sei tomi divisa, scrisse anche un libro delle ingegnose invenzioni aritmetiche, dove se ne vedono molte, che sono proprie dei suoi nazionali; ed egli stesso con questa opera rese benemerita la

<sup>(</sup>a) Alg. cap. IV. (\*) No abbiamo anche una copia nella R. Biblioteca di Napoli.

<sup>(8)</sup> Dem. Evang. prop. 1V.

<sup>(</sup>c) De se. math. Addenda p. 431.

<sup>(</sup>d) Algebr. cap. Ill.

sua nazione non solo delle teorie, ma anche della storia dell' aritmetica.

Mentre gli Arabi promovevano sì utilmente quella scienza, i Greci si risvegliarono parimenti a coltivarla. Scrisse Psello dell'aritmetica nel secolo undecimo; ma con troppa superficialità. Scrisse nel decimoquarto Barlaamo con maggiore profondità, e il Wolfio trova i sei libri della sua logistica assai sublimi, e che riescono troppo superiori all'intelligenza dei lettori elementari. Scrisse, come abbiamo detto, Massimo Planude dell' aritmetica, e spiegò ai Greci le regole del conteggio colle cifre arabiche o indiane; e scrissero di quelle materie parecchi altri Greci, che possono vedersi presso il Fabrizio (a). Noi parleremo soltanto di Emmanuele Moscopulo, autore della fine del secolo decimoquarto, o del principio del decimoquinto, non sapendosi se sia lo zio, o il nipote il Moscopulo, di cui ora parliamo, scrittore dell'opera aritmetica dei Quadrati magici, che si conserva manoscritta nel- Qualicati la R. Biblioteca di Parigi. A lui dobbiamo l'invenzione, o almeno la prima notizia del quadrato magico; invenzione certamente curiosa, ed anche utile all'aritmetica per le varie combinazioni dei numeri che ha fatto scoprire. Tutti i numeri che compongono un quadrato, v. g. 1. 2. 3. ec. fino a 25., se sono disposti in progressione aritmetica, formano un quadrato naturale; ma quel quadrato diventa magico, se quei numeri si iscrivono in tal ordine, e si combinano in tale metodo, che sommandosi i numeri di ciascuno di tutti i lati, sì orizzontali e verticali, che diagonali, da ognuno ne risulti la stessa somma. Il primo autore che sappiamo aver parlato di tali quadrati, detti magici, non tanto per questa loro aritmetica o magica proprietà, quanto per l'uso, che se ne faceva nei talismani, è questo Moscopulo nel citato codice parisien-Tom. IV.

(a) Bibl. gt. lib. 1V. c. XXII.

se, esaminato dal la Hire, ed ei ci presenta, benchè solo nel numeri dispari, due metodi di formarli, dal medesimo la Hire spiegati (a), e stimati giusti bensì ed ingegnosi, ma ristretti soltanto a due casi particolari dei metodi, da lui proposti nella sesta e nella decima proposizione della sua prima dissertazione. Questi quadrati furono poi adoperati praticamente; e l' Agrippa ne formò dei quadrati dei sette numeri, che sono dal 3. fino al 9., per applicarli ai pianeti. Il dotto aritmetico Bachet di Meziriac avendo veduti i quadrati nell' Agrippa, e non trovando in nessuno autore regole per formarne dei simili, ne propose una per i numeri dispari (b), ma non seppe ritrovarla pei pari; e il suo metodo non è altro che il primo dei due di Moscopulo, ma non tanto semplice. Celebre si rese anche in questo punto di numeriche combinazioni l'ingegnoso Frenicle, che tanto nome si era fatto per tante altre sue scoperte aritmetiche; e diede metodi pei quadrati di radice dispari e pari, e insegnò a variarli in infinite guise di più, che gli altri non avevano immaginato, e ardì felicemente di disporli in modo, che alcuni, ancor tagliati uno o più contorni dei lati orizzontali e verticali, restino sempre magici; ed altri all'incontro lascino di essere tali, qualor si voglia levare uno o più contorni, qualunque sieno presi a capriccio; e mostrò il suo ingegno, e la somma sua perizia numerale nell'accrescere le circostanze dei quadrati, e perciò le difficoltà, e nel superarle gloriosamente (c). Mentre facevano strepito in Francia i quadrati magici, il de la Loubere, che tante cognizioni degli Indiani trasmise all' Europa, vi portò anche un loro metodo di formare i quadrati magici, non molto dissimile del primo di Moscopulo, e ne diede anche un ingegnosa, ma difficile dimostrazione (d). Al principio di que-

(a) Ac. des Sc. an. 1705.
(b) Probl. plainas.
1705.
(c) Anc. Mem. de l'Acod. des Sc. l. V.

sto secolo il fiammingo Poignard pubblicò un trattato di questi quadrati, che volle chiamare sublimi, dove spiegò mille ingegnose e piacevoli novità. In vece di prendere tutti i numeri della serie dei numeri naturali, che empissero un quadrato, come fin allor si era fatto, egli prende solamente tanti numeri consecutivi, quante sono le caselle di ciascun lato, e questi li coltoca in modo, che niuno sia messo due volte in un lato, e pur facciano tutti i lati la stessa somma. In vece di prendere i numeri in progressione aritmetica solamente, li prende in progressione geometrica ed in armonica, e forma in tutte diverse sorti d'ingegnosi quadrati. Venne finalmente il la Hire. e, in due dissertazioni lette nell'Accademia delle scienze, avanzò di gran lunga su le scoperte del Frenicle e del Poignard; propose tanti metodi, non solo pei quadrati dispari, ma anche pei pari, e ne diede sì sode ed ingegnose dimostrazioni, cambiò in tante guise tutti i quadrati, gli ornò di tante circostanze, gli inceppò con tante difficoltà, li formò con tanta speditezza e sicurezza, e diede tante soluzioni di un problema, di cui sarebbe stato assai glorioso il trovarne una sola. che sembrò non lasciare più campo agli altri aritmetici da sbizzarrirsi in questa materia. Pure anche nel 1710. propose il Sauveur, nella medesima Accademia, nuove scoperte per tali quadrati: per generalizzarli di più li fece non in numeri, ma in lettere; formò quadrati per analogia, per reciprocazione, per eccedenti, per mancanti: li tagliò non solo in contorno, ma in croce e in altre maniere; diede formole algebraiche per tutti quei che ne erano capaci; nè contento di tanti quadrati, fece anche dei cubi magici; e il Fontenelle, nella storia di quell'anno, si lusingava, che questi sarebbe stato l'ultimo a parlare di una materia, che gli pareva già esausta, e non molto interessante, e di cui egli, a dir vero, ci sembra esser già infastidito, come noi temiamo lo sieno parimente i nostri lettori. Ma s'ingannò il Fontenelle, e anche posterior-

mente nel 1750, presentò il d'Ons-en-Bray un altra memoria, nella quale propose un metodo, non già di accrescere nuove condizioni ai quadrati, e quindi nuove difficoltà, ma bensì di semplificare la soluzione del problema, lasciandone sussistere le condizioni, di cui gli altri l'avevano caricato. Vari altri, oltre gli or nominati, hanno trattato eziandio di tali quadrati: ma il fin quì detto potrà bastare per far vedere in quanto pregio abbiano tenuta i valenti aritmetici l'invenzione del greco Moscopulo: se questa non ha portato alcun sodo vantaggio, nè profittevol uso alle scienze, non è stata però disutile alle medesime. L'ingegno si aguzza, si apre la mente, si rafforza la fantasia con tante e sì sottili combinazioni di numeri, le scienze profittano delle nuove viste che queste ricerche presentano, ed è sempre un onesto diletto, ed un lodevole intertenimento lo scoprire, benchè in materia sì sterile e secca, tante nuove, e talor piacevoli verità.

Aritmetici la-

Gerberto .

ciare lo studio dell' aritmetica. Fino dal secolo decimo aveva già scritto lo pagnuolo Giuseppe un libro della moltiplica, e della divisione dei numeri, molto ricercato da Gerberto (a), e da quei pochì, che allor potevano gustare tali materie. L'aritmetica si può forse dire lo studio che più colito Gerberto. Egli ne parla spesso nelle sue lettere, e se ne mostra suasi pratico nelle altre opere matematiche: egli, secondo il sopraccitato testimonio di Guglielmo di Malesbury, fra tutti gli acquisti scientifici ottenuti nella Spagna faceva valere principalmente quello delle regolo dell' abaco e del conteggio; e la sua aritmetica era tenuta in si alta stima, che l'imperadore Ottone credeva già di poter gareggiare col vivace inaggno dei Greci sol che giungesue a conseguir da Gerberto di essere in quella istruito. Ma nè di Gerberto, nè degli Spagnuoli suoi maestri, nè di alcun altro europeo di quei tempi non

Prima anche dei Greci incominciarono i Latini ad abbrac-

(a) Ep. ad Ger. Agt.

più esiste veruno scritto su la scienza numerale, che sia venuto a pubblica luce. Il primo scrittore, di cui conservinsi monumenti, benchè soltanto manoscritti, è il celebre Leonardo Fibonacci, ossia figlio di Bonaccio, da Pisa, di cui abbiamo ancora il prezioso codice intitolato Liber abaci, tante volte citato. Questo pisano condotto in Africa da suo padre verso la fine del secolo duodecimo, impiegato in una dogana, si dedicò attentamente ad imparare dagli Arabi l'aritmetica indiana, da noi detta arabica, alla quale sopra la greca, sopra la romana, e sopra tutte le altre dava la preferenza; e dopo alcuni anni nel 1202., mise fuori quest'opera, che può risguardarsi come magistrale in quella materia, e nella quale spiega eziandio l'aritmetica algebraica. Ne fu questa la sola opera di Leonardo su l'arte di conteggiare, poiche da un grosso codice in foglio, esistente nella biblioteca dello Spedale di santa Maria Nuova di Firenze, rilevasi aver egli altresì composto un Trattato sopra i numeri quadrati, che viene copiato nel libro XVI. di quel codice (a): del quale trattato parla eziandio con molta lode Luca Pacioli (b), Benche grande sia stato il merito di Leonardo nell'aritmetica, e per alcuni riguardi superiore a tutti gli altri, sono stati nondimeno conosciuti più universalmente dai matematici Giordano Nemorario, e Giovanni di Sacrobosco, autori anche essi del principio del secolo decimoterzo . L'aritmetica di Giordano conservo il suo credito eziandio presso i posteri più illuminati : poiche noi vediamo che il dotto Regionontano, giudice il più autorevole in queste materie, voleva dare alle stampe le sue opere aritmetiche (c); che poi infatti Giacomo Pubro pubblico ed illustro i suol Elementi aritmetici , e che il Clavio e altri matematici ne fecero uso e li citarono con istima, Giovanni di

Leonardo pias-

siordano Ne-

<sup>(</sup>a) V. Targioni Vieg. Tosc. t. II.
(b) Somma ec. distinct. L. tract. IV.

Catalogo ...

Gastend. in Vita Regionmont. ex ejus
(c) Catalogo ...

Gastend.

Giovanni e

Saeroborco, più conosciuto pel trattato della Sferà, scrisse anche dell'aritmetica; e tanto con questa sua opera, come con quella della afera, contribuì più di tutti a propagare l'uso delle cifire e dell'aritmetica arabica. Prostocismo di Padova, e Biogio di Parma contribuirono, con vari altri, alla propagazione edi illustrazione dello studio dell'aritmetica. Così da per tutto si spargevano i lumi di quella scienza, le cognizioni dei numeri si rendevano più comuni, e prendevasi più Pouseuxo dell'arte di maneggiarii. Noi lo vediamo nella Toscana, dove si tenne sempre viva e feconda la dottrina di Leonardo; e al principio del secolo decimoquarto fiorì, con singolar nome di sapere aritmetico, Paolo dei Dagomari del quale, dice

Paolo dell'a

Filippo Villani, che su peritissimo aritmetico, e nell'equagioni tutti gli antichi e moderni passò, e il Ximenez crede per varie ragioni (a), che sia il medesimo Paolo che, per la sua perizia nell'arte di numerare, venne distinto col soprannome dell' abaco. Nel seguente secolo scrisse un anonimo il grossissimo codice sopraccitato, intitolato Trattato dell' abaco, conservato fra i codici del detto Spedale di Firenze, dove, seguendo la dottrina di Leonardo, tratta questa materia copiosamente (b): fiort un Benedetto, lodato dal Verino nella sua Illustrazione di Firenze come maestro universale di conteggiare; e finalmente Luca Pacioli di Borgo san Sepolcro scrisse la prima opera di aritmetica, che, a mia notizia, siasi data alle stampe, cioè la sua Somma di aritmetica, geometria, proporzioni e proporzionalità, nella quale, dice il Targioni: (c), ed egli-stesso il confessa, si fece bello coll'opera di Leonardo, ce nella quale certamente, checche di cic sia, ridusse a maggior brevità le operazioni aritmetiche del detto

Leonardo, del Nemorario, del Sacrobosco e di altri maestri, da lui stesso lodati, ed insegnò non solo le regole aritmeti-

Luca Pacioli

(a) Del gnom, fiot Introd. stor par II.

che, ma eziandio le algebraiche. Allora incominciò ad essere conosciuta e stimata l'algebra, la quale era tutta numerica, creata può dirsi in ajuto dell'aritmetica, ed obbligata al suo servigio. E allora infatti, col ministero e soccorso dell'algebra, crebbe di molto l'aritmetica, e s'innalzò a sublimi e difficili operazioni, cui prima certo non sarebbe mai giunta. Tutte le scienze sono fra loro unite con vincoli di fratellanza, nè può promoversi una senza che le altre se ne risentano, e godano qualche vantaggio. Dalla coltura dell'algebra trasse molto utile l'aritmetica, e questa dee riguardare i Tartaglia, i Cardani, e gli altri algebristi come veri suoi benefattori. di mitmetta. L'amore del grecismo, e dell'antichità le tornò anche a profitto: col ricercare e studiare gli antichi Greci si secero traduzioni, illustrazioni e commenti di Euclide, di Archimede e di Diofanto, e con quelle di nuovi lumi si arricchì l'aritmetica. Lo studio degli astri era il favorito dei matematici di quei tempi, come lo è stato quasi di tutti; e questo studio fece bene eziandio all'aritmetica; poiche la vana astrologia sì occupava pei suoi pronostici in gran calcoli, e in diverse combinazioni dei numeri, e produceva in tal guisa non piccioli avanzamenti delle numeriche cognizioni; e la vera astronomia, necessitosa ad ogni passo di gran possesso dei numeri, ne promoveva molto lo studio; e l'aritmetica delle frazioni decimali è nata, o almeno cresciuta per l'influenza degli astri colla coltura degli astronomi, singolarmente del Regiomontano. Così col promoversi le altre scienze avanzava sempre l'aritmetica, e tutte crescevano col mutuo fomento e, col vicendevole ajuto, acquistavano nuovo vigore. Allora infatti lo Stifels, il Pelletier, il Maurolico, il Clavio, il Vieta e mille altri scrissero dell'arte di conteggiare con lumi molto più giusti e più fini, che quanti gli avevano preceduti.

Ma l'invenzione che è stata più gloriosa all'aritmetica, e il maggiore regalo che ha fatto questa alle altre scienze, è logaritmi.

dovuta, sul principio del secolo passato, allo scozzese Neper, inventore dei logaritmi, coi quali ha reso immortale il suo nome, ed ha ottenuto di essere riposto fra i benemeriti delle scienze e dell'umanità. La geometria, la meccanica, l'astronomia, e tutte le scienze deono professare all'invenzione del Neper la più grata riconoscenza. Nell'ardore, che si era eccitato, nei secoli decimoquinto e decimosesto, di avanzare in ogni genere di cognizioni, non si poteva stare alla lentezza delle aritmetiche operazioni allor conosciute, e faceva d'uopo di metodi più facili, più sicuri e più pronti: le ricerche, diventando più profonde e più dilicate, abbisognavano di calcoli numerali troppo lunghi; e questi rubavano tutto il tempo, che doveva impiegarsi in portare avanti le intraprese speculazioni. Pieno era ogni cosa di sottese, di tangenti, di seni e di altre linee, che non potevano misurarsi con esattezza, nè determinarsi con giustezza e con verità, senza discendere a lunghe frazioni decimali, senza entrare in difficili proporzioni, senza immergersi in intricatissime operazioni ; bisognava moltiplicare, e dividere molti numeri per molti altri, bisognava consumar lungo tempo, o nojose fatiche, e restar nondimeno sposti a prender errore. Quali grazie dunque non dovremo rendere al Neper, che ci ha procurato il mezzo di schivar tanti inciampi, e pervenire allo stesso fine con brevità, sicurezza e facilità? L'idea di due linee percorse con diverse velocità, variabile l'una, l'altra uniforme; e delle relazioni e ragioni, che fra quelle linee ritrovansi, gli fece nascere il pensiero di formare due tavole di numeri in proporzioni, geometrica l'una, e l'altra aritmetica, e di sostituire alle moltipliche e divisioni dei numeri, per così dire, geometrici la somma, e la sottrazione degli aritmetici, facendo trovare con queste lo stesso numero, che si doveva prima cercare colla moltiplica e divisione dei numeri geometrici, e quindi pensò applicarle alle trigonometriche operazioni. In questa guisa è tanto più agevole il ritrovare i richiesti numeri della moltiplica, della divisione, dell'estrazione di radici, della formazione di potestà e di qualunque operazione, quanto è più facile, breve e sicuro l'operare in somme e sottrazioni, che in moltipliche e divisioni, in numeri bassi, quali saranno sempre rispettivamente gli aritmetici, che in alti, quali i geometrici. Ne solo l'aritmetica ottiene dai logaritmi agevolezza e facilità, ma la geometria, e singolarmente la trigonometria, e quindi tutte le scienze esatte ricavano da quell'invenzione sommi vantaggi : anzi il primo e principale uso dei logaritmi fu cercaso dal Neper per le operazioni trigonometriche. Dato un arco di circolo, ed anche di altre curve di tanti gradi e minuti, le sottese, i seni, le tangensi, le secanti, le aree. come pur l'arco, dato il seno ec., si determinano facilmente colle tavole logarismiche; mentre prima di avere tale ajuto esigevano immense fatiche. A questo fine sono da serbarsi molti riguardi nella formazione di tali tavole: d'uopo è cercare in ciascuna qual principio, e qual progressione si abbia da prendere : d'uopo è vedere a chi corrisponda lo zero. e quale numero debba darsi a ciascun logaritmo. Per essergli sfuggiti questi riguardi non riuscì il Neper nella formazione delle sue tavole colla bramata felicità. Egli stesso fu il primo a riconoscere gl'inconvenienti, che risultavano da quella forma, e pensò tosto alla corregione, dandone altra ai suoi logaritmi, come propose in un opera postuma pubblicata da suo figlio. Il metodo proposto dal Neper su selicemente eseguito dal Briggs, suo dotto allievo, il quale nell'opera intitolata Aritmetica logarithmica pubblicò una lunghissima tavola dei logaritmi dei numeri naturali, e ne incominciò un altra di quei dei seni, e delle tangenti per tutti i gradi, e centesime dei gradi del quarto di circolo, la quale fu poi terminata e pubblicata dal Gellibrand. L' olandese Ulacq recò ancora maggiore perfezione, e diede maggiore finezza alle tavo-Tom. IV.

le del Neper e del Briggs: e dietro a lui molti altri geometri ed aritmetici hanno lavorato, e tuttora lavorano in costruire tavole logaritmiche più e più esatte e complete, di più usi e di maggiore facilità. I logaritmi tanto nella pratica, come nella teorica, hanno occupati i più valenti matematici. Celebrata venne da tutti la Logarithmotechnia del Mercator: ma le medesime teorie aveva contemporaneamente scoperte il Newton. Giacomo Gregory ne aggiunge altre relative al calcolo dei logaritmi. L'Hallejo illustrò questa, come tante altre parti delle matematiche; e nella R. Società di Londra (a), riguardando di un modo particolare i logaritmi, vi propone un metodo più elegante e più universale. Abrammo Lharp, Euclide Speidell e varj altri, e sopra tutti l' Eulero hanno formate in questa parte utilissime teorie. Romorosa è stata la gran questione, ancorchè in realtà non molto importante, se avessero o no logaritmi le quantità negative. Diceva di no il Leibnitz, ma il Bernoulli gli era di sentimento contrario: ciò che produsse delle dotte lettere e bellissime speculazioni dell'uno e dell'altro, senza che si arrivasse a decidere la questione. Anzi alcuni anni di poi si rinnovò questa più vivamente, prendendo l' Eulero le parti di Leibnitz, e d'Alembert quelle di Bernoulli, donde si sono vedute dotte ed ingegnose memorie di Eulero nell'accademia di Berlino (b) e di d'Alembert nei suoi opuscoli (c). E quantunque neppur fra questi siasi venuto a decisione, sembra però che i posteriori mate-

matici abbiano aderito al sentimento di Leibnitz e di Eulero, anzi che a quello di Bernoulli e di d'Alembert. E lasciando a parte molti scrittori di altre nazioni, senza uscir dall' Italia, vediamo apertamente dichiarati per la negativa il Foncenex nell'accademia di Torino (d), e il Fontana nella so-

(a) Trant, phil. au. 160r.

(b) An. 1747.

(c) Tom. I.

(d) Miscell. Taur. tom. 1. II.

cietà italiana (a); e sebbene di poi il Malfatti, nell'accademia di Mantova (b), si mostri portato a favore di tali logaritmi, ciò non fa se non che cercando di conciliare l'una e l'altra opinione. Intanto molto si è lavorato dietro l'Ulacq nella pratica costruzione delle tavole logaritmiche. Nell' Inghilterra, dove, per così dire, sono i logaritmi, sono stati di continuo accresciuti; e prima il Shervin, e poi, più felicemente, il Gardiner diede nuove tavole logaritmiche, che sono state, per molto tempo, le regolatrici dei lavori dei geometri e degli astronomi; e poi il Long ed il Dodson vollero dare nuovi lumi a questa materia, formando tavole antilogaritmiche, come mostra di desiderarle il Wallis (c); ma l'esito non corrispose al lodevole loro zelo. Nella Germania, oltre lo Schulze, il Wolfram ed altri, si è fatto in questa parte gran nome Giorgio Vega colle tavole e formole logaritmiche, pubblicate prima in Vienna e poi in Lipsia, e col tesoro dei logaritmi raccolto dalle opere dell' Ulacq, e colla giusta e savia dottrina che ha dato sulla natura, sul calcolo e l'uso dei logaritmi. Vanno per le mani di tutti le tavole logaritmiche del francese Callet, che sono, com' ei medesimo dice, quelle del Gardiner, migliorate, accresciute ed applicate ad usi diversi, e rendute così di molto maggiore facilità e utilità. Più recentemente l'inglese Carlo Hutton non solo ha distese nuove tavole logaritmiche, accrescendo e migliorando quelle di Shervin, ma ci ha data altresì una dotta ed istruttiva storia di tutti i lavori matematici fatti su i logaritmi. Alla quale storia ed a tutta l'illustrazione di quella dottrina, giova grandemente il Mazere colla preziosa sua raccolta degli Scrittori logaritmici. Ancor dopo tutti questi il Taylor, autore delle tavole sessagesimali, applicatosi a lavorare nuove tavole lo-

63 Altri autori di tavole logarit. miche

i 2

<sup>(</sup>a) Memor. t. I.

<sup>(</sup>b) Memor. t. 1.

<sup>(</sup>e) Cap. XII.

garitmiche con particolare diligenza ed esattezza, riuscì con somma felicità; ed essendo egli morto prima di porsi fine alla stampa, il celebre Maskelyne, che l'aveva impegnato in questa fatica, si credè in obbligo di terminarla, e seguitò colla medesima diligenza la cura dell'impressione, e vi aggiunse una presazione e dei precetti per la spiegazione e per l'uso di tali tavole; e quest'opera venuta alla luce colle fatiche di due sì celebri matematici, ha ottenuta, si può dire, la piena sanzione di tutti gl'intendenti di queste materie. In opere simili, tutte di numeri, gli errori di stampa quanto facili a commettersi dagli stampatori, altrettanto sono pregiudizievoli ai lettori, e per ciò sono da commendarsi sopra tutte le altre, con distinte lodi per la correttezza, le tavole del Callet, sì attentamente corrette nell'edizione stereotipica di Diderot, e quelle del Taylor, nella cui correzione usò egli delle ingegnose e penosissime mire e satiche, di cui solo è capace un appassionato entusiasta di quegli studi. Credo di avere parlato abbastanza, e forse ancor di soverchio, dei logaritmi, onde poterli lasciare di mano, e sitornare a seguire il corso generale dell' arismerica.

A ritmetica

Il Neper, tanto benemerito di questa per l'invenzione dei logaritmi, si distingue anche col ritrovato di una macchinetta, da lui proporta nella sua Rabdologia, e che può vedersi in molti libri aritmetici, fia gli altri nel Wolfio (a), colla quale, per mezro di certe bacchette, o laminette ingenosamente combinate, presenta alla vista qualunque moltipica e divisione, senza fatica del calcolatore. Questa macchina, con qualche miglioramento per la fermezza delle bacchette, e per la distinzione dei numeri, su nel 1730. pretentata da Roussain all'Accademia delle Scienze (b). Coll'ardore che si eccitò nel passato secolo, di promovere gli avanzamenti dell'aritmetica, si pensò anche a cercare mezzi di facilitare le

<sup>(</sup>a) Elem. at. c. tt.

<sup>(6)</sup> Hist. de l'Acad. des sc. an. 1730.

operazioni, e ad arricchire con nuovi ritrovati l'aritmetica istrumentale. Altra macchina inventò il Pascal, dopo il Neper, di uso più universale, ma troppo complicata e composta per poter essere di qualche utilità. Altra più semplice ne presentò alla R. Società di Londra nel 1673. Il Leibnitz di cui egli stesso ci parla con compiacenza, e cita l'approvazione, che ottenne dallo Tschirnaus, dall'Ugenio e da altri (a); ma che era rimasta ugualmente abbandonata e negletta; se non che, come dice il Dutens (b), su in questi anni addietro rimessa in uso dal Kaestner. Altra macchina aveva inventata il Moreland, di cui egli fin dal 1666. diede la descrizione: altre sono state, in questo secolo, presentate all'Accademia delle Scienze dall'Epine e dal Boitissendeau, ed altre inventate da altri; ma tutte sono cadute in abbandono, e giacciono polverose ed inutili, ne l'aritmetica istrumentale ha mai potuto venire in qualche riputazione. Sono troppo nobili, ed alte le matematiche per volersi servire di tali mezzi, lasciano questi giuochi di mano ai fanciulli, ed esigono nei loro cultori intensione di mente e forza d'immaginazione. Più onore fece al Pascal l'invenzione del suo triangolo

aritmetico nel quale, segnando alla punta un numero a piacimento, si formano successivamente tutti i numeri figurati; si determinano le ragioni, che fra loro hanno i numeri di du qualunque caselle, e le differenti somme che dall'addizione dei numeri di una stessa fila risultano, e se ne fanno poi varie applicazioni. Contemporaneamente al Paccol lavorava il Format intorno ai numeri figurati, e vi scopriva molte bellisime proprietà, di cui il geometrico suo genio sapeva trarra profitto; si applicava alla contemphazione dei numeri primi, cioè di quei, che non possono dividerai in altri numeri interi, e vi trorava sottilissimi e veristimi teoremi, che hanno chianaOg Pascal

66

<sup>(</sup>a) Op. Leibn. tom. 11. Brev. descr. ec.

<sup>(</sup>b) Op. Leibn. tom. cit. Praef.

tri moderni : promoveva molto l'analisi numerica di Diofanto, messa prima in riputazione dal Bachet di Meziriac, come poi diremo più lungamente (c), e faceva onore all'aritmetica col suo nome e colle sue scoperte. Al medesimo tempo fioriva in quella scienza il Frenicle, che si distinse singolarmente per la destrezza e maestria nel calcolo numerale. I quadrati magici, come di sopra abbiamo detto, occuparono molto la sua attenzione, e ne lasciò un lungo trattato, che se non è di vantaggio pel miglioramento delle scienze, avrà certo servito a lui stesso per aprirgli la mente ad ogni maniera di numeriche combinazioni. Altro ne diede più utile intorno ai triangoli rettangoli in numeri, ed altro di un abbreviazione delle combinazioni, nei quali generalmente di ogni sorta di numeri, ma particolarmente dei figurati, si leggono curiose ed utili speculazioni. Non vi era a quei tempi problema su i numeri, di cui non si vedesse una soluzione del Frenicle, e questa della maggiore eleganza. Il Fermat e il Cartesio fra lor opposti in tanti altri punti, in questo solo convenivano di lodare le soluzioni del Frenicle, e di preferirle spesse volte alle loro proprie: occupati, come dice il Condorcet (d), in disputarsi la superiorità nei grandi soggetti, accordavano volentieri al Frenicle questa prova di equità, che niente costava al loro amor proprio. Il Metodo delle esclusioni gli dava una facilità per la soluzione di tali problemi, che tenne sorpresi di maraviglia gli aritmetici, finchè, coll'edizione di questo e degli altri suoi trattati, non si videro le vie che egli si aveva aperte, e che felicemente aveva seguite. Or sono usciti di moda questi problemi, e poco curansi tali

teorie; ma noi all'osservare, che il Beguelin presenta sovente all' Accademia di Berlino i problemi numerici, su cui si

(a) Ac. Petr. Nov. Comm. tom. V. al.

<sup>(6)</sup> Ac. de Berl. t. XXXI. al-

<sup>(</sup>c) Cap. Ill. (d) Elog. de Frenicle .

erano occupati il Bachet, il Fermat e il Frenicle (a); al sentire si spesso risonare i nomi di questi aritmetici, nelle Accademie di Pietroburgo e di Berlino, nelle bocche dell'Eulero e del la Grange (b); al vedere questi due sommi geometri dei nostri di agitare con tanto ardore e con tanta assiduità le ricerche su i numeri primi ed intieri, su i divisori, e su altri simili punti (c), non possiamo che fare plauso alle speculazioni del Frenicle e del Fermat, e professare grata riconoscenza alle dotte loro fatiche.

Aritmetiea

Mentre questi ed altri celebri matematici si occupavano in simili teorie, altri pensavano a rovesciare tutto il sistema dell'aritmetica e formarne altri affatto diversi. Il Weigel osservando, che i pitagorici avevano tenuto in particolar conto la tetratti, ossia il quadernario, s'immaginò che fosse questa un aritmetica quadernaria, cioè un aritmetica che usasse solo il periodo di quattro, come noi usiamo quello di dieci, nè avesse più caratteri che 1. 2. 3. 0., e crede di trovare sommi vantaggi in questo modo di numerare, onde volle sporne il metodo, e l'utilità in due opere su la tetratti pitagorica, pubblicate verso il 1670.. Se il Weigel, per una sognata imitazione dei pitagorici, cercò di formare un aritmetica tetrattica o quadernaria, il Leibnitz studiatamente, per avere più comodi nell'esame dei numeri, inventò un aritmetica del più breve e semplice periodo che possa darsi, qual è la dyadica o binaria, che coi soli caratteri 1. e o. può esprimere tutti i numeri. Questi hanno due sorti di proprietà; alcune essenziali, quale è, che i numeri dispari posti in serie, e sommati danno la serie naturale dei quadrati : altre accidentali che dipendono da un arbitraria istituzione, quale è per esempio, che in tutti i moltiplici di 9. le cifre, che gli esprimono unite in-

<sup>(</sup>a) Tom. XXVIII. XXXI. al.
(c) Acad. Pet. ibid. Ac. de Betl. tom.
(b) Nov. Comm. Ac. Petr. t.ll.al. Acad.
cit. XXVI. al.
de Betl. t. XXIV. XXVIII. XXXII. al.

sieme danno sempre 9., o un moltiplo di 9., ciò che provenendo unicamente dall' essere 9. il penultimo numero del periodo decuplo, istituito arbitrariamente, non è che una proprietà accidentale, ma che pure reca i suoi comodi all'aritmetica. Or di simili proprietà accidentali ne trovò il Leibnitz più nella sua aritmetica binaria, che nella nostra decimale, aggiungendo inoltre maggiore facilità per tutte le solite operazioni; e nel 1702, diede parte di questa sua invenzione all' Accademia delle Scienze, e poi, in seguito, di tutti i comodi che credeva ne potessero risultare. Intanto il Lagny professore d'idrografia in Rochefort, senza essere consapevole della scoperta del Leibnitz, per togliere alcuni inconvenienti, che trovava nei logaritmi, pensò anche egli ad un aritmetica binaria, colla quale le moltipliche e le divisioni si fanno necessariamente per semplici addizioni e sottrazioni, e, com'ei dice, le moltipliche e le divisioni sono i logaritmi naturali (a). Il Dagincourt, in una memoria sopra questa aritmetica leibnitziana, fa vedere quanto sia maggiore l'agevolezza di trovare con essa le leggi delle progressioni, che con qualunque altra di più caratteri o di più lungo periodo (b). Un utilità dell' aritmetica binaria, a cui nè il Leibnitz, nè il Lagny, nè il Dagincourt non pensarono certamente, fu, che mandata dallo stesso Leibnitz al P. Bouvet nella Cina, parve opportuna per fare intendere gli antichissimi caratteri di Fohi, che erano, già da molti secoli, inintelligibili agli stessi cinesi, e che potevano con questa combinazione dei numeri ricevere qualche lume (c). Ma qualunque sieno i vantaggi di queste aritmetiche quadernaria e binaria, non bastano a compensare gli imbarazzi, che recherebbero colla moltiplicità dei caratteri, di cui avrebber bisogno per esprimere i numeri alquanto alti: anzi volendosi introdur qualche novità, in vece di abbreviare

<sup>(</sup>a) Hist. de l'Ac. des se. an. 1703. '. (c) Lefbn. Ac. des sc. an. 1703.

il periodo dei numeri a 4., o 2., sarebbe forse più utile il prolungarlo a dodici, o sedici, che soffrono più divisioni in numeri intieri senza bisogno dei rotti. Ma troppo è difficile l'abbandonare gli antichi metodi adoperati da tutti generalmente per riceverne altri nuovi immaginati da pochi , singolarmente dove il vantaggio non è patente , e può giustamente essere contrastato. Così le aritmetiche quadernaria e binaria non hanno trovari seguaci che le abbracciassero , nè sarebbe da sperare che ne trovassero di più, se si volessero introdurre la duodecimale o sedecimale, ancorchè dovessero avere più manifeste utilità.

A più sublimi teorie aritmetiche pensavano intanto i profondi inglesi. Non men che un aritmetica degli infiniti ardi gli i-fi di formare il Wallis; le più lunghe e intricate serie di numeri si riducevano alle giuste loro somme, e assoggettandosi alle leggi che quella nuova aritmetica loro imponeva , lasciavano scoprire le vicendevoli loro ragioni; la frazione continua del Brou ker, di cui tanti begli usi hanno mostrati l'Eulero [a], e il la Grange [b], è nata dall' aritmetica del Wallis; l'infinito stesso, e le inesplicabili serie dei numeri infiniti non isfuggivano le sue regole , e si lasciavano svolgere e contemplare, quando erano nelle dilicate mani del Mercator, del Barrew. e di altri pochi diretti in qualche modo dalla dottrina del Wallis. Tutto quanto il conteggio e calcolo, sia per via di cifre numerali, o di segni algebraici, sia definito e particolare, o indefinito ed universale, sia di ragioni di numeri a numeri, o di quantità a quantità, tutto abbracciò il gran Newton nella sua Aritmetica universale : egli ridusse in un corpo l'aritmetica e l'algebra, per formare con esse un corpo perfetto dell'arte di calcolare, e diede così all'aritmetica la Nevion. maggiore ampiezza e dignità a cui potesse mai aspirare. Ma

Tom. IV. (a) Ac. Petr. 1787.

(b) Ac, de Berl, tom. XXI

---1

delle serie numerali , tanto vezz ggiate dai moderni matematici , e delle aritmetiche del Watlis e del Newton , come di
materie affatto algebraiche , parleremo nel seguente capo più
lungamente. Per altra via eziandio si nobilitò , verso la fine del
passato secolo, l' aritmetica applicandori ad usi diverti, a cui
prima non si era mai accostata. Il Pascat [a], il Souteure [b],
e qualche altro francese avevano già accennata qualche appliccazione dell'aritmetica alle combinazioni del giucohi: l' Uze-

Nei giecebi

nío ne scrisse espressamente un trattato [r], dove cercò la maniera di ragionar giustamente nei giucchi, che pur dipendono dall'azardo piucche dalla ragione. Il Leiboirz applicò anche il calcolo alla giurisprudenza ed alla morola e describi diverse circostanze può convenire [r]. Il Petty ridusse a calcolo il numero degli abitanti di una nazione, le derrare che dono consumera, i lavori che possono fare, la coltura dei cerreni, la navigazione, il commerciò e quanto può interessare il governo pubblico, e diede nascita in questa guisa all' aritmetica politica. Così l'aritmetica si venne applicando ad

Nel la politica

arimetica politica . Così l'arimetica si venne applicando ad goni 'materia , e in breve tutte le questioni furono ridotte a questioni di mero calcolo. Ma questi non furono che leggieri teotativi dei grandi sforzi che hanno fatto poi i più profondi matematici per innalzare la gran fabbrica dell'arte di congetturare, della dottrina della sorte , del calcolo della probabilità . Ma anche tutte queste materie e probabilità, benché nate, si può dire, sotto la giuridazione dell'arimetica, siccome dipendenti dalle numeriche combinazioni, vennero poi trasferire all'algebra , e sono rimaste soggette al suo dominio . Intatto le socculazioni arimetiche erano risuardate con

Intanto le speculazioni aritmetiche erano riguardate con indifferenza dai matematici : questi consideravano come sterili

<sup>(</sup>a) Triang atitm. (b) V. Fonten Elog, de Mr. Sanveur.

<sup>(</sup>d) De interes simpl in Act. Er. Lypt. an. 1615.

<sup>(</sup>r) De ration, in ludis aleae.

le verità appartenenti ai numeri, e le lasciavano in abbandono, come poco degne delle loro meditazioni, secondo che ci attesta l' Eulero (a). Non mancarono nondimeno illustri matematici, che amassero d'intertenersi intorno a tali questioni, e facessero la loro corte all'aritmetica. Noi vediamo il Carré, occupato in isviluppare una curiosa proprietà del numero 6:, metici. che prendendosi per divisore di tutti i numeri cubici. lascia in ciascuno un resto, che è la radice di quel cubo; e il la Hire con sottili ed ingegnose combinazioni trovare in tutti i numeri, elevati a qualunque potenza, la medesima proprietà (b). Noi vediamo il Krafft lavorare intorno ai moltipli del 7.; nè contento della regola dataci dallo Stifels e da Giovanni Krafft, nel secolo decimosesto, proporne un altra all'Accademia di Pietroburgo, la quale schivando gl'inconvenienti che scopriva nell' antica, avesse maggiore chiarezza e semplicità (c). Il medesimo Krafft trattò dei numeri amichevoli, di quelli cioè, il cui minore si forma colla somma dei numeri aliquoti del maggiore, come 220, e 284, (d), e vi trovò ingegnose ed utili novità. Il Winsheim scrisse intorno ai numeri persetti (e). L' Hanschio propose ai matematici la teoria di un aritmetica, arricchita da lui con nuove invenzioni (f). Il Goldbach espose un teorema risguardante i divisori dei numeri (g), e il sopraccitato Krafft trattò questi assai più copiosamente. Il Kruger nei suoi Pensieri sull'algebra ha pubblicate tavole dei numeri primi; il Lambert le ha poi accresciute. Il Moulieres presentò nel 1704. all'Accademia delle Scienze (h) un metodo per trovare i numeri primi; e il Rallier des Ourmes ne mandò alla medesima, in questi anni, un altro facile per iscoprire tutti quelli che si contengono

<sup>(</sup>a) Ac. Pett. Nov. Comm. t. L. (b) Hist. de l'Ac. des sc. an. 1704-

<sup>(</sup>c) Ac. Pett. t. VII.

<sup>(</sup>a) Ac. Petr. Nov. Comm. t. Il-

<sup>(</sup>e) Ac. Petr. ibid.

<sup>(</sup>f) Ep. ad Math. de theor. etc. 1738. (g) Act. Ered. Lyps. Suppl. t. VI.

<sup>(</sup> h) Hist. de l'Ac. 1705.

in un corso illimitato della serie dei dispari, e per distinguere al tempo stesso i divisori semplici da quelli che non lo sono (a). Il Buffon (b), il Lambert (c), il Beguelin, il Bernoulli (d), ed altri geometri di grido non si sono lasciati condurre dalla comune opinione, ed hanno abbracciate le numeriche speculazioni, cominciate a mettersi da altri in abbandono. Che più? I due oracoli delle moderne matematiche l'Eulero (e), e il la Grange (f), non solo non hanno sdegnato di rivolgere i loro pensieri a tali questioni, ma le hanno sì replicatamente agitate, e le hanno esaminate con tanto ardore, che sembra abbiano trovato in esse le maggiori loro delizie, ed hanno certo fatto vedere che non guardavano le dottrine numerali come sterili verità, o come poco degne di occupare la loro geometrica attenzione. Ma bisogna pur confessare che, anche questi argomenti, benchè tutti versanti su i numeri, e pertanto affatto aritmetici, sono per la maggior parte trattati algebraicamente, e quasi tutti gli or accennati scritti benchè da noi in questo capo citati più all' algebra appartengono che all'aritmetica. L'algebra, che per tanti secoli, non era stata che ministra e serva dell'aritmetica, si è poi levata a fare da se una scienza, ed ha soperchiata, per così dire, la sua principale e padrona: la facilità e speditezza che presta pei più sublimi calcoli e per le più difficili operazioni, ha chiamata l'attenzione dei più nobili matematici: tutte le questioni spettanti ai numeri, che prima erano dell' ispezione dell'aritmetica, sono state condotte alla decisione dell'algebra: questa si è arricchita del fondo stesso di quella, ed anche, per migliorare l'aritmetica, gli studi dei matematici si sono rivolti all' algebra. Noi dunque lasciando quella verremo ad esaminare l'origine ed i progressi di questa.

<sup>(</sup>a) Mem. de Math. de Phys., present. a la R. Ac. des sc. t. V.

<sup>(6)</sup> Ac. des sc. an. 1741.

<sup>(</sup>c) Act. Helvat. t. 111.

<sup>(</sup>d) Ac. de Berl. XXVII. XXVIII. al. (e) Ac. Petr. tom. XIV. Novi Comm.

t. 1. 11. 1V. al.

<sup>(</sup>f) Ac. de Berl. t. XXIX. XX. XI. al.

## CAPITOLO

## Dell' Algebra . .

algebra, riguardata prima come un metodo dell'aritmetica, e poi come un aritmetica di segni applicabili ai numeri, algebra. o come un aritmetica più universale ed astratta, si è quindi applicata, non men che ai numeri, alle grandezze ed alle geomettiche quantità, ed è divenuta una scienza media fra l'aritmetica e la geometria, e distinta dall'una e dall'altra o, per dir meglio, che comprende ed abbraccia tutte due. Il nome di algebra viene dall' arabo أنجياي, che suona restituzione , od unione in un intiero; e molti perciò credono che deggiasi prendere dagli Arabi l'origine di una scienza, a cui essi hanno dato il nome. Ma l'algebra riconosce un origine assai più antica, e deriva dalla dotta Grecia la sua letteraria nobiltà. Gli Arabi stessi spontaneamente gliela confermano; e l'opera Degli aritmetici di Diofanto è un incontrastabile monumento, che troppo si sa sentire a savore dei Greci, per potersi loro contendere quest' onore. Ma a qual greco dovremo noi dare il vanto dell' invenzione di quella scienza ? Fu egli Diofanto il creatore dell'algebra, o non fu che illustratore e propagatore della medesima, conosciuta già prima, ed adoperata dagli altri Greci? Alcuni credono di vedere posti da Euclide (a) i fondamenti dell'algebra (b). Ma, a dire il vero, nè in Euclide, nè in verun altro greco, anteriore a Diofanto, non so rintracciare manifesti indizi di quella scienza, benche forse ora, che noi abbiamo la testa algebraica. ci possa "parere qualche rara loro dimostrazione regolata coi suoi principi; e Diofanto è il primo che ci abbia data a conoscere l'algebra, e l'unico, a nostra notizia, che l'abbia

(a) Elemen. lib. II. c. IX. prop. VIL.

(b) Bettini Appiar. XL e. II.

trattata con estensione e con maestria. Egli stesso ne parla in guisa, che sembra mostrare assai chiaramente di essere stata sua invenzione la dottrina da lui proposta, e spiegata nella sua opera. Egli chiama tentativo, prova, conato suo la formazione di quel metodo per la soluzione dei problemi numerici: egli dice che questo suo metodo riuscirà più difficile e laborioso per essere ancora affatto disconosciuto: egli entra a sporre le parole di cui ha da usare a formare definizioni delle cose che ha da trattare, ed a spiegare minutamente le dottrine preliminari, come colui che è per parlare di una scienza nuova, che non è ancor conosciuta da altri. Osservo inoltre che, ne Diofanto nei moltissimi problemi, che si propone e scioglie, non cita mai verun altro matematico che ne abbia cercata la soluzione; nè vedesi dai Greci posteriori citato altro scrittore di tale scienza anteriore a Diofanto; ne gli Arabi, che in questa parte possono avere tanto peso di autorità quanto gli stessi Greci che ci sono rimasti, parlano di altro greco algebrista che del solo Diofanto. E tutto questo mi induce a conchiudere che sia stato realmente Diofanto il creatore dell'algebra, e che debba pertanto coronarsi di onore il suo nome con quello dei più illustri Greci, dei più famosi inventori, dei più benemeriti delle scienze. Nessuna scienza è stata allo stesso tempo inventata e perfezionata, nè l'algebra poteva aspirare ad avere un sì lusinghevole privilegio, e venire nel suo bel nascere ad una matura perfezione. La dottrina di Diofanto versa soltanto sulle equazioni del primo grado: ma egli fa nondimeno conoscere qua e la, che sapeva anche la formola per quelle del secondo; anzi fin dal principio promette (a) d'insegnare poi la maniera di sciorre i problemi, che sembrano appartenere alle equazioni del secondo grado. Ma qualunque sieno i problemi ch'ei prende a risolvere, dee certamente recar maraviglia l'accortezza e mae-

(a) Lib. L defin. XI.

stria, con cui li maneggia, e l'ingegnosa applicazione che fa dell'analisi algebraica per la loro risoluzione. Il metodo e l'arte di Diofanto di sfuggire i valori irrazionali pel mezzo di certe equazioni finte : la destrezza di risolvere equazioni semplici e doppie, e ancor più alte, ed altri bei ritrovati del greco algebrista, sono guardati con rispetto dai più dotti moderni ; e giudicati degni di essere non solo abbracciati , ma ilsustrati, e condotti a maggiore perfezione colle dotte loro fatiche Noi abbiamo perduti molti libri di Diofanto: ma quei che si sono conservati, bastano a darci una ben vantaggiosa e gloriosa idea dell'acuto suo ingegno, e del profondo suo sapere [\*]. Questi altresì sono gli unici monumenti della dottrina algebraica dei Greci antichi. La celebre ed infelice Ipagia, avvezza a maneggiare le più aspre spine della geometria e del calcolo, era la più opportuna per illustrare l'algebra e le opere di Diofanto : ed ella infatti ne fece un commentario , come sappiamo da Suida [a]; ma anche questo prezióso monumento della greca algebra è da gran tempo perito, nè ci è rimasto verun vestigio, onde potere scorgere quale fosse la sua dottrina .

Dopo Diofanto gli Arabi sono gli unici che debbano chia- Arabi e mare la nostra attenzione. Alcuni vogliono dare agli Arabi , tori dell'algecome abbiamo detto di sopra , la eloria dell'invenzione dell' algebra; e se vero è , come ingegnosamente dice il Fontenelle [b], the le scoperte appartengano a chi da loro il nome,

(\*) Per non interrompere il corso della Scotia daremo qui qualche leggiera idea della parole e dei segni deil'a gebra di Diolonio Egli chiama (s) il quadrato potenza , o luvatat , e lo segna col 3', aggiongendovi un w in questa gnisa lo 3 cost il cubo av , il quadrato quadrato Vo", che è bosanhorant, e il quadrate cubo lau. Il numero, che non è che semplice nomero , o come ar dicesi , prima potenza , viene chiamato numero . c segna-

(1) Defin. 11.

to collo c' l'unità cel e aggiuntori un . at . Il più chiamasi s'auptic, il meno Au'4 at 5 e segnati il meno col 4 rovesciato , ossia + ; ma del pià non si vede segno particolare . Nelle scicoze , come in tutte le cose grandi , le più picciole antichità intetessano la cusiosità dei saggi e seri filosofi : ma la vassicà della moteria non ci permette di seguire distintamente ogni cosa . (a) V. T'zz'rez .

(4) Elog.

quanto diritto non potranno vantare gli Arabi sopra quella scienza, che nello stesso suo nome si manifesta già arabica? Il Carduno infatti non dubita di asserire [a] che quest'arte riceve la sua nascita dall' arabo Moamad, figliuolo di Moise, e ne cita, in irrefragabile restimonio, Leonardo pisano. Il Tartaglia parimente chiama senza esitanza inventore di tale scienza il citato Moamud [b]. Altri, presi soltanto dalla somiglianza del nome , vogliono attribuire l'origine dell'algebra al medico e filosofo Giaber , o a Geber famoso astronomo di Siviglia. Il Wallis [c] crede bensì che, l'algebra sia stata già conosciuta e spiegata dai Greci , ma che gli Arabi per altre vie l'abbiano posseduta, venuta forse loro dalla Persia e dall' India, senza riceverla dalla Grecia. Perciocchè se fosse greca l'algebra arabica, greca parimente sarebbe la denominazione delle potenze; ma vediamo all'opposto, che il quadrato cubo , che presso Diofanto non è che il quadrato moltiplicato pel cubo, presso gli Arabi è assai più alto, ed è il quadrato del cubo, o il cubo del quadrato. Diofanto solo conobbe numero, podestà, o quadrato, e cubo, gli Arabi inoltre avevano la denominazione dei supersolidi, e diversi nomi delle potenze, diverso ordine nel riferirle, e l'inserzione dei supersolidi sembrano al Wallis argomenti non dispregevoli per riputare differente dalla diofantea l'algebra arabica; ed egli pensa che questa possa derivare dagl' Indiani , dai quali era parimente venuta' agli Arabi l'aritmetica . Questi argomenti del Wallis sono stati ampliati, e più distintamente distesi dal dotto matematico P. Cossali nella piena e profonda sua opera Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra [d]. Qualunque fossero le congetture del Walis, non mi pareva che dovessero sovrastare al testimonio contrario degli stessi Arabi, che confessano averla ricevuta da Diofanto.

<sup>(</sup>a) Artis magn. seu De regul, alg. cap. 1. (b) Pref. all' Euclide :

<sup>(</sup>e) Alg. cap. II. a. XXII.

Che poteva dirsi più positivo ed autentico di ciò che leggest nella Biblioteca arabica dei filosofi! L'autore di questa è un egiziano, che passa per accuratissimo scrittore, e che tale si mostra particolarmente nelle notizie appartenenti ai matematici, vedendosi spesso consultare, in questa parte bibliografica, gli stessi matematici più rinomati, esaminare attentamente le opere, di cui parla, cercarne, dove potesse, i codici autografi, e le picciole note aggiuntevi dagli stessi autori, scrutinare le minute schedole dei matematici, donde potesse trar qualche lume, distinguere i libri rari, confrontare l'edizioni diverse, pesare il merito degli autori, delle opere e dell'edizioni, osservare diligentemente gli stromenti astronomici, e correre dietro a qualunque invenzione matematica (a), e di nessun altra materia mostrarsi sì appassionato amatore, quanto di tutto ciò che risguarda le matematiche; quest'arabo scrittore, sì degno di fede, dice apertamente ,, Diofanto fece un opera , lodatissima dell'arte algebraica, che è stata tradotta in ara-,, bo: e quanti poi hanno scritto d'algebra tutti si sono le-, vati su i fondamenti di lui , . Abulfaragio (b) chiama celebre l'opera di Diofanto; e questa celebrità non le veniva che dal corso che aveva fra i suoi Arabi. Il Casiri stesso, il più versato di quanti noi conosciamo negli scritti degli Arabi. e portatissimo ad abbracciare ciò che può essere di loro onore, dopo aver detto che il Morofio attribuisce ad essi l'invenzione dell'algebra, ma che il Regiomontano, lodato dal Vossio, nella prefazione ad Alfergano la riferisce a Diofanto, soggiunge: Caeterum Arabes scriptores hanc laudem nec Graecis detrahunt, nec sibi arrogant, quippe qui Diophantum algebrae auctorem extitisse ingenue profitentur (c). E queste Tom. IV.

<sup>(</sup>a) V. art. Euclide, Apollonio, Tolomeo, Alharsan, Ben Alharsan, Ben Alaitan, Abu Alii, Ben Alnabii, e molii altri. (c) Bibl. Ar. Escur. t. 1. p. 370.

testimonianze di scrittori, più di noi versati negli scritti degli Arabi, e più interessati nel loro onore letterario, credeva che dovessero avere più peso che le semplici congetture a fondate sulla diversità dei nomi, e di qualche pratica esecuzione. Anche i moderni algebristi italiani e spagnuoli, che tutti diciamo oriundi dagli Arabi, pur adoperavano i nomi di cosa, di censo, di numeri relati e pronici, ed altri non conosciuti dagli stessi Arabi. Quanti nomi, quante operazioni, quanti metodi non si sono alternativamente cambiati a senza che per questo pensiamo a ricercarne origine differente! Se dovremo far gran conto di queste differenze dell'algebra arabica e della diofantea, bisognerà conchiudere, che questa nessuna influenza abbia avuto sopra di quella, e che gli Arabi per niente abbiano seguita la dottrina di Diofanto. E ardiremo di ciò asserire dopo sì chiari testimonj in contrario degli stessi Arabi? Nè credo sia da darsi gran peso ad alcune espressioni dei nostri algebristi dei tempi bassi , di un certo Raffaello Canacci, che cita un Guglielmo de Lunis; l'uno e l'altro affatto oscuri, conosciuti soltanto per un codice, senza data nè segno di tempo, posseduto in Firenze dal cavaliere Nelli, veduto dal P. Cossali e da pochissimi altri; di Fra Luca di Borgo, inesattissimo nelle bibliografiche notizie, e di altri simili. Così pensava io, ed aveva, nelle prime edizioni di questa mia opera, riferita a Diofanto l'origine dell'algebra arabica. Ma vedendo poi, nel secondo tomo delle transazioni filosofiche della Società di Bengala, uscito allora alla luce, la memoria di Rabuel Burrow , che dice di avervi trovati nel Sanscrit problemi algebraici maneggiati dagli Indiani, e libri di algebra di un antichità e di un merito, che egli forse soverchiamente magnifica, ma che certo provano, che in quella nazione era da gran tempo coltivato questo studio, cominciai a pensare che potesse realmente esser vero ciò che soltanto per congetture aveva proposto il Wallis. Vennero poi a rinforzamento

di queste le ragioni, distintamente sviscerate dal dotto Cossali, e le sue riflessioni sull'età, e la patria di alcuni algebristi. arabici; e rileggendo di nuovo quanto il Casiri e l'autore della Biblioteca arabica dei filosofi dicono dei matematici di quella nazione, e delle molte lor opere nella logistica indiana, credo potersi assai fondatamente pensare ciò che vuole il Cossali, che gli Arabi da principio prendessero l'algebra dagli Indiani, e che poi innoltrati in quell'arte, quando furono in grado d'intendere la dottrina assai più sublime di Diofanto. traducessero la sua opera, e che dei sottili lumi di lui illustrarono il loro ingegno (a). Ma realmente per ben decide+ re questo punto non ci bastano le cognizioni che abbiamo presentemente. Noi conosciamo abbastanza l'algebra diofantea, sebbene anche di questa ci sono mancati i sei libri, che certamente molti ulteriori lumi ci avrebbono somministrati. Ma dell'indiana niente sappiamo; e dell'arabica solo per tradizione ci sono giunte alcune nozioni, che non possiamo accertare quanto sieno giuste. Se il Burrow ci darà tradotti i libri indiani, che ci ha promessi dell'aritmetica e dell'algebra indiana: se qualche erudito matematico, versato nella lingua arabica, renderà di uso comune alcuni dei molti celebrati codici arabici, che trattano questa materia, allora confrontando l'algebra diofantea, l'indiana e l'arabica, si potrà fondatamente decidere ciò, che per altro non è di molta importanza, se diofantea debba dirsi, ovvero indiana, ed anzi autotona ed originale l'algebra degli Arabi.

Qualunque però sia stata l'origine dell'algebra presso gli Arabi, questi certamente la coltivarono con ardore, e se non le diedero la nascita, le recarono avanzamenti, e la condussero a maggior perfezione. Il primo, secondo il testimonio del Caruineo presso il Casiri (b), che insegnasse ai maomet-

(5) Tom. 1. pag. 271.

tani quella scienza, fu Moamad Ben Musa detto il Khuarezmita, nome celebre eziandio presso i Latini, chiamato dai primi algebristi europei, come abbiamo detto, inventore dell'algebra, e commendato particolarmente dal Cardano, come uno dei più grandi ingegni che fosser venuti al mondo (a). Altro Moamad, detto volgarmente Alburgiani, scrisse commentari al libro dell'algebra del Khuarezmita e ad altro di Abu Jahia parimente dell'algebra, e oltre di questi illustrò l'algebra di Diofanto, e non solo ne formò commentari, ma distese dimostrazioni delle sue proposizioni, ed egli stesso molti libri compose di trattati aritmetici, e di tutta l'arte logistica (b). Discepolo di questo Moamad su Thabit ben Corrah. il quale non solo scrisse di aritmetica e di algebra. ma diede anche un opera di problemi algebraici da comprovarsi con geometriche dimostrazioni, Il Montucla (c) cita un codice di Omar ben Ibraim, esistente nella biblioteca di Levda il quale, portando il titolo di Algebra delle equazioni cubiche, mostra, che gli Arabi fossero gloriosamente arrivati alle equazioni del terzo grado, Dell'algebra scrisse pure a quei tempi Ahmad Altajeb, discepolo del celebre Alkindi; dell'algebra scrisse il famoso calcolatore Ebn Albanna di Granata : dell'algebra scrissero Kosein, Jahia, Tejoddin ed altri infiniti; e fu così universale il prurito di scriver d'algebra, che se ne composero anche poemi, trovandosene, a nostra notizia, uno d' Ibn Jasmin, sul quale esistono i commenti nella biblioteca bodlejana (d), altro di Moamad Ben Alcassem di Granata, ed altro di un anonimo nella biblioteca dell'Escuriale (e). Noi più non godiamo, ne facciamo conto dei lumi algebraici dei Saraceni maestri: gli ulteriori avanzamenti procuratici dai moderni

analisti ci fanno trascurare le arabiche cognizioni; ma dob-

Altri stabi a gebristi .

<sup>(</sup>a) De subtil. lib. XVI. (b) Casici t. I. p. 433.

<sup>(</sup>e) Hist. des Math. par. II. t. I. f. iX.

<sup>(</sup>d) Heilbronner Hist. math. p. 611. (e) Casiri t. I. p. 370. 379.

biamo sempre professare grata riconoscenza a chi ci comunicò i primi lumi, e ci appianò le vie onde poterci innoltrare a più grandi ed utili scoprimenti.

Dagli Arabi passò nelle nostre scuole la scienza algebraica; ma noi non sappiamo quali sieno stati i primi europei, che fecero parte ai lor nazionali di sì pregevole dono. Forse quel Giuseppe Spagnuolo, la cui aritmetica tanto pregiava Gerberto, avrà eziandio conosciuta l'aritmetica speciosa, come si suole anche chiamare l'algebra. Forse alcuni dei molti libri matematici dell'archivio di Toledo, nei quali, al dire del Terreros o del Burriel (a), vedonsi adoperate le cifre arabiche, avranno anche trattata l'algebra arabica. Vi si vedevano certo tradotte in latino alcune opere di Tabith ben Corrah, il quale vien riguardato come uno dei padri di tale scienza. Forse Gerberto, che sì misteriosamente parla dell'aritmetica, da lui appresa in Ispagna, avrà compreso sotto questo nome anche l'algebra. Forse Giovanni di Siviglia, forse . . . . Ma che serve l'andare in traccia d'inutili congetture, che non possono darci veruno schiarimento intorno ai progressi di quell? arte? Checchè sia stato di quegli antichi matematici, noi più non abbiamo verun monumento, nè sicuro indizio della loro algebra. Il primo europeo, di cui se ne sieno conservati, è Leonardo Fibonacci, ossia figlio di Bonacci, da Pisa, nella sopraccitata sua opera dell' Abaco, nella quale tutto il capo Pisa. XV. della parte IX. è di regole e proporzioni appartenenti a geometria, e di questioni di algebra e di almuchabala, ossia Introductoria algebrae et Almuchabale. Nel quale lungo capitolo, dice il Targioni (b), si serve Leonardo delle lettere a b o ec., e di altri segni algebraici: e sebbene in quel poco che ho potuto leggere di quel codice, nè vi ho veduti segni algebraici, nè credo, che le lettere a b c ec. vi sieno adoperate per altro che per segnare geometriche quantità, pu-

80 Europei coltivatori dell' al-

> 81 Leonardo da isa .

<sup>(</sup>a) Paleogr. esp. p. 102.

<sup>(</sup>b) Relaz. d'alc. viag. ec. tom. II.

re non dubito che egli trattasse assai dottamente, per quanto a quei tempi potevasi, dell'algebra, e merita certamente la venerazione di tutti i posteri, come il primo loro maestro di quella scienza che siasi conosciuto (\*). Non ardirò di collocare affermatamente fra gli algebristi il soprallodato Paolo dei Dagomari o dell' Abaco: il chiamarlo il Villani superiore a tutti gli altri nelle equazioni, e il cantare di lui il Verino Velox qui computat omnia signis, non basta per dargli, come vorrebbe il dotto Ximenez (a), la lode di algebrista; potendo intendersi il detto del Villani, non delle equazioni algebraiche, ma delle astronomiche, come dice l'edizione italiana : e quel del Verino, non dei segni algebraici, ma dei numerali, i quali infatti sono quei, che egli loda come riportati dal Gange da questo Paolo. Ma dirò bensì, che, verso la metà del secolo decimoquinto, erano già assai comuni le cognizioni algebraiche, non solo nell'Italia, ma nella Germania e in altre nazioni; poiche il celebre Regiomontano, non solo se ne serve utilmente per risolvere varj problemi (b), ma proponendo un equazione del secondo grado, dice semplicemente, come di cosa niente nuova e ben conosciuta, fiat secundum cognita artis praecepta, come osserva a questo proposito il Montucla (c). Questa generale propagazione dell'algebra si può anche dedurre evidentemente dalla stessa opera di Luca Pacioli, benchè la prima su tale materia che sia venuta alla pubblica luce; poiche in essa fin dal principio vediamo, che non solo era conosciuta da qualche più erudito e profondo matematico, ma perfino dal volgo veniva distinta, e con tre nomi diversi segnata, ed or arte maggiore, or rego-

<sup>(\*)</sup> Di questo e degli altri sequenti algebriati italiani vedasi l' opera, sacita dopo la prima edizione di questa nostra e da noi qui citata, del dotto P. Cossell, nella quatta le, in due volumi in quatto distera, amplissimamente si spiega il merito di ciascu-

no, e presentasi pienamente questo breve periodo della storia dell'algebra.

<sup>(</sup>a) Del geom. fior. Intr. (b) De triangel. lib. V.

<sup>(</sup>c) Hist. des Math. par. III. 1. II. 5. I.

la della cosa, or algebra ed almucabala era appellata (a): e le sue regole si spongono nel decorso del libro, come cose comuni, senza veruna traccia di novità, nè mai scorgesi nell? autore alcuna espressione di vanto o di compiacenza, come in colui, che creda di spacciare nuove dottrine non ancor conosciute da altri.

Ma, checchè sia di questa pubblica propagazione dell'al-

gebra, certo è, che la prima opera venuta alla luce, contenente questa dottrina, è stata la sopraccitata Somma di aritmetica, geometria, proporzioni e proporzionalità di Luca Pa- Lora Pecioli. cioli dal Borgo di san Sepolero. Tutta la distinzione ottava, in sei lunghi trattati compresa, versa intorno a quest'arte, detta da lui, qual'è in realtà, mazime necessaria alla pratica di aritmetica ed anche di geometria, e spiega i suoi principi e le sue regole, e forma, per così dire, un corso assai compiuto dell'algebra, quale ai suoi tempi si ritrovava. Egli non passa più oltre delle equazioni del secondo grado, ed anche per queste non considera che tre casi, pei quali dà le sue regole, vere bensì, ma non abbastanza generali e compiute, che non abbracciano le radici negative, ma solo le positive. Il merito di Luca non su che di avere sposte alla pubblica cognizione le altrui scoperte, nè gli si può dare la gloria di averne da se prodotta alcuna, e di avere ampliato i confini della sua arte. Lo fece poco di poi Scipione del Ferro col ritrovare le equazioni del terzo grado, che Luca non sol non cre- Ferro. deva, ma apertamente asseriva che non si potessero ritrovare; invenzione, che il Cardano magnifica colle più alte lodi, e chiama bella e maravigliosa, superiore ad ogni umana sottigliezza, e alla chiarezza di ogni ingegno mortale (b). Questa invenzione, comunicata secretamente dal Ferro ad Antonio Maria del Fiore, gli diede gran facilità per risolvere molti problemi fin allora creduti insolubili, e l'incoraggiò ad

(a) Dist. VIII. pracf.

(6) Art. magn. cap. I.

84 Tartarlia

intimare al famoso Tartaglia una sfida aritmetica. Allora il Tartaglia spronato dall' emulazione e dall' ardore di vincere in quella lizza, aguzzò il suo ingegno, ed inventò una regola per la soluzione di tali problemi, che aveva il pregio di essere più generale e di comprendere molti casi, ai quali non era applicabile quella di Scipione. Era uso di quei tempi il tenere celati i metodi ritrovati, per avere così un mezzo di sciogliere molti quesiti, di cui gli altri contendenti mancavano. Infatti anche il sopraccitato del Ferro non volle comunicare che ad un suo caro discepolo, e a questo anche in rigoroso secreto, la stimabile sua scoperta. Quindi il Cardano nella breve storia che tesse dell'algebra, narra bensì tutti i passi e le scoperte sin allora fatte, ma non conosce gli autori di esse, nè altri ne sa nominare che l'arabo Moamad, e questi due suoi coetanei. Ma il Tartaglia era in questa parte sopra tutti gli altri geloso; ed il Nugnez (a) l'accusa distintamente di quella sua, per così dire, letteraria avarizia; e il Cardano racconta, che non mai volle arrendersi a fargli parte della sua scoperta, se non trattovi a pura forza, ed obbligato da replicate ed importune richieste. Buon per noi, che l'ardente ed ostinata importunità del Cardano giunse a strappargli di bocca il bramato arcano, e la sua ambizione di gloria gli fece superare lo scrupolo di mancare alla data parola di secretezza, e prendersi la compiacenza di comunicarlo anche al pubblico. Era per avventura il Tartaglia matematico più profondo, e di più forte ingegno che il Cardano, ma di uno stile e discorso rozzo ed incolto, conveniente alla plebea sua educazione, non ripulita coi buoni studi, e di un indole altiera ed inquieta che gli procacciava molti nemici; onde se egli avesse pubblicate le sue scoperte, come poi fece in versi barbari ed oscuri, non avrebbero esse certamente chiamata l'attenzione dei matematici, e sarebbero forse rimaste

Cardago

(a) Lib. de Aig.

sepolte nella loro oscurità e nel comune abbandono. Dove che il Cardano, erudito e colto come egli era, se mancò al secreto promesso al Tartaglia, e gli recò dispiacere, meglio però giovò alla celebrità della scoperta, al profitto degli studiosi, ed al vantaggio delle scienze. Egli spose il metodo del Tartaglia, o le formole delle equazioni del terzo grado in chiara latinità, con espressioni facili ed intelligibili; egli ne trovò la dimostrazione, a cui non avevà pensato il Tartaglia; egli ampliò e dissese a tutti i casi le regole, che solo erano applicabili a quelli in cui manca il secondo termine, ciò che allora non poteva farsi comune a tutte; egli in somma illustrò, ed arricchì di tanti miglioramenti ed accrescimenti le formole del Tartaglia, che meritò assai giustamente l'onore che gli ha reso la posterità, di dare a quelle il nome di Formole del Cardano. Il Gua, occupato nelle ricerche del numero delle radici, che si possono trovare nelle equazioni di tutti i gradi, spiega distintamente la dottrina del Cardano risguardante tali radici (a); ma sembra che non sia stato abbastanza riservato nel decidere che egli, non guari meno che il Pacioli, punto non conoscesse l'uso delle radici negative; mentre al contrario in più luoghi del suo libro (f) fa uso chiaramente di tali radici.

Un osservazione, che è di molto onore alla perspicacia algebraica del Cardano, è la limitazione che egli sa delle regole delle equazioni del terzo grado, nel caso che l'estrazio- grado. ne della radice quadrata che dee entrare in tali equazioni, non sia possibile, ossia, come si dice, immaginaria. Questo è il celebre caso irreducibile, in cui si trovano tre radici reali sorde; e vani sono stati tutti gli sforzi finora fatti per esprimere queste radici in termini razionali, nè si è potuto accordare una regola generale di cangiare in reali assegnabili le gran-

Tom. IV. (a) Acad. det sc. 4n. 1741.

(b) Art. magn. c. III. VI

reducibile ha chiamata, per più di due secoli, l'attenzione degli algebristi, ed è stato per l'algebra, come la quadratura : del circolo per la geometria, lo scoglio a cui hanno urtato quanti hanno voluto superare quella difficoltà; e gloria è dell' acutezza di mente del Cardano l'avere sin dal principio trovato un tale caso, e riconosciutane l'insuperabile resistenza a tutti gli sforzi degli analitici. Questi meriti del Cardano hanno fatto passare con molto credito alla posterità il suo nome. e gli hanno ottenuto l'onore di occupare i pensieri e gli studj dei matematici di tutti i tempi; e non solo il Wallis (a), il Baker (b), ed altri nel passato secolo, ma anche l' Eulero (c), ed altri nobili matematici del presente sino a questi dì si sono impiegati, e s'impiegano in dare maggiore schiarimento, e più ampiezza alla sua dottrina, e tutti concorrono a rendere vie più illustre e glorioso nelle matematiche il nome del Cardano, che non è troppo rispettato dai medici, nè dai filosofi. A maggiore sua gloria, anche un suo discepolo, Luigi Ferrari, contribuì molto all'avanzamento dell'arte algebraica. Lo stesso Cardano dice apertamente che alcune scoperte da lui riferite non sono veramente sue, ma del suo allievo Ferrari, ed a questo particolarmente riporta due dimostrazioni (d). Attribuivasi al Cartesio un martello cubico, con cui risolvevansi le equazioni quadrato-quadrate; ma il Leibnitz scrisse senza la minore esitazione all'Oldemburgo, che non era tale invenzione del Cartesio, nè del Vieta, ma del secolo antecedente, cioè del Ferrari, e che questi, prima di ogni

(a) Algebra .

altro, insegnò agli algebristi a ridurre ad equazione cubica la

<sup>(</sup>d) Art. mago. cap. VI.

quadrato-quadrata (e). Il gran merito del Ferrari fu il ritro-(e) Op. t. 111. Ep. ad Oldemb. p. 41.

vare un metodo per risolvere le equazioni del quarto grado. Nè il Ferro, nè il Fiore, nè il Tartaglia, nè il Cardano, nè verun altro matematico anteriore non avevano potuto mai giungere a quelle equazioni, nè i matematici posteriori hanno saputo passare più oltre a trovare equazioni per altri gradi. Tanto merito del Ferrari non è bastato ad ottenergli dal Wallis e dal Gua un più alto ed onorevole posto nelle lor brevi storie dell'algebra, quale conveniva alle sue scoperte. Più fortunata sorte è toccata al Bombelli, il cui nome, come quello del Cardano, coi propri e cogli altrui meriti ha acquistata celebrità. Benchè le formole delle equazioni del quarto grado sieno realmente ritrovato del Ferrari, sono non pertanto più conosciute sotto il nome del Bombelli (a), il quale le spose con più chiarezza, e diede loro maggiore estensione. Egli, meglio di ogni altro, svolse e spiegò tutta la dottrina algebraica; e i suoi libri di algebra possono riguardarsi come il più pieno e compiuto corso di quella scienza, che in tutto quel secolo sia comparso. Egli inoltre ebbe, come il Cardano, il merito dell'invenzione. Il Leibnitz dice, che il Bombelli, prima di ogni altro, insegnò ad estrarre le radici razionali dai binomj cardanici, in apparenza immaginarj (b). Egli infatti fu assai più accorto che il Cardano nell'esame del caso irreducibile, e non solo ardi di asserire che la radice irrazionale, tuttochè nascosta sotto una forma immaginaria, è sempre possibile; ma ne dimostrò in qualche modo la possibilità, e passò eziandio a fare i suoi sforzi per ritrovarla, e vi riuscì in certi casi, benchè non potè darne una regola assai generale. Il Gua (e) dà il vanto al Bombelli di avere il primo parlato del calcolo dei radicali, di aver fatto entrare nei calcoli le radici impossibili, e di aver insegnata una regola per la risoluzione delle equazioni del quar-

88 Bombeili

m :

<sup>(</sup>a) V. Euler. Elem. d'Alg. ed al.

<sup>(</sup>b). Ubi supra.

<sup>(</sup>c) Ubi supra .

to grado, di cui è svanito il secondo termine che, dice, sarà sempre riguardata come una delle principali scoperte che siensi fatte nelle matematiche, e ci mostra l'opera del Bombelli come un opera molto interessante pei progressi di questa scienza. Così il Bombelli su molto benemerito dell'algebra, e il suo nome occuperà sempre onorato posto nella storia delle matematiche. Finora l'algebra può riguardarsi come una scienza italiana, benchè conosciuta e coltivata dalle altre nazioni. Leonardo da Pisa e Luca dal Borgo, i primi scrittori conosciuti di questa scienza, furono italiani, come italiani pure furono il Ferro, il Fiore, il Tartaglia, il Cardano, il Ferrari, il Bombelli, e tutti i principali propagatori ed avanzatori dell' algebra. Il nome stesso italiano che allora davasi a questa, può essere chiara prova della sua nazionalità. Se noi diamo agli Arabi la gloria di padri dell'algebra, perchè essa porta arabico nome, il sentirla chiamare con nome italiano dee dare all' Italia qualche particolare diritto di considerarsi come sua maestra e padrona. L'algebra, benchè chiamata anche arte maggiore ed arte magna, era universalmente intitolata Scienza della cosa; e non solo gl'Italiani le davano questo nome, ma il tedesco Rudolphs, e il suo dotto editore Stifels diedero il titolo Die coss ad un opera intorno all'algebra, e l'inglese Record dice Regola della cosa The Rule of Cos, e cosici si chiamavano anche in latino i numeri, e cosicae le radici fino nel secolo passato. Pur nondimeno tutte le nazioni ebbero verso la metà del secolo decimosesto i loro scrittori di algebra. Oltre i tedeschi, ora nominati, Rudolphs e Stifels e l'inglese Record, vi erano francesi algebristi assai celebrati, il Peletier e il Buteon, ed anzi da questo vogliono alcuni prendere la prima origine di segnare i numeri colle lettere nelle operazioni algebraiche; vi era nella Spagna il celebre Nugnez, più conosciuto col nome di Nonio, del quale furono abbracciati e seguiti parecchi metodi,

Altri algebei.

che si vedono anche riportati, nel passato secolo, dal Bachet di Meritine (a), dal Dechalet (b), e da altri scrittori; vi era nell'Olanda lo Stevin, conosciuto e stimato anche posteriormente; e vi erano per tutta l'Europa varj studiosi e coltivatori di quella scienza.

Ma tutti sì italiani che delle altre nazioni, tutti deono cedere il posto al francese Vieta, dal quale s'incomincia una nuova epoca per l'algebra e, si può dire, anche per tutte le matematiche. Finora l'algebra in mano di nomini ingegnosi bensì e dotti aritmetici, ma non abbastanza fini e ripuliti geometri, non si era acquistato quel grado di dignità, che le-facesse occupare un riguardevole posto nella letteratura: il Vieta la levò a questo onore; nelle sue mani si formò quell'utile e glorioso istrumento, che or è, delle più difficili ed ardue scoperte, e produsse così una memorabile rivoluzione nelle matematiche, e în quasi tutte le scienze naturali. Il Vieta può riguardarsi come il pedre dei più profondi analitici di questi secoli e ed egli infatti aprì o segnò almeno tutte le vie che corsero poi l' Arriot, il Cartesio, l'Ougtred, e i più famosi autori degli avanzamenti algebraici. Fu suo merito una più facile e più comoda preparazione delle equazioni, che è stata poi abbracciata dagli analisti moderni, immaginando egli gran parte delle trasformazioni che si fanno nelle equazioni e degli usi diversi, che se ne possono ricavare: su suo merito un metodo, che ei chiama Sincrisi, per riconoscere col confronto di due equazioni, differenti soltanto pei segni, il rapporto che vi è fra ciascuno dei coefficienti che sono loro comuni, e le radici dell'una e dell'altra : fu suo merito la formazione delle equazioni composte per le loro radici semplici, quando son tutte positive; la risoluzione numerica delle equazioni all' imitazione dell'estrazione delle radici numeriche; la costruzio-

<sup>(</sup>a) In Diophant. ec. lib. 1. quest. (b) Alg. lib. III.

due medie proporzionali, la decomposizione delle equazioni del quarto grado per quelle del terzo, e parecchi altri ritrovati furono suoi meriti nell'analisi. Ma forse, non meno che per tutti questi vantaggi, si rese il Vieta benemerito dell'algebra e della geometria, per la felice scoperta di segnare colle lettere dell' alfabeto le quantità conosciute e le sconosciute. Ouesto metodo, oltre che leva l'imbarazzo della confusione dei numeri, ha il vantaggio di essere più generale, dando soluzioni comuni a tutti i casi, mentre nell'altro non davansi che pei casi particolari. Chiunque ha pratica di tali calcoli facilmente comprende le difficoltà e gl'imbarazzi in cui dovrebbono mettere i numeri, e la contenzione di mente che esigerebbero nelle lunghe operazioni; dove che ora col moltiplicare o detrarre una lettera, coll'aggiungerne un altra e col maneggiare quasi materialmente alcuni caratteri dell'alfabeto, si risolvono colla maggiore speditezza i calcoli più intricati. Come potrebbono avere luogo nei numeri tanti utilissimi metodi inventati dai posteriori algebristi, per isbrigare ogni calcolo nelle geometriche teorie? Questo metodo delle lettere fu ancor ridotto a maggiore semplicità dall' Arriot, il quale adoprò i caratteri minuscoli, più facili e più spediti dei majuscoli, li collocò in modo da segnare i prodotti delle quantità moltiplicate, scrivendo una dopo l'altra immediatamente le lettere che esprimono i fattori, ed agevolò grandemente le richieste operazioni. Più ancora fece in questa parte il Cartesio. Egli inventò il segnare le lettere esprimenti le potenze col numero corrispondente alle volte che, secondo il metodo dell'Arriot, si dovrebbe replicare tale lettera, o, come or dicesi a coll'esponente: ed a lui dobbiamo altresì l'espressione tanto necessaria dei polinomi col sottoporli ad una riga superiore, o, come altri hanno poi usato, col rinchiuderli entro una parentesi. Anche altri dopo l'Arriot e il Cartesio hanno

pensato alla collocazione delle lettere, ed al miglioramento dei segni algebraici ; e sono state tante le varietà nell'adoperare le lettere ed i segni, che sarebbe una non inutile curiosità il " formare una paleografia dell'algebra, ed una storia della sua stenografia, la quale non poco gioverebbe a facilitare l'intelligenza dei primi scritti su quella scienza, e dei principali maestri della moderna analisi. Piccioli ritrovati sembreranno questi a chi non ha pratica delle algebraiche operazioni : ma chi conosce la sveltezza, facilità e certezza, che essi producono nell'asprezza e nell'intralciamento dei calcoli; chi sa la estensione delle vedute, l'ampiezza delle mire, e la profondità delle cognizioni che ciascuno di essi richiede per istabilirsi senza pericolo di errore, ed usarsi con sicurezza ed utilità, non potrà lodare abbastanza l'ingegno di chi li ha saputi inventare, ne professargli la dovuta riconoscenza per gli sforzi d'immaginazione che gli hanno costato. Ma ritornando ai progressi che fece l'algebra, vero è che gli utili ritrovati, e le gloriose fatiche del Vieta eccitarono gli studi di parecchi valenti matematici a coltivarla con grande ardore. Ma sebbene molti si fecero nome colle loro speculazioni, e recarono anche qualche avanzamento alla loro scienza, solo però l'Arriot giunse ad emulare la gloria del loro maestro Vieta. I francesi e gl'inglesi non convengono nel valutare il merito algebraico dell' Arriot. Il solo passo, dice il Gua (a), che sembri propriamente avere fatto l'Arriot nell'analisi, è l'avere impiegate nelle equazioni del terzo e del quarto grado le radici negative, benchè anche in questo l'accusa di qualche errore; e il Montucla (b) non dubita di asserire che l' Arriot non ebbe che una poco chiara e poco sviluppata idea di tali radici, e che ne dice poco più che il Cardano, il quale pure le aveva già conosciute; ma il Wallis (c) conta questa

92 Arriot a

<sup>(</sup>a) Ac. des Sc. an. 1741. Recherches etc.

<sup>(</sup>c) Alg. cap. 32. seq. 45. al-

<sup>(</sup>b) Hist. par. IV. 1. X1.

come una delle gloriose invenzioni algebraiche che noi dobbiamo all' Arriot. A lui pure si dee il metodo, che spesse volte riesce comodo ed utile nelle equazioni, di trasportare allostesso lato tutti i termini, ed uguagliarli a zero, cioè di far passare al primo lato tutti i termini che erano nel secondo, cambiando loro i segni positivi o negativi, e di mettere nell' altro lato soltanto = o: ciò che in alcuni casi rende le equazioni assai più chiare, più facili e più spedite. Ma la scoperta dell'Arriot, più pregievole e più interessante per l'algebra, è stato l'osservare che tutte le equazioni di ordini superiori sono prodotti di semplici equazioni, donde derivano per l'avanzamento dell'analisi molte ed utilissime verità, che noi non possiamo quì sviluppare. Questi ed altri non pochi meriti dell' Arriot rendono il suo nome immortale nei fasti della scienza algebraica, e lo mettono al fianco del Vieta e dei più illustri analitici. Vi erano inoltre a quei tempi l'Ougtred, il Girard, l' Anderson ed altri parecchi che coi loro lumi, e colle loro speculazioni illustravano ed avanzavano le cognizioni algebraiche. Allora altresì ottenne l'algebra di Diofunto maggiore splendore e più nobile ingrandimento.

Ahri algebrieti.

Illustratori dell' algebra di

Fino dal secolo decimoquarto il greco Planude aveva fatti commenti ad alcuni libri del greco algebriata, che poco o niente servirono ad illustrare la sua dottrina. Xilandro net decimotesto, più intendente nella lingua greca che nelle matematiche, traduste in laitino e commento come seppe i libri rimatiti di Diofanto. Più valente in quell'arte il Van-Ceulen si acquisto celebrità per la particolare maestria nell'analisi del greco maestro. Lo Stevin fece una specie di commentari alle questioni di Diofanto; uni non di rado queste alle sue proprie il soprallodato Bombelli; il Viera sesso spesse volte adoprò i metodi del greco algebrista, e trattò molti problemi alla maniera di lui, e parecchi altri a quel tempo fecero onore al nome di Diofanto. Na nel passavo secolo videsì la sua al-

gebra salita al maggiore splendore. Nuova traduzione più fedele, chiara ed esatta, nuovi commenti più dotti e profondi nel cogliere i sensi dell'autore, e più adattati ed acconci per rischiararli fece ai libri di Diofanto il Bachet di Meziriac; ne di ciò contento recò eziandio nuovi lumi, ulteriori avanzamenti, e maggior estensione ed ingrandimento alla sua dottrina. Egli fu il primo, dice il la Grange (a), che irovasse un metodo generale per risolvere in numeri intieri tutte le equazioni del primo grado di due, o più incognite; e nessuno poi ne ha dato altro più diretto, più generale e più ingegnoso di quello del Bachet. Più di tutti avanzò l'analisi di Diofanto il sommo geomesta Fermat. Nuove vie e nuove regioni aprì egli alla sua scienza; diede nuovi metodi, per la risoluzione delle equazioni indeterminate, superiori a quanti ne avevano pensato i precedenti analisti, di maggiore giustezza, maggiore estensione e generalità; sciolse problemi, a cui non avevano potuto giungere nè il Bachet, nè il Vieta, nè verun altro algebrista; propose molsi teoremi nuovi e sublimi, e secondi di sconosciute ed interessanti verità. Le Accademie di Pietroburgo e di Berlino sono piene di memorie dell' Eulero, del la Grange, del Beguelin e di altri dotti accademici, per dimostrare alcune proposizioni del Fermat, per seguire alcune sue viste, e per ispiegare e proporre agli occhi dei matematici le ricchezze analitiche da lui lasciateci senza ostentazione, e disperse quà e là quasi in abbandono: quei valenti analisti hanno creduto d'impiegare utilmente le loro fatiche coll'illustrare con lunghi scritti i pensieri in poche righe proposti dal Fermat. Il Billy ha raccolti da varie lettere scrittegli da quel grande uomo i nuovi suoi ritrovati su la dottrina analitica (b): ed ha ben ragione di dire che Diofanto Tom. IV.

(a) Ac. de Beil. tom. XXVI.

(b) Doctr. analyt. Inv. novum etc. Edit. Tolor. Oper- Diophanti 1670.

è un pigmeo paragonato con questo gigante; che il Vieta non giunse a toccare la cima di questa scienza, dove sì tranquillamente siedeva il Fermat; e che il Bachet, per quanto fosse in questa parte perspicace ed acuto, sembrava tardo ed ottuso messo in confronto di questa lince. Oltre il Bachet e il Fermat, vi era il Frenicle che estremamente portato, come abbiamo detto di sopra, per quanto riguarda le questioni numeriche, giovò molto ad accrescere i lumi della dottrina di Diofanto, ed inventò nuovi metodi: vi era il Pell inglese algebrista lodato in questa parte dal Leibnitz (a); vi era l'or citato Billy, che nel suo Diofanto redivivo, e in altre sue opere trattò questioni molto più ardue di quelle di Diofanto, ed illustrò la sua dottrina; vi era l'Ozanam che aveva preparata nuova edizione, e nuova illustrazione del greco algebrista, trattava quà e là molte questioni non toccate da Diofanto, nè dal Bachet, e vi aggiungeva un libro pieno di questioni paralipomene, come scrive con molte lodi di tale opera il Leibnitz (b); e vi erano altri che coltivavano l'analisi di Diofanto. Così generalmente nel passato secolo tutti i rami dell'algebra si vedevano in fiore, e tutte le parti di quella scienza, che si poteva dire nata pochi anni prima, erano nobilitate e aggrandite colle fatiche d'illustri ingegni.

Gartesio

Frenicle .

Ma per quanto grandi ed acuti algebristi fossero l'Arriot, l'Ougtred, il Bachee, il Fermat ed altri loro coetanei, d'uopo è che tutti cedano il vanto all'immortale Cartezio. Questo genio creatore non contentavasi di lavorare cogli altrui ritrovati, voleva sempre creare da se; e se talora non poteva levar sode libbriche, si dilettava almeno d'innalzare castelli in aria, i quali nondimeno servivano ad albergare molte utili verità, ed a distruggere ed atterrare molti errori allor dominanti. Non vi è quasi nessuna scienza che non debba al Car-

<sup>(</sup>a) Comm. epist. p. 65.

<sup>(</sup>b) Oper. tom. II. ep. II. ad Oldemb. p. 29, et 30.

tesio qualche grado di perfezione, o qualche notabile avanzamento; ma l'algebra e la geometria furono i campi, onde colse i più sani frutti, e dove si acquistò la più soda gloria. Oltre l'espressione dei polinomi e i segni delle potenze, o degli esponenti, come abbiamo detto di sopra, dobbiamo a lui i principi elementari del calcolo delle potenze, che tanto utile, ed eziandio necessario riesce per le analitiche operazioni . Se gli anteriori algebristi , singolarmente l'Arriot , ed il Girard, avevano conosciute le radici negative, il Cartesio fu il primo a farne il vero uso, e a darci una giusta idea della natura, e dei vantaggi di tali radici. Egli inoltre insegnò a conoscere, per la sola vista dei segni, quante sieno le radici positive, e quante le negative in qualunque equazione, che non ne abbia delle immaginarie; scoperta, che il Gua suo illustratore che tanto ha faticato intorno alle radici delle equazioni, lungamente prova essere interamente dovuta al Cartesio (a), e non comune all'Arriot, come pretendeva il Wallis, e come credevano il Wolfio, ed il Saunderson. Egli è stato anche il primo che abbia dati i mezzi di trovare i limiti delle radici delle equazioni, che non si possono risolvere esattamente. Il solo nome d'analisi cartesiana dato al metodo delle indeterminate per le equazioni del quarto grado, usato anche presentemente, può servire di chiara testimonianza del merito del Cartesio in questa parte, e dei vantaggi che da quel suo metodo derivano alle matematiche; ma ancor più gloriosamente per lui il nome d'algebra cartesiana, applicato geperalmente all'analisi delle quantità finite, ci mostra abbastanza quanta preminenza, e superiorità, e quanta, per così dire, padronanza avesse egli su tutta l'algebra conosciuta avanti l'invenzione dell'infinitesimale. Infatti, che sublime ed ardito volo non le fece prendere col maneggiarla a suo modo? Che ri-

(a) Ac. des Sc. 1741. Demonstration de la règle de Descartes etc



voluzione non produsse in tutte le matematiche coll'applicare l'algebra alla geometria? Qualche leggiera applicazione dell'una all'altra di queste scienze si era già prima veduta negli anteriori algebristi . L'opera sopraccitata di Thabit ben Corrali dei problemi algebraici da comprovarsi con geometriche dimostrazioni , e gli esempi di linee , o figure geometriche , che adopera nel suo capitolo dell'algebra Leonardo da Pisa, ed altri ancor più decisi del Regiomontano, del Tartuglia e di vari analisti del secolo decimosesto, mi sembrano assai chiara prova di quanto sia antica una qualche unione di quelle due scienze. Ma questi non facevano tale applicazione, se non che assegnando alle linee date valori numerici, e trovando la cercata allo stesso modo. Il Vieta, avendo introdotto l'uso delle lettere per rappresentare le quantità conosciute e le sconosciute, potè anche fare una miglior applicazione dell'algebra alla geometria, e formarvi qualche geometrica costruzione. Ma tutti questi non erano che piccioli saggi d'imperfetta applicagione dell'algebra ai problemi ordinari i quali, anche senza tali calcoli, si sarebbbono ugualmente sciolti colla stessa facilità. Il Cartesio ridusse ad arte quest'applicazione, ne formò il metodo, ne diede le regole, ne spiego l'artifizio : dalla piccola espressione di linee dritte la levò alle difficili teorie della geometria delle curve, e fece una sublime ed utilissima scienza di quella che non era che una ristretta, e poco usata, e quasi inutile pratica. La geometria, e l'algebra hanno ricevuto mutuamente da questa unione notabile avanzamento; l'algebra si è nobilitata passando dalle espressioni numeriche alle geometriche dimostrazioni ; la geometria ha acquistata maggiore franchezza e padronanza, potendo mostrare le proprietà delle curve senza l'imbarazzo di linee parallele, e formarne con una espressione algebraica un quadro più svelto, e più energico, che presenta molte agevolezze per ricavare dalle più facili proprietà le più difficili ed intricate. I molti e grandi avanzamenti dell'algebra e della geometria, che dobbiamo al Cartesio per quest'applicazione, hanno fatto cambiare di aspetto quelle scienze, e danno all'autore l'onore di glorioso conquistatore nel regno delle matematiche. La geometria del Cartesio ha avuta la sorte delle opere originali, di trovare cinè grandi uomini che l'illustrassero, e che ajutati dai suoi lumi producessero anch'essi scoperte originali. Tale fu il Beaune., il quale oltre le dotte e chiare annotazioni all'opera del Cartesio, si fece nome illustre nell'algebra per la sua teoria dei limiti delle equazioni, quella cioè di determinare i due numeri, fra i quali si trovano la più grande e la più piccola delle radici cercate, con che si riducono spesso ad un picciol numero i divisori da trovarsi, e si diminuisce di molto la fatica di cercarli; metodo, che fu poi abbracciato, ed accresciuto dal gran Newton (a): tale fu l'Hudde, che si distinse per la riduzione delle equazioni, e pel metodo dei massimi, e dei minimi (b); tale lo Schooten, dotto commentatore, e diligente spianatore dell'opera del Cartesio colle proprie, e colle altrui illustrazioni, ed autore di un trattato pieno di nuove viste del modo di formare le dimostrazioni geometriche col calcolo algebraico (c); tale lo Sluse, inventore di un metodo di costruire qualunque equazione solida in infinite maniere diverse, non solo per mezzo del circolo e della parabola, come faceva il Cartesio, ma di qualunque altra sezione conica (d); tale il Craig, tale il Witt, tale il Rabuel, tale Giacomo Bernoulli, e molti altri illustri geometri.

Dopo gli avanzamenti prodotti all'algebra dal Cartesio, e dai suoi seguaci, sembrava che più non restasse da fare ai posteriori analisti; ma troppo erano grandi e sublimi gl'ingegni,

atqu., ep. II. De maj. et min.

<sup>(</sup>a) Florimondi de Beause Tract. porth.
(c) Tract. Deconcino. Demonstr. geomagustionum.

(d) Tract. Deconcino. Demonstr. geomagustionum.

(d) Masolab. sea duae med. ec.

<sup>(6)</sup> Joan. Huddenii epist. I. De reduct.

analisi sì utile, e sì feconda di geometriche scoperte. Il trovare queste infinitesime grandezze, il calcolare le mutue loro ragioni, operare sopra di esse, e scoprire pel loro mezzo altre grandezze finite è il soggetto dell'analisi infinitesimale, che ha prodotto in questo secolo sì notabile rivoluzione nelle scienze; e quest'analisi è quella che, sotto aspetti diversi, fu scoperta dal Newton, e dal Leibnitz. Ella è una curiosa e strana combinazione, che non solo a un tempo stesso venissero al mondo due sì profondi e maravigliosi ingegni, come Newton, e Leibnitz, ma che amendue contemporaneamente si applicassero ad una sì grande scoperta, e che amendue per via diversa giungessero ad incontrarla colla medesima felicità. Come le affezioni delle curve si conoscono col riferirle alle variabili loro ascisse ed ordinate, Newton, e Leibnitz prendono ad esaminare gl'istantanei cambiamenti, e gl'insensibili incrementi e decrementi che in queste produconsi, ne cercano i rapporti, li maneggiano algebraicamente, e formano le leggi del loro calcolo. Il Leibnitz dà a questi insensibili incrementi o decrementi il nome di differenze infinitesime, e le considera come grandezze infinitesime, che possono risguardarsi come nulle rispetto alle grandezze finite, e si possono trascurare nel calcolo senza pericolo di errore ; anzi fa infinitesimi d'infinitesimi di più e più ordini inferiori, i quali pure possono non curarsi nel calcolare gl'infinitesimi di ordini superiori. Il Newton, senza introdurre l'idea di parti infinite, nè infinitesime, considera le quantità matematiche come generate col moto, chiama flussioni le velocità variabili , colle quali sono prodotte o descritte quelle quantità, e cerca i rapporti di queste flussioni, e forma più e più ordini di esse. Il metodo delle flussioni è il medesimo che quello degl'infinitesimi, ma appoggiato ai principj esasti , senza bisogno della finzione ipotetica delle parti infinitesime. Le differenze dell'uno sono le flussioni dell'altro; le differenze infinitesime si segnano colla lettera d, e d x è la

' differenza di x, e gl'infinitesimi di ordini inferiori si segnano col replicare la lettera d, onde ddx, d3 x, d4 x ec. sono infinitesimi di 2.º, 3.º, 4.º ordine; le flussioni si segnano con un punto, e x è la flussione di x, e x, x, x sono flussioni di 2.0, 30., 4º. ordine ec., uno tralascia nel calcolo certe parti di un elemento, perchè le concepisce come infinitesime, e le parti infinitesime in una grandezza finita possono trascurarsi senza pericolo di errore: l'altro non le considera nel suo calcolo, perchè crede che non gli appartengano; il risultato è il medesimo, benchè nell'uno e nell'altro provenga da ragioni diverse; come se un nomo, secondo l'esempio del Maclaurin (a), che rende un conto, e che pretende portare l'esattezza fino allo scrupolo, trascura certi articoli, perchè di nessuna importanza, mentre l'altro li tralascia, perchè non appartengono a quel conto. Il calcolo infinitesimale si suole anche chiamare calcolo differenziale; ma realmente si divide in calcolo differenziale, ed integrale. L'integrale si oppone al differenziale, ed è un seguito del medesimo, come dice il Fontenelle (b): il differenziale discende dal finito all'infinitesimo, e l'integrale rimonta dall'infinitesimo al finito; l'uno, per così dire, scompone una grandezza, l'altro la ristabilisce. V'è anche parimente nel calcolo delle flussioni il metodo diretto, e il metodo inverso; quello corrisponde al calcolo differenziale, questo all'integrale. Così in ogni parte sostanzialmente combinano il calcolo Leibnitziano ed il Newtoniano, il metodo degl'infinitesimi e quello delle flussioni. Il Leibnitz fu il primo a partecipare al pubblico il suo metodo, e ne diede una leggiera notizia negli Atti di Lipsia (c), onde lo seguirono avidamente i due celebri fratelli Bernoulli, e quindi tutta l'Eu-Tom, IV,

(c) 1684

<sup>(</sup>a) Traité des flux Préfac. (b) Hist. de l'Acad. des Sc. an. 1700, Sur la Quadr. ec.

101

che allora si diedero a quella scienza, per poter rimanere sterili ed oziosi senza produrle ulteriori miglioramenti. Di quante nuove scoperte non seppe arricchirla il Wallis nella vasta sua opera dell'algebra, e molto più nella fecondissima sua aritmetica degli infiniti? Il Brounker, il Barrow, il Mercator, ed altri parecchi nel passato secolo accrebbero sempre più le sue ricchezze. Ma in tanta copia di profondi analitici, non solo dell'Inghilterra, ma di ogni altra nazione, bisogna pur riguardare come il principe di tutti l'impareggiabile Newton. Di quanto vantaggio non sono state per l'algebra le belle ed eleganti sue regole per riconoscere i casi, in cui le equazioni possano avere divisori razionali, e quali polinomi possano in quei casi essere i divisori, per determinare in una nuova e più giusta guisa che fatto non aveva il de Beaune, i limiti delle equazioni: per l'applicazione delle frazioni al calcolo degli esponenti; per ridurre le espressioni frazionarie, o irrazionali in serle infinite; l'eccellente suo metodo di approssimazione per determinare quanto più prossimamente si possa le radici delle equazioni; il famoso teorema che chiamasi del binomio, quella formola generale di esprimere due quantità moltiplicate in se stesse; l'applicazione di tutte queste invenzioni analitiche alla quadratura, e alla rettificazione delle curve, ed ai più ardui problemi geometrici; e mille e mille utili e gloriosi suci ritrovati per avanzare tutte le parti sì dell'algebra pura, che della mista, esposti nel suo trattato dell'analisi per equazioni infinite, nella sua Aritmetica universale, e in altri brevi sì . ma pieni , sugosi , e profondi suoi scritti , che sono il più autorevole codice delle matematiche verità, religioso e sacro agli studiosi di tali scienze? Pur tanti e sì distinti meriti del Newton nelle matematiche discipline spariscono in qualche modo a vista della luminosa sua scoperta del calcolo delle flussioni, conosciuto comunemente col nome di calcolo infinitesimale, di cui poi parleremo più lungamente: ma tutto prova evidente-

Google Google

mente quanto fosse vasta e sublime l'anima di quel grand'unmo, superiore alle più elevate menti degli altri mortali. Contemporaneamente all'inglese algebrista, illustrava l'arte analitica l'alemanno Leibnitz, l'unico genio, che potesse entrare con lui in paragone. Profondo quasi al pari del Newton, era assai più universale ed esteso nelle sue cognizioni. Filosofo, giurisperito, antiquario, storico, filologo e matematico, non lasciava parte alcuna delle scienze, che colle meditazioni del suo ingegno non illustrasse, e in ciascuna facevasi rispettare singolarmente come un portento di erudizione. Ma venendo al nostro proposito dell'algebra, fecesi in questa ammirare particolarmente il suo genio creatore. Lascio il ritrovato di un nuovo genere di equazioni dette da lui esponenziali (a); lascio il metodo generale ed infallibile, ch'ei dice avere scoperto per trovare le radici di tutte le equazioni (b); lascio l'ingegnoso suo metodo pel caso irreducibile; lascio le sottili sue speculazioni su la natura dei logaritmi delle quantità negative, combattute dal Bernoulli, ma abbracciate dall' Eulero e dai posteriori algebristi; lascio mille scoperte algebraiche da lui spesso proposte alla contemplazione dei matematici, benchè rare volte abbastanza spiegate e dilucidate; e vengo solo alla nobilissima invenzione del calcolo infinitesimale, che l'innalzò sopra gli altri analisti, e lo mise al livello col gran Newton.

L'algebra cartesiana non risguardava che l'analisi finita Carolo monte delle grandezze curvilinee; e per penetrare più intimamente negli arcani della geometria, e quindi delle altre scienze, si richiedeva un analisi più sottile, che conducesse fino al veri principi delle linee curve, e prendesse di mira i picciolissimi ed infinitesimi loro elementi. Questi infinitesimi hanno tra loso dei rapporti, che non hanno le grandezze finite, delle quali essi sono elementi; e per questi particolari rapporti appunto conducono a scoprire le grandezze simili , e rendono la loro

(a) Ep. ad Oldemb, opp. t. 111. p. 100. (6) Comm. ep. 60. ec.

analisi sì utile, e sì feconda di geometriche scoperte. Il trovare queste infinitesime grandezze, il calcolare le mutue loro ragioni, operare sopra di esse, e scoprire pel loro mezzo altre grandezze finite è il soggetto dell'analisi infinitesimale, che ha prodotto in questo secolo sì notabile rivoluzione nelle scienze; e quest'analisi è quella che, sotto aspetti diversi, su scoperta dal Newton, e dal Leibnitz. Ella è una curiosa e strana combinazione, che non solo a un tempo stesso venissero al mondo due sì profondi e maravigliosi ingegni, come Newton, e Leibnitz, ma che amendue contemporaneamente si applicassero ad una sì grande scoperta, e che amendue per via diversà giungessero ad incontrarla colla medesima felicità. Come le affezioni delle curve si conoscono col riferirle alle variabili loro ascisse ed ordinate, Newton, e Leibnitz prendono ad esaminare gl'istantanei cambiamenti, e gl'insensibili incrementi e decrementi che in queste produconsi, ne cercano i rapporti, li maneggiano algebraicamente, e formano le leggi del loro calcolo . Il Leibnitz dà a questi insensibili incrementi o decrementi il nome di differenze infinitesime, e le considera come grandezze infinitesime, che possono risguardarsi come nulle rispetto alle grandezze finite, e si possono trascurare nel calcolo senza pericolo di errore ; anzi sa infinitesimi d'infinitesimi di più e più ordini inferiori, i quall pure possono non curarsi nel calcolare gl'infinitesimi di ordini superiori. Il Newton, senza introdurre l'idea di parti infinite, nè infinitesime, considera le quantità matematiche come generate col moto, chiama flussiqni le velocità variabili, colle quali sono prodotte o descritte quelle quantità, e cerca i rapporti di queste flussioni, e forma più e più ordini di esse. Il metodo delle flussioni è il medesimo che quello degl'infinitesimi, ma appoggiato ai principi esatti , senza bisogno della finzione ipotetica delle parti infinitesime. Le differenze dell'uno sono le flussioni dell'altro; le differenze infinitesime si segnano colla lettera d, e d x è la \* differenza di x, e gl'infinitesimi di ordini inferiori si segnano col replicare la lettera d, onde ddx, d3 x, d4 x ec. sono infinitesimi di 2.º, 3.º, 4.º ordine; le flussioni si segnano con un punto, e x è la flussione di x, e x, x, x sono flussioni di 2.0. 30., 4º. ordine ec., uno tralascia nel calcolo certe parti di un elemento, perchè le concepisce come infinitesime, e le parti infinitesime in una grandezza finita possono trascurarsi senza pericolo di errore: l'altro non le considera nel suo calcolo, perchè crede che non gli appartengano; il risultato è il medesimo, benchè nell'uno e nell'altro provenga da ragioni diverse; come se un uomo, secondo l'esempio del Maclaurin (a), che rende un conto, e che pretende portare l'esattezza fino allo scrupolo, trascura certi articoli, perchè di nessuna importanza, mentre l'altro li tralascia, perchè non appartengono a quel conto. Il calcolo infinitesimale si suole anche chiamare calcolo differenziale; ma realmente si divide in calcolo differenziale, ed integrale. L'integrale si oppone al differenziale, ed è un seguito del medesimo, come dice il Fontenelle (b): il differenziale discende dal finito all'infinitesimo, e l'integrale rimonta dall'infinitesimo al finito; l'uno, per così dire, scompone una grandezza, l'altro la ristabilisce. V'è anche parimente nel calcolo delle flussioni il metodo diretto, e il metodo inverso; quello corrisponde al calcolo differenziale, questo all'integrale. Così in ogni parte sostanzialmente combinano il calcolo Leibnitziano ed il Newtoniano, il metodo degl'infinitesimi e quello delle flussioni. Il Leibnitz fu il primo a partecipare al pubblico il suo metodo, e ne diede una leggiera notizia negli Atti di Lipsia (c), onde lo seguirono avidamente i due celebri fratelli Bernoulli, e quindi tutta l'Eu-Tom. IV.

<sup>(</sup>a) Traité des flux. Préfac.

<sup>(</sup>c) 2684.

<sup>(</sup>b) Hist. de l'Acad. des Sc. an. 1700. Sur la Quadr. ec.

Dispute intorno al calcolo

ropa abbracciò il nome, ed il metodo del calcolo infinitesimale o differenziale, e soli gl'inglesi adoperarono il nome ed il metodo del calcolo delle flussioni. Questi vollero anche ritenere pel loro Newton tutta intiera la gloria della scoperta, senza lasciarne alcuna parte al Leibnitz; e prima il Fazio, e dopo vari anni più duramente il Keil lo accusarono di plagiario, e la R. Società di Londra, che si eresse in qualche modo per giudice di questa causa, se non ardì di condannarlo per reo, non volle però dichiararlo assolto di tale accusa. Noi non possiamo seguire la storia di questa famosa lite, che interessava la curiosità non che dell'Inghilterra, e della Germania, ma di tutta la colta Europa; ma può essa vedersi brevemente narrata dal Fontenelle (a), sposta più distesamente dal Jaucourt (b), ed illustrata con maggiore profondità di critica, e di dottrina dal giudizioso e dotto Montucla (c). Dirò soltanto che, come non può negarsi che il Newton non trovasse da se il suo metodo senza verun ajuto, e prima di ogni notizia di quello del Leibnitz, così non può dirsi che il Leibnitz abbia fabbricato il suo colla scorta dei lumi ricevuti dal Newton: e confesso che, leggendo il commercio epistolare del Leibnitz su questi punti coll'Oldemburg, col Collins, col Wallis, e collo stesso Newton, mi svanisce ogni ombra che possa nascere di sospetto contro la verità della scoperta del Leibnitz; e dirò altresì che, tolto il Buffon traduttore del Newton, e qualche altro propenso per particolari motivi al partito inglese, tutto il resto della repubblica matematica accorda bensì a pieni voti tutto l'onore della scoperta al Newton, ma lo conferisce eziandio pieno ed intatto al Leibnitz.

105 Opposizioni farte al calculo Un altra disputa si levò ancora contro il nuovo calcolo, che attaccava soltanto il Leibnitziano, senza punto ferire il Newtoniano. Questo risguardava l'introduzione degl'infiniti, e degl'infini-

<sup>(</sup>a) Eloge de Leibnitz .

<sup>(6)</sup> Vit. Leibnitz .

<sup>(</sup>c) Hist. des Math. t.II. part. IV. liv. VI.

tesimi in geometria, che si considerava come un abuso intollerabile, ed un errore lesivo dell'esattezza e verità geometrica. Il più forte e più agguerrito avversario, che incontrò questo calcolo, fu il valente algebrista Rolle. Questi rigettava affatto le quantità infinitesime, e ne ribatteva il calcolo come mancante di certezza rigorosa nei principi, come capace soltanto di indurre in errore in vece di condurre alla verità, e come contrario ai conosciuti e ricevuti metodi dei magistrali geometri . Pur riflettendo, che tutte le verità, le quali si ritrovano coll'ordinaria geometria, si presentano ugualmente, ed anche con molto maggiore facilità coll' ajuto del calcolo differenziale, che in tutto un secolo dacchè è impiegato dai geometri in ogni sorta di ricerche, non si è mai ritrovato in fallo, e che anzi non vi ha quasi scoperta alcuna, fatta col suo mezzo, che non sia stata per altre diverse vie confermata, bisogna conchiudere che sicuri, ed esatti sieno i suoi principi, e coerenti coi metodi della più giusta geometria. Altre accuse moveva al nuovo calcolo il Nieuwtentit, impugnatore assai men forte che il Rolle. Ammetteva egli mal volentieri, ma pur sopportava, le quantità infinitesime; ma soffrire non poteva che, ammesse tali quantità. . se ne volessero introdurre altre minori e minori, e si fabbricassero più e più ordini d'infinitesimi, niente potendo essere più picciolo di ciò che è picciolo infinitamente. Pur, se si accettano gl'infinitesimi di primo ordine, d'uopo è per necessaria conseguenza ricevere tutti gli altri; e se in un circolo si prende un arco infinitesimo del primo ordine, lo saranno parimente la corda, ed il seno retto, ma il seno verso corrispondente sarà infinitesimo del secondo : e così di tutti gli altri. Non meritavano grande attenzione le obbiezioni del Nieuwtentit: ebbero nondimeno risposta dallo stesso Leibnitz, e il Bernoulli, e l'Erman le atterrarono affatto. Maggiore strepito fecero le opposizioni del Rolle; ma furono anch'esse vittoriosamente ribat-

tute dal Varignon, e dal Saurin. L'Accademia delle scienze di Parigi aprì questo secolo colle vive ed ardenti dispute sul calcolo differenziale, e la scoperta del Leibnitz occupava le meditazioni, e i giudizi dei due più rispettabili corpi letterari, che fossero su la terra, l'Accademia delle scienze di Parigi, e la R. Società di Londra. Questa ammetteva la verità del calcolo, ma ne contendeva al Leibnitz la ploria della scoperta : quella lasciava le dispute di precedenza, e n'esaminava soltanto la verità. Restò finalmente trionfante il calcolo infinitesimale; e lo stesso secretario dell'accademia, l'elegante ed ingegnoso Fontenelle, collo spargere i fiori del brillante suo stile sull' aridità di tali materie, contribuì non poco a stabilirlo, e renderlo universale (a). Pure molti dotti geometri posteriori che . non contenti di seguire la parte tecnica di questo calcolo, hanno voluto entrare ad esaminarne la metafisica, hanno bensì ammessi con sofferenza i nomi d'infiniti, e d'infinitesimi, ma non ne hanno ammessa la realtà, nè riconosciuti per veri gl'infiniti geometrici diversi dai metafisici; e il Maclaurin si prende anche a rispondere alle speciose ragioni del Fontenelle, e rigetta severamente tutta l'idea degli infiniti, e delle loro infinite specie (b). Il metodo delle flussioni del Newton, benchè non prestasse l'appiglio degl'infiniti ed infinitesimi, soggiacque nondimeno anch' esso a forti impugnazioni. Lo stile stretto e conciso, con cui lo spose il Newton, lasciò luogo a false intelligenze, e diede qualche non irragionevole titolo per poterlo attaccare; e il metodo delle flussioni fu accusato come pieno di misteri, e come fondato su falsi ragionamenti. Il Robin, il Colson e alcuni altri presero tosto le difese del metodo Newtoniano; ma più di tutti il Maclaurin ne spiegò con tanta pienezza ed evidenza tutti gli elementi, e gli appoggiò a principi sì sodi ed incontrastabili, che conchiuse es-,

<sup>(</sup>a) El. de la Geom. de l'Infin.

ser quel metodo sì esatto e rigoroso, come possa esserlo il più severo degli antichi geometri (a). Il Cousin non pertanto trova ancora a ridire in quei principi del calcolo, sì del Newton, che del Maclaurin, perchè introducono il moto nell'algebra e nella geometria, e così aggiungono un idea loro affatto straniera, e che non ha la semplicità che esigono queste scienze (b). Noi lasciamo a decidere ai matematici della forza di quest'obbiezione, che fu già in qualche modo prevenuta dallo . stesso Maclaurin (c). Il d'Alembert, per levar via gli scrupoli che nascer possano ai più severi geometri pel calcolo infinitesimale, cerca di spiegarne chiaramente la metafisica; e benchè segua ad usare per brevità le parole d'infiniti, e d'infinitesimi, prova però che il nuovo calcolo non ha bisogno di tali quantità, e che esso non consiste che ,, in determinare alge-, braicamente il limite di un rapporto, del quale si ha già , l'espressione in linee, e in uguagliare questi due limiti, ciò , che sa trovare una delle linee che si cerca (d) ... Questa metafisica del d'Alembert è stata posteriormente con più estensione e chiarezza sviluppata dal Cousin (e), il quale la riduce al metodo dei limiti degli antichi, e si serve dei suoi principi per la maggiore illustrazione di tutto il calcolo infinitesimale. Ma che che sia della giustezza della nozione, e dell'esattezza dei principj metafisici del calcolo Newtoniano e del Leibnitziano, noi possiamo dire con verità che questo è stato assai più utile e vantaggioso ai progressi della geometria. Il calcolo delle flussioni su assai più secondo nelle mani del Newton, che il differenziale in quelle del Leibnitz; ma quello rimase quast sepolto nell' Inghilterra, mentre questo si sparse gloriosamente per tutta l'Europa. Appena il Leibnitz propose negli Atti di Lipsia, come abbiamo detto di sopra, il nuovo suo metodo, i

<sup>(</sup>a) Traité des Flux .

<sup>(</sup>b) Leçons de Calcul ec. Disc. prél. (c) Ivi tomo 1. Elém. de la Math. ec.

<sup>(</sup>d) Encycl. V. Calcul différentiel . (e) Disc. prél. ec. ch. It.

due dottissimi fratelli Bernoulli ne secero tosto frequente ed opportuno uso nella soluzione di arduissimi e fin allora insolubili problemi; e Giacomo ne diede due saggi negli Atti di Lipsia (a), e l'illustrò in varj scritti; e Giovanni sece ancor più, l'arricchì di un nuovo ramo coll'invenzione del suo calcolo esponenziale, diventato poi sì fecondo in geometria (b), e scrisse lezioni del calcolo differenziale ed integrale, che sono state le prime lezioni, onde l'hanno imparato il Varignon, suo acerrimo sostenitore e promotore, l'Hôpital primo maestro e rivelatore dei suoi arcani, e quasi tutti i più illustri calcolatori dell'Europa. L'analisi degl'infinitesimi del l'Hôpital tirò il velo ai misteri del calcolo Leibnitziano, e mise nelle mani di tutti quel nascosto tesoro; e poi l'Eulero, i Riccati, il d'Alembert, e il la Grange, e i più chiari e sublimi analisti di tutta l'Europa hanno vie più arricchito il metodo Leibnitziano coll'invenzione di nuovi rami di calcolo, e con molte preziose scoperte ed utili avanzamenti. Sonosi nondimeno ai nostri di levati di nuovo alcuni algebristi contro le idee tanto battute e ribattute degli infinitesimi, e cercano di mettere in voga il calcolo delle flussioni. Anzi un Bernoulli, della famiglia stessa di quei Bernoulli ch'ebbero tanta parte nella sussistenza del calcolo infinitesimale, quanto lo stesso inventore Leibnitz, si dichiara apertamente pel calcolo Newtoniano che dice essere, a giudizio di tutti i geometri, più filosofico e più rigoroso del Leibnitziano (c); ed anche posteriormente il Caluso con maggiore forza d'ingegno, e copia di erudizione combatte lungamente il calcolo degli infinitesimi del Leibnitz, rigetta anche il metodo dei limiti del d'Alembert, e sa regnar solo quello delle flussioni del Newton; e non solo il prova più giusto e più filosofico, ma cerca eziandio di renderlo più facile e breve, riduce al medesimo tutte le nuove scoperte, e

<sup>(</sup>a) 1691 Jan, p. 13., et Jun. p. 282. (c) Mém. de l'Acad. des Sc. de Turin. (b) Act. Lips. 1697. an. 1764, 1765.

tutti gli avanzamenti fatti nell'infinitesimale, e si studia col più ingegnoso impegno di chiamare al calcolo Newtoniano tutto il corteggio degli analisti, che ora è occupato nel Leibnitziano (a). Noi lasciamo ai matematici il decidere dei vantaggi di simili cambiamenti, e desideriamo che, sotto qualunque siasi nome, sotto qualunque aspetto teorico si voglia riguardare, acquisti la pratica del nuovo calcolo maggiori avanzamenti, onde poterci sempre più innoltrare nei segreti misteri della geometria e delle altre scienze.

Il nuovo calcolo, sì nelle mani del Leibnit;, che in quel- Serie infinite. le del Newton, aveva continuo bisogno delle serie infinite, alle quali può dirsi che doveva la sua nascita; e quindi si levò allora a maggiore splendore la teoría di tali serie. Non vorrei comparire strano amatore di paradossi col ripetere il principio di questa dal libro delle Serie geometriche di Gregorio di san Vincenzo: ma chi ben esamini le bellissime invenzioni e gli utili metodi, che su questo punto ritrovansi in quel libro, non avrà difficoltà di riconoscervi i fondamenti di questa, per così dire, nuova scienza, intorno alla quale lo studio degli algebristi è stato di ridurla all'agevolezza, brevità e generalità dei segni aritmetici e delle algebraiche operazioni . Di questo debbonsi al Wallis i primi onori, il quale moltissimi lumi recò colle proprie scoperte a questa nascente teoria (b), e le giovò eziandio col dare eccitamento al Brounker, per ritrovare la famosa serie che ha forma di una frazione , il cui denominatore è un intiero più una frazione, e parimente il denominatore di questa, e così all'infinito, che è stata più conosciuta e celebrata sotto il titolo di frazione continua. Il Mercator diede nella sua Logaritmotecnia maggior estensione alla dottrina delle serie, ed aprì in qualche modo la via al Leibnitz pel calcolo infinitesimale. Il Gregori eziandio fece nuovi avanzamenti in questa teorla. Ma al Leibnitz, ai Ber-

(a) Ivi an. 1786, 1787.

(6) Arithm. infinitorem .

noulli, al Taylor, al Cotes, e incomparabilmente più di tutti al sublime genio del Newton dee la dottrina delle serie il vedersi innalzata a formare un ramo rispettabile della scienza analitica, Stirling, il Moivre, il Simpson, il Riccati, e sopra tutti, al suo solito, il grand'Eulero, ed anche di poi la Granpe. la Place, Fontana, Lorgna, Mazeres, Hutton, e quasi tutti i maggiori ingegni amatori delle analitiche speculazioni, dopo l'invenzione del nuovo calcolo sino a questi dì, si sono particolarmente applicati ad arricchire di nuovi lumi la dottrina delle serie, e formano le loro delizie del cercare sempre maggiori accrescimenti ad una teoria, che può giustamente riguardarsi come l'unico stromento per alcune più fine e sottili operazioni, e come l'ultimo rifugio delle matematiche sublimi (a). Così coll'introduzione del nuovo calcolo si è formato un corpo di dottrina algebraica su le serie infinite . che non solo è stato utile allo stesso calcolo, ma ha servito eziandio a molte altre scientifiche speculazioni .

Calcolo della probabilità . Colla dottrina delle serie, e colla più raffinata perfezione di tutta l'algebra prese anche maggior vigore il caleolo della probabilità, e si formò un ramo della scienza analitica. Dopo i primi saggi di sopra accennati del Pascal, dell'Ugenio, del Letibniz, del Pettu, si diede il Montmort a maneggiare intimamente questo calcolo, e trattare a fondo l'analisi dei giuochi (b), e presentando in vece di spirali, di cicloidi, di logaritmiche, e d'altre curve il faraone, la bassetta, l'ombre rictrara, scopri, come dice il Fontenelle (c), un nuovo mondo ai geometri. Vi accorsero questi subito con incredibile ardore, e i Bernoulli tosto misero mano ad illustrar questo, come tutti gli altri rami dell'algebra, e il Moiore non tardò

<sup>(</sup>a) Veggansi, oltre le vpere dei citati autori, le Memorie dell'Accademia di Patigi, di Pietroburgo, di Berlino, di Totino, e della Società Italiana.

<sup>(</sup>b) Essai d'anal, sur les jeux de hasard . (c) Eloge de Mossieur Montmorr .

guari a dare un' opera originale e classica su la dottrina degli azzardi, e che, a sentimento del la Place (a), e del Fontana (b). giudici i più competenti in questa materia, ancor dopo tanti illustri scrittori su la medesima, merita sopra tutti gli altri la preferenza; e si coltivò questo ramo dell'algebra con singolare ardore . Il giuoco della lotteria diede materia a' problemi algebraici, che occuparono gli studi, oltre di molt'altri, del Beguelia, dell' Eulero, e dell'istancabile Giovanni Bernoulli. Un caso particolare di scommessa nel giuoco dei dadi, ed altro simile, proposto dal giovane Nicola Bernoulli . maneggiato ampiamente da Daniele Bernoul li nell'accademia di Pietroburgo, e famoso perciò sotto il nome di problema di Pietroburgo, fece spiccare l'ingegno e la destrezza analitica di quei due, non so se fratelli o cugini (\*), principalmente di Daniele, del Crainer, del d'Alembert, e d'altri. La teoria dei vitalizi eccitò, forse più utilmente, gli studi de' matematici, e dopo il Moivre, che trattò magistralmente questo come quasi tutti gli altri punti del calcolo degli azzardi, è stato particolarmente celebrato il Deparcieux, e si sono parimente meritata gran lode il Simpson, il Wargentin, il Mayeres, il Duvillard, ed alcuni altri. Il calcolo della probabilità venne anche applicato alla giurisprudenza, come al peso da darsi alle decisioni fatte a pluralità di voti, e ad altri tali problemi . Il primo a darne un saggio fu Nicola Bernoulli . e poi il Condorcet lo tratiò amplissimamente, distendendosi a gran diversità di questioni, nelle quali, se mostrò sempre sottigliezza d'ingegno, non sempre però ottenne l'approvazione degli analisti. Così il calcolo della probabilità ha levato sempre più maggior grido; e abbiamo veduto Simpson, Deparcieux, Eulero, d' Alembert, la Grange, la Place , Condorcet , Fontana , Lorgna , e quasi tutti i più distinti

Tom.IV.

.

<sup>(</sup>a) Mem. ec. présensée à l'Acad. des Se. tom. VI.
(i) Diss. sopra il com. dell'er. prob nelle Sper, ed Orserv. Pref. alla trad. del Moivre.

<sup>(\*)</sup> Tre credo forono I giovani Nicela Reenvolfi, figlicoli de' ero tretelli Nicela, Gatemo, e Giovanne, non to quale fosse il Nicela, che propose il probleme.

algebriuti impiegare i bros tudij, e le loro meditazioni a trovare movi metodi, immaginare nuove formole, inveniare nuovi usi, e rendere più sicure ed eastue le operazioni della nuova arte, e faticare caldamente per assoggettare ai loro calcoli la fortuna e l'azzardo, come ai calcoli fano arrenderati l'incortante Luna, e gli attri esseri' della natura: e il calcolo della probabilità è direnuto uno dei soggetti che più chiamano in questi di l'attenzione dei prodofi algebriati. Il calcolo differenziale, la dottrina delle serie, il calcolo della probabilità. Nervoto, Leibnitz, i Bernoulli, i l'Hiptial, e gli altri grandi uomini loro coetanei recarono all'algebra tal percisione, e l'arricchirono di tami miglioramenti, che si può dire essere dalla fine del passato secolo, e dal principio di questo di-

Nuovi progresal dell'algebra

Nuovo ardore, nuovo impegno s'eccitò allora in tutta l'Europa per la miglior coltura, e pel maggiore avanzamento della dottrina algebraica . L' Allejo , il Taylor , il Cotes , lo Sterling , il Campbell, il Maclaurin, e molsi altri inglesi riguardavano con particolare affetto una scienza, che tanto onore aveva procacciato al Nevyton, e all'Inghilterra, nè sapevano darsi pace, se non giungevano colle loro speculazioni ad arricchirla di nuove scoperte. Piene sono le Transazioni filosofiche della Reale Società di Londra di nuove ed utili illustrazioni della scienza algebraica; e le opere del celebre cieco Saunderson, quelle del profondo analista Simpson, ed altre di altri non pochi, lette e studiate in tutta l'Europa, sono un chiaro monumento dell'ardore di quella dotta nazione in promuovere tali studi. Nuovi lumi eziandlo ricevevano questi nella Francia; e il Varignon vigorosamente sostenne, ed ampliò dottamente il contrastato calcolo differenziale, e a varie parti dell'algebra applicò con profitto le ingegnose sue meditazioni; e il Rolle, tuttochè avversario implacabile del nuovo calcolo, fu nondimeno, col suo metodo delle cascate e con altre sue invenzioni , molto benemerito dell'algebra, a cui ebbe il coraggio di sacrificare le sue veglie, i

Nella Francia .

Digitizatly Li 00gli

suoi pensieri , e tutto se stesso; e il Lagny , il Prestet , il Regneau , senza essersi distinti con grandi scoperte, resero non pertanto importanti servigi alla scienza analitica; e il Gua, col mostrare gli ust dell'analisi del Cartesio, col dimostrare la regola cartesiana per conoscere il numero delle radici positive e negative (a), col ricercare con nuovo metodo il numero delle radici reali e delle immaginarie (b), e con altre analitiche speculazioni, non solo fece onore al Cartesio, ma recò molto giovamento a tutta l'arte algebraica. Nè meno avida fu la Germania di prendersi parte negli accrescimenti di quest'arte che, per le molte e vaniaggiose scoperte fattevi dal Leibnitz e dai Bernoulli, poteva con qualche diritto riguardare come sua. Infatti il Goldbach, il Mayer, l'Erman, il Cramer, il Wolfio, ed altri parecchi fecero onorata corte a quesi'arie, e le offrirono pregevoli presenti. Gl' Italiani, padroni una Nell'Italiani volta e maestri, e in gran parte creatori dell'algebra, sembravano averla quasi obliata, e, rivoltisi ad altrl studj, pareva che avessero lasciato in balta di altre nazioni quello che un tempo si poteva dire tutto loro . Ma alla fama del nuovo calcolo , e dei porteniosi voli, a cui col suo mezzo levavasi la geometria, si scossero vivamente, ripresero lo studio algebraico, e ben tosto gli fecero sentire la benefica loro mano. Celebre è in questa parte il conte Giacomo Riccatt; e il nome di equazione del Riccati, dato nie all'equazione differenziale del primo grado da lui proposto ai geometri dopo d'averla egli sciolta, basta per renderlo benemerito della scienza analisica; ma egli inoltre compose un trattato molto esteso, e fece profonde ed importanti ricerche sulla risoluzione delle equazioni differenziali del secondo e del terzo grado, e ne diede molti bei lumi. Il conte Fagnani, colla rettificazione della curva detta lemniscata, aprì la strada alle analitiche disquisizioni per l'equazioni di molte intrigate differenziali, e nelle sue Produ-

(a) Acad. der Se, an. eras.

(b) [v1.

zionii matematiche tocco quasi tutte le parti del calcolo, e vi mostro maettrìa di calcolo, pieghevolezza d'ingegno e fecondità d'immaginazione. Cabriele Manfredi, e Gnida Grandi s'innoltrarono al primo slancio nei secreti misteri del nuovo calcolo, e di ricchivono l'analisi finiza, e l'infinitesimale di nuove formole, e di lodate scoperne. La sola Italia poù vantare una nuova Ipazia, nella celebre Agrosi, autrice di due tomi d'intituzioni analitoche, esposte con mi la intelligenza e dottrina, e colla maggiore chiarezza, tanto più maravigliosa e lodevole dell'antica Ipazia, quanto è più vasta e sublume l'analiti dei nostri che che quella di Defento.

Nuove rivolezione dell'algebra.

Ma ancor una nuova e non men gloriosa rivoluzione è venuta prima della metà di questo secolo agli studi algebraici . Daniele, ed i Nicola Bernoulli, emuli dei rispettivi loro padri e zii, illustrarono in opere originali il calcolo della probabilità, e le equazioni algebraiche, crearono nuovi metodi degni di chiamare l'attenzione dei più illuminati geometri, sottoposero alle formole analitiche le più astruse scienze; e di nuovo splendore coronarono l'algebra. L'Accademia delle scienze di Parigi sentivasi risonar di continuo delle profonde ricerche d'algebraiche verità. Il Nicole si fece suo il metodo, proposto appena dal Leibnitz pel caso irreducibile col mezzo delle serie, lo sviluppò, rischiarollo, e ridusselo a maggiore semplicità, a più facile applicazione, ed a più prossima verità (a). Su la dottrina tanto importante delle radici. su la risoluzione delle equazioni , su le equazioni differenziali , su le altre parti dell'algebra sparge dottamente il Fontaine i suoi lumi (b). E pel caso irreducibile, e per trovare le radici razionali, e per l'integrazione, e la costruzione delle equazioni differenziali e per molti altri punti dell'algebra, ha date nuove illustrazioni il Clairant, il quale al merito d'inventore ha aggiunto quello non tanto glorioso, ma non men utile, di spositore, ed ha arricchite le scienze di un'opera elementare, nel suo genere originale, dove

Clairett .

(a) Acad, des Sc. an. 1738, et 1741, (b) 1vf 1734, 1739., 1747. et.

sembra che voglia, anzi che insegnarla, far inventare l'algebra ai suoi lettori, e dove si mostra ugualmente sagace inventore clie valente maestro. Le scoperte che fece ne' suoi scritti algebraici, e il pieno possesso che mostrò dell'analisi in tutte le sublimi sue ricerche, l'innalzarono in breve sopra i suoi nazionali, e lo fecero riguardare come il principe degli analisti francesi. Ma sorse a contendergli questa gloria, e a dividere con lui il principato il celebre d' Alembert, il quale, benchè di lui alquanto più giovane, e benchè incominciasse la sua carriera matematica, quando già il Clairant godeva la fama più universale, giunse però in breve tempo ad uguagliare, ed a superare ancora la sua celebrità. Non furono i progressi del d'Alembert si rapidi e primaticci, sì straordinari e portentosi, come quei del Clairaut; nè compose egli nella sua puerizia opere matematiche da fare onore ai più provetti e maturi geometri; ma nella sua gioveniù spiccò un volo sì alto, che si mise tosto al lato del Clairaut, superiore agli altri suoi nazionali. Il calcolo delle differenze parziali da lui inventato, il nuovo suo metodo dei coefficienti indeterminati, la riduzione delle quantità reali ed immaginarie all' espressione più semplice, il calcolo delle funzioni razionali ed irrazionali, il maneggio delle formole, l'esattezza delle dimostrazioni, e mille sottigliezze analitiche, che si trovano sparse nelle sue opere, resero in breve tempo il-d'Alembert il soggetto della venerazione di tutta l' Europa, e il maestro degli algebristi. Mentre la Francia si compiaceva in questi giovani suof eroi, opponevale la Germania l'Eulero, poco meno giovine di loro, nè temeva con questo solo di dover restare inferiore al paragone dei due francesi. Non v'è parte alcuna in tutta l'analisi, che l'Eulero non abbia ridotta a maggiore persezione, ed arricchita di nuove scoperte. Lamentavasi il Leibnitz (a) di vedere abbandonata dai geometri l'algebra di Diofanto, dalla quale credeva si dovessero sperare molii vantaggi: e infatti dice lo stesso Eulero (b),

Alambers

Std Euleros

(a) Act. Lips, 1702, Spec. sur anal, ec,

(i) Acad, Pers. Nov. Comm. tom-Il-

che non solo niente si era avanzata quell' analisi dopo il Fermat, ma ch' era anzi stata neeletta affatto dai posteri : egli dunque volle farla risorgere, e dimostrò molte proposizioni del Fermat verissime ed utilissime, ma non dimostrate da lui, nè da altri, ed inventò da se molti teoremi, che niente cedono a quei del Fermat, e vi fece tante e sì belle scoperte, che la risarcì pienamente della specie d'indifferenza con cui l'avevano riguardata gli altri geometri (a) . Il Leibnitz, e Giovanni Bernoulli , quantunque amici strettamente fra loro, e sinceramente amanti della verità, non poterono mai accordarsi sul valore dei logaritmi dei numeri negativi, ed immaginari; e su questa gran questione, tanto dibattuta da quei due intimi amici e sommi geometri, restavano divisi di sentimento i più insigni matematici del nostro secolo; l' Eulero giunse a deciderla, e divenne in qualche modo l'arbitro dei sovrant dei dell'analisi, e di tutti i mortali ammiratori e sostenitori dell' uno o dell'altro (b); e benchè sorse il d'Alembert ad appellare dalla sua decisione, e a rinnovare la lite nel tribunale della nuova algebra più illuminata, i posteriori geometri hanno apertamente adesito alla sentenza d' Eulero, come di sopra abbiamo detto. I nuovi teoremi, di cui ha arricchito il calcolo differenziale e l'integrale; gli eccellenti trattati che ha dati su questi, e che formano il corpo di dottrina più pieno e più perfetto che abbiamo in questo genere ; gli utili accrescimenti, e gl'importantissimi miglioramenti che ha recati alla frazione continua del Brounker, alla teoria delle equazioni di condizione di Nicola Bernoulli e del Fontaine, al calcolo delle differenze finite del Taylor, a quello delle differenze parziali del d'Alembert, del quale egli stesso prima del d'Alembert ne aveva dato già qualche saggio, e a quanti nuovi metodi sono venuti ne' suoi giorni alla luce; il suo calcolo dei seni e dei coseni, l'infinite sue scoperte intorno alle serie, intorno alla risoluzione delle equazione

<sup>(4)</sup> Acad. Perr. rom. XIV., ex Nov., comm. (8) Acad. de Berl. rom., V. som. 1., il. cc. Elem. d'Algeb.

ni, all'eliminazione delle incognite, ed a tutti i punti dell'algebra più astrusa; la semplicità ed eleganza delle sue formole; la chiarezza dei suoi metodi, e delle sue dimostrazioni; l'ordine metodico delle sue opere, e tutte le parti di un sommo analitico pienamente da lui possedute, hanno prodotto un'utile rivoluzione nell' algebra, nella geometria, e in tutte le scienze esatte, ed hanno levato l' Eulero a maestro e guida di quanti cercano d'innoltrarsi nelle scabrose ed aspre, ma dritte e sicure vie di quelle scienze. Tutti i matematici di qualche grido, che sono attualmente in tutta l'Europa, si possono chiamare suoi allievi, nè ve n'è alcuno certamente, che non siasi formato colla lettura delle sue opere, che non abbia ricevuto da lui formole, e metodi, e che nelle sue scoperte non sia stato guidato e sostenuto dalla gran mente dell' Eulero. L'orbe letterario godè lo spettacolo di vedere l'impero matematico occupato per qualche tempo dal nobile triumvirato del Clairaut , del d'Alembert , dell' Eulero ; ma per quanto fini e sottili geometri fossero i due francesi, bisogna pure che cedano la mano al tedesco: l'immensa vastità delle ricerche, l'infinita quantità delle scoperte, l'indefessa continuazione degli studi, e la lunga sua vita gli diedero una superiorità, che gli stessi francesi illuminati ed equi non gli vorranno contrastare.

Mentre tutta l'Europa teneva fisis gli occhi nei matematici francesi e nel tedesco, sorse un giovine italiano a dividere con essi l'impero matematico e l'attenzione degli erudini e a sottentrare al Clairaus, che mancò a quei tempi di vita, rapito alle scienzo fresci e vegeta eta. L'Italia aveva in breve tempo formati molti geometri, che coltivavano con particolare frutto, e con distinta lode l'asalais. La gran mente del Basovaich non si potica e dell'attronomà; ma volle anche illustrare tutte le parti delle matematiche: e benche più seguace nei suoi voli della geometria che dell'algebra, sparse pure su questa alcuni il bel trat-

Boscovich .

118

119

ti di luce, che lo fecero guardare con rispetto dai più stimati algebristi. Profondo analitico, e padrone del calcolo si mostrò pure il Frisio nelle sue dinamiche, ed astronomiche disquisizioni. Ma il vero padre dell' algebra sublime nell'Italia può giustamente chiamarsi Vincenzo Riccati il quale, emulo, e forse superiore a Giacomo suo padre, non solo diede maggior chiarezza ed ampiezza alle regole, e ai metodi trovati da altri, ma egli stesso ne inventò alcuni nuovi, e sì nel Trattato delle serie, che negli Opuscoli, e nelle Istituzioni analitiche insegnò molte nuove ed importanti verità (a), e in tutto si fece conoscere un vero algebrista. Verificazioni, ampliazioni, ed invenzioni di metodi e formole per l'equazioni algebraiche, proposte in poche pagine nella privata accademia di Torino dal Foncenex, furono avidamente abbracciate dai primi algebristi, e facevano desiderare ch' egli seguitasse a maneggiare quelle materie, che illustrava con tanta felicità (b). Questi, ed altri illustri analitici, che in varie parti dell'Italia si vedevano spiccare, mettevano in credito presso i moderni geometri gli studi di questa nazione. Ma l'onore dell'algebra italiana, il degno rivale degli Euleri, e dei d'Alembert, il maestro di tutte le nazioni l'oracolo di tutti i matematici altri non è che il la Grance il quale, fin dalle prime produzioni della giovenile sua età, mise l'Italia nella coltura dell'algebra più sublime al livello delle più dotte nazioni, che per l'avanti non poteva riguardare che come sue maestre. Al primo suo comparire nella privata Accademia di Torino, a guisa d'una statua di Fidia, come dice Tullio d'Ortensio, appena veduto su ammirato, e lodato: coll'aprire la bocca quest' Orfeo analitico tenne tosto sospesi, e pendenti dalla sua voce non che i mediocri matematici, gli stessi dei dell'analisi , l'Eulero , ed il d'Alembert , i quali , quan-

La Grange

<sup>(</sup>a) Opure. tom. 1., ope. IV. ; tom. II., (b) Miscell. phys. math. ope. IV., ct al. Instit. anal. lib. 1., cap. XII.; lib. III. cap. V., ct al.

tunque riconosciuti maestri di tutta l'Europa, si applicarono nondimeno a studiare, e ad apprendere dal nascente geometra. Il calcolo delle variazioni, il nuovo metodo per le serie ricorrenti, ed altre sublimi scoperte, sposte nelle Miscellance della privata Società di Torino, furono le prime lezioni ch'ei diede dalle sconosciute soglie di quell' Accademia alle più celebri scuole, alle più nobili università, ed alle più venerate accademie di tutta l'Europa, e fecero tosto riguardare con rispetto il giovane maestro, e la nascente accademia. Il suo fecondo ingegno ha seguitato, e tuttora seguita a creare nuovi metodi, produrre nuovi teoremi, ritrovare nuove dimostrazioni, e a trarre dal fondo della natura nuove ed importanti verità. I metodi di approssimazione, i limiti, la forma, e sutta la dotsrina delle radici immaginarie e reali, e generalmente la risoluzione delle equazioni numeriche di tutti i gradi, e tutta la teoria delle equazioni , debbono alle sue memorie accademiche ed alle aggiunte illustrazioni il più pieno, più fecondo, e più utile rischiaramento , ( De la regle des equat. num. ) Il calcolo delle funzioni analitiche aveva ricevuti da lui molii lumi nell'accademia privata di Torino, e nella Reale di Berlino; ma al comparire la grand'opera della Teoria delle funzioni analitiche, contenente i principi del calcolo differenziale, ridotti all'analisi algebraica delle quantità finite; e quindi le lezioni date da lui nella scuola politecnica, che ne formano una specie di commentario e di supplemento, si è veduto, coronato di tutto il suo splendore, servire di guida ai geometri pei più difficili e più importanti problemi dell'analisi, della geomestia, ed anche della meccanica. Emulo del grande Eulero, non ha lasciata parte dell'algebra, e può anche dirsi di tutte le matematiche, che non abbia vestita di nuove forme, e non abbia talmente accresciuta ed ornata, che possa in qualche modo chiamarsi nuova; ed egli dee avere la compiacenza, di cui solo hanno potuto godere il Nevvion. l' Eulero ed altri pochissimi, di vedere il suo nome alla fronte di quanti scritti si fanno leggere in quelle materie, e possono vantare qualche merito e celebrità. L'inferma salute, e la troppo delicata complessione del Allembert lo averano da gran tempo distolto dalle ardue ed astrus meditazioni algebraiche, e rivoltolo all'amenità delle belle lettere, e
dopo la morte del Clairani e del Pantaine, e l'indebolimento del
Allemberr, l'ocacdemia delle sciente di Pariji non levava si alto la
voce nelle ricerche analitiche, come quella di Berlino, che possedeva il la Grange, e quella di Pietroburgo, dove siedeva l'Eulem.

Ma la Francia, che aveva prodotto all'algebra un Vieta, un Fermat , un Cartesio , un Hôpital , un Varignon , un Fontaine , un Clairaut, un d'Alembert, e tanti altri maestri di quella scienza, vedeva mal volentieri rivolti gli occhi di tutta l'Europa a Berlino, ed a Pietroburgo, e poco curato il suo Parigi, e suscitò l'ingegno del valoroso la Place, che sottentrò al quasi tacente d'Alembert, e tenne quasi in equilibrio l'algebra francese con quella dell'Eulero, e del la Grange. Ha poi goduto l'Accademia delle scienze di Parigi la fortunata e gloriosa sorte di rinchiudere nel suo seno i due sommi maestri dell'algebra la Grange, e la Place, e poteva giustamente chiamarsi la Delo dell'Europa matematica, a cui dovessero ricorrere quanti saper volevano le più recondite verità, e consultare i veraci oracoli di quelle scienze. Al lato di questi sovrani maestri sedevano onoratamente in quell'olimpo scientifico il Bezout, che molto ha illustrato la dottrina delle equazioni, il metodo delle eliminazioni, e generalmente tutta l'analisi; il Consin, che ha trattato a fondo e maestrevolmente il calcolo differenziale e l'integrale, spiegati tutti i metodi, e gli artifizj di questi calcoli, e mostrata la loro applicazione alla geometria, come altresì alla meccanica, e all'astronomia; il Condorcet, che molto ha fatto avanzare la dottrina delle equazioni di condizioni, e di quasi tutte le parti del calcolo integrale, e varì altri nobili eroi degli studi analitici , che rendevano quell' Accademia sempre più degna del divoto

La Place .

Bezout .

Condocet

culto e della religiosa venerazione degli amatori dell'algebra, e generalmente delle matematiche, e di tutte le scienze esatte. Or più non sussiste tale accademia, nè spirasi tanto ardore per quelle scienze; ma vedonsi nondimeno il le Gendre, il Monge, il Prony, il Biot, e altri matematici dare rischiarimenii a varj oscuri punti dell'analisi, ed avanzare la scienza algebraica; e sopra tutti primeggia in questa parte il Lacroix il quale, ne' suoi Trattati sì del calcolo differenziale che dell'integrale, ha unito in un corpo di dottrina sotto un piano vasto ed istruttivo quante ricerche analitiche sono state fatte dai più sublimi matematici , ed ha presentato ad uno sguardo dello studioso lettore auttociò che di utile e d'importante su queste materie avevano sparso i più vasti ingegni nei giornali, nelle memorie accademiche e in infiniti altri scritti, nè lascia teoria, nè metodo, nè parte alcuna dell'uno e dell' altro calcolo, che non isviluppi colla maggiore verità ed esattezza , recando a tutto sì bell'ordine , tanta chiarezza e facilità , ed anche ripulimento e miglioramento, che, lasciando sempre al la Grange l'incontrastabile superiorità, si può dire entrato con lui nel magistero universale di quanti studiosi bramano d'innoltrarsi nei più secreti arcani della scienza analitica. E finalmente moltissimo ha giovato ai progressi dell'analisi l'Arbogast, colla felice invenzione del calcolo delle derivazioni, che fornisce mezzi i quali abbreviano le operazioni più laboriose, e formole che facilitano le ricerche in maierie complicate e reca agli sviluppamenti delle funzioni una facilità e semplicità sconosciuta finora. Al che aggiunto il metodo della separazione delle scale d'operazioni, si abbrevia molto il calcolo, e si trova maggiore semplicità, chiarezza e generalità.

Lacroix.

Arbogatte

L'Italia, benche priva del suo la Grange, e spogliata in pochi anni del Riccati, del Frisio, e del Boscovich, non rimase però sprovveduta di valenti algebristi, che facessero onore ai suoi studi. Quanti astrusi punti dell'anglisi non ha rischiarati il Fostanas in vari suoi

scritti, recandovi nuove cognizioni ed utili verità? Che pieno possesso, e singolare maestria del calcolo non ha mostraio in tutti? Il Lorgna ci ha presentato un nuovo calcolo, nuove serie, e nuove ed utili vedute su varj punti dell'algebra. Dopo la morte di questi seguitano il Canterzani ed il Saladini sulle orme del Riceati a maneggiare i più astrusi punti dell'analisi algebraica. Il Cossali, collo sporci i primi passi dell'algebra italiana, ha dato maggiore essensione alla diofantea, ha messo in buon lume alcune scoperie che rimanevano oscure, e si è mostrato valente algebrista. Non semplici e piani elementi dell'algebra, ma i più elevati e sublimi metodi degli Euleri, dei d'Alembers, dei la Grange, dei la Place, dei primi maestri di quella scienza, ha dottamente spiegali il Paoli, colla gloria eziandio di aggiungervi talora alla sposizione altrui qualche sua invenzione. Con superiore felicità risolve l'Oriani i più ardui calcoli, e con sublimi voli analitici s'innalza a trascorrere con sicurezza le più elevate vie dei cieli . Il Brugnacci , il Ruffini , e altri dotti matematici sostengono con onore questa scienza nell'Italia, che è stata la prima a farla conoscere alle nazioni europee. Gli alemanni Fup , Erman , Burwan , e molti altri di quella e di alare nazioni attendono, con ardore e con profitto, all' avanzamento delle analiziche teorie, in tutte le accademie della colta Europa, nelle scuole, e nei gabinetti dei profondi matematici si studia indefessamente a dare maggiore semplicità ad alcune formole, e maggiore estensione ad altre, a formare nuovi metodi onde eliminare incognite, levare quantità imaginarie, e a torre alle regole ogni dubbiezza ed oscurità; e coi lumi di tanti sublimi ingegni speriamo che riceva tutto il calcolo maggiore finezza e perfezione, e divenga sempre più utile a tutte le matematiche discipline. L'algebra è veramente la chiave che serve ad aprire i più secreti nascondigli delle scienze esatte; è lo stromento con cui si possono fare in esse i più rapidi e sicuri progressi : quanto più si avrà a cuore l'avanzamento delle scienze, tanto più si dovrà fare ogni

studio di limare e raffinare questo loro stromento, tanto più si dovrà dare opera per recase tutta la pesabile perfezione all'arte algebraica, che, incominciata per uso dell'arimetica, è poi pasata al maneggio della geometria, ed or domina quasi sovrana ed arbitra in tutte le scienze.

## CAPITOLO IV.

Della Geometria .

gli è assai verisimile che nell'Egitto, dove si facevano tanti canali, tanti argini, sì grandi laghi, sì immense fabbriche, e tante, e sì porteniose opere, che richiedevano geometriche cognizioni, dove i sacerdoti liberi dalle pubbliche occupazioni e da altri pensieri, potevano comodamente attendere alle scientifiche meditazioni, dove le scienze infatti fiorivano, e dove dalle straniere nazioni accorrevano gli studiosi ad appararle; che nell' Egitto, dico, fosse nata, coltivata, e promossa la geometria, innalzata dai meccanici lavori, e dalle pratiche operazioni alle astratte e generali teorie. Ma che potremo noi dire della geometria degli egiziani, se non che merissime congetture? I pochi progressi, che sotto la loro disciplina fecero gl'ingeonosi e studiosi greci, danno un argomento più forte della scarsezza dei lumi degli egiaiani, di quanti ce ne possano presentare del loro sapere alcune oscure espressioni degli antichi, ed alcune loro memorie, che soffrono diverse interpretazioni. Quale siima potremo avere della geometria degli egiziani al sentire rapito in ammirazione il re Amasi per vedere Talete che, col misurare l'ombra del suo bastone e quella di una piramide, sapeva conchiuderne l'altezza di questa (a)? Se dopo lungo studio dell' egiziana geometria Talete, per avere come dice Laerzio (b), formato nel semicircolo un

Origine della

(a) Placete, in Conr. ; Leett. in Thalete . (b) In The

Principio e

triangolo rettangolo, e Pittagora per avere ritrovato il quadrato dell' ipotenusa uguale a quelli dei due lati, esultarono di piacere, e fecero un sagrifizio alle Muse, potremo noi concepire un'idea molto vantaggiosa della scienza egiziana? Qualunque sia stata dunque l'orfgine della geometria, noi prenderemo dai greci il principio della storia dove ci si offrono fatti su cui poterla fondare. Veramente i primi progressi dei greci sono assai brevi, e ristretti, e provano la profonda ignoranza, in cui si trovavano quando si diedero a coltivare tali studi; ma reca piacere nondimeno il vedere la geometria passare nelle loro mani dail'infantile sua picciolezza alla più elevata maturità, vederla camminare da principio coi timidi e vacillanti passi di Talete e di Pittagora, e superare poi i più alti e disastrosi monti di difficoltà coi voli di Archimede . e di Apollonio . Laerzio (a) cita un Meri che inventò , com' ei dice, i principi degli elementi della geometria; ed un Euforbo frigio (b), che, secondo il testimonio di Callimaco, incominciò ad istituire qualche dottrina sui triangoli scaleni, e su le linee. Ma d'uopo è che Meri ed Euforbo non ispargessero i loro ritrovati, ne facessero allievi in quella scienza, poiche vediamo i greci studiosi accorrere all' Egitto per impararla, e contarsi comunemente Talete pel primo introduttore della geometria tra i greci . Talete adunque ritornato dall' Egitto formò in Mileto una scuola filosofica, dove gettò i primi semi della geometria, che tanti, e sì nobili frutti resero dopo alquanti secoli nella Grecia. Egli promosse, ed ampliò la dottrina d'Euforbo su i triangoli scaleni, e su altre figure geometriche (c); egli, secondo il testimonio di Pamfilo, citato da Laerzio, trovò il modo di descrivere in un semicircolo un triangolo rettangolo, cioè scopri la proprietà del circolo, che ogni triangolo, che ha per base il diametro, e tocca coll' angolo opposto la circonferenza, avrà quest' angolo

Taless .

(c) Lacete in Thal.

retto: egli insomma fece molte scoperte (a), che gli acquistarono il nome di geometra, e lo fecero riguardare dai posteri come il padre della greca geometila. Dalla scuola di Talete uscì Anassimandro anch'esso geometra; e se vero è, come dice Suida (b), che Anassimandro abbia composto un compendio di geometria, questo prova essersi molto promosso, ed avanzato tale studio: non si pensa a formare compendi delle scienze, se non vi sono molte scoperge, molte opinioni, molte teorle da compendiare. Mentre Talete nella Jonia promoveva la geometria, Pittagora le dava nell' Italia notabili accrescimenti. Celebre è la sua scoperta di essere uguale nei triangoli rettangoli il quadrato dell'ipotenusa ai quadrati dei due lati presi insieme (c). Egli dimostrò, secondo l'espressione di Laerzio, che di tutte le figure solide la più bella è la sfera, e il circolo di tutte le piane (4), ciò che dee intendersi geometricamente che la sfera è di tutte le figure solide quella che, sotto uguale superficie, contiene più materia, e il circolo di tutte le piane quella che, dentro uguale perimetro, ha l'area maggiore, onde fece in qualche modo nascere il primo saggio della dottrina degl' isoperimetri. Un mediocre geometra dei nostri di deriderà le cognizioni e lo spirito dei greci, i quali riguardavano come sforzi d'ingegno dei primi maestri quello che ora non è che un piccolo giuoco pei più deboli principianti. Ma chi riflette alle gravissime difficoltà che si offrono ai primi inventori in qualunque scienza, e alla contenzione di mente di cui abbisogna chi. senza principio alcuno a cui appoggiarsi, cerca di generalizzare le proprietà di alcune figure, e formare da se senza verun precedente ajuto alcuni teoremi, crederà che non ci vuole minore for-22 d'ingegno per arrivare dal niente a paragonare fra loro, e col circolo i triangoli, a trovare la proporzione di alcune linee, e dei loro quadrati, a decidere sopra la maggiore grandezza, a pa-

130

(a) Proclet in Earlid, comm, lib, III, p. f.,

(e) Tulle, Locet et al. panime (d) Locete in Pyth, XIX. ragonate fra loro le figure piane e le solide, ed a fare le piccole scoperte di Taltre e di Piragora. che per passare dalle dottrine del Cavalieri, del Fermat, del Barova alle sublimi scoperte del N'evzon, del Leibnitz, e dei Bermoill. Le scuole di Taltre e di Pitzagora produssero molti gomenti, ed altri ne sucirono dalla Grecia senza essere venuti da quelle scuole. Noi leggiamo in Larzio (a) quante opere geometriche compose Democrito; e il vederlo trattare del contatto del circolo e della sfera, delle linee irraziofisti, e delle solide, e di tanti altri punti geometrici ci mostra sazsi chiaramente quanto egli fosse andato avani nella geometrà.

Avanzamenti ella geometria.

Invano ora noi vorremmo seguire distinuamente la storia dei progressi fatti a quei tempi dalla geometria per opera di Archita. di Eraclide pontico, d'Ippocrate chio, di Filolao, di Platone, e di altri illustri matematici: troppo sono scarse, ed oscure le notizie, che sono fino a noi pervenute delle geometriche loro fatiche, per poterle giustamente descrivere; ma diremo bensì in generale, che quasi tutte le proposizioni , che formano anche oggidì gli elementi della geometria, sono state scoperte di quell'età, e che le alte speculazioni, in cui vediamo occupati i geometri di quei secoli, provano abbastanza che si era già di molto avanzata la geometrìa. La quadratura del circolo, la duplicazione del cubo, la trisezione dell'angulo sono i problemi che discusevansi da quei geometri; e non potevasi pensare a simili problemi, se non fossero state già prima ritrovate molte altre verità necessarie a tali ricerche. La quadratura del circolo ha impegnato, per la sua difficoltà, l'attenzione dei geometri di tutti i secoli fino al nostro, ed ha fatto produrre alla geometria notabili avanzamenti. Pure, non ostante l'arduità del problema, noi vediamo occupati gli antichi geometri in cercarne la soluzione. Platarco (b) ci dice che Anassagora, chiuso, nella carcere formava il suo dilettevole trattenimento di ricercare la quadratura del circolo. E un tal fatto di Anassagora,

Quadratura d

(a) In Domech XIII.

(b) De Exil.

mentre ci fa credere che fosse questo allora un problema assai agitato, non parendo verisimile che ad un carcerato nascesse il pensiero di faticare dietro ad un problema sì arduo non ancora tentato da alcuno, ci prova altresì che erano, già fino dal tempo di Anassagora, assai estesi i lumi della geometria, quando s'innoltravano i geometri a tali ricerche. Infatti vediamo poco dipoi il comico Aristofane mettere in iscena un geometra, e fargli offrire di misurare l'aria, e di quadrare il circolo, quasi che questa fosse una materia molto allera discussa dai geometri (a); ed Aristotele (b) cita tre differenti quadrature del circolo, inventate già a quel tempo da Ippoerate chio, da Brissone, e da Antifonte. La ricerca di quella quadratura cominciò ben presto a produrre avanzamenti nella geometria; e devesi ad essa la quadratura della lunula d'Ippocrate chio, su la quale vediamo ancora occuparsi utilmente l' Hôpital, ed altri moderni (e), e la quadratrice di Dinostrato, la quale prese da questa ricercata proprietà il nome di quadratrice.

La duplicazione del cubo era un altro problema, che tenera in agitazione i geometri. Io non mi tratterrò su la favola della pete, e dell'oracolo di Delo, il quale non volle che reassar l'Attica libera da quel malore sinche non fosse duplicata la sua ara; e sicone quest'ara era cubica; quindi chianavasi Delaso il problema della duplicazione del cubo. Ma cetro egli è, che i più valenti geometri si pigliarono a petto quella ricerca; facile in apparenza, ma in realtà troppo ardua ed satrusa per le cognizioni di quell'esta. Vane pertanto ed intulli risucirono tatte le loro ricerche. Il primojesso per la soluzione del problema era conoscene la difficulta. Questa figgg da principio agli occhi dei greci geometri; ma don biuntili tentativi fu finalmente riconosciuta. Il sopra lodato Ippornate di chio fu il primo a conoscere che, per duplicare un cu-

Tom. IV.

(a) Negli Denili sc. del Geometra, e Pi- (b) I. Elench.

Duplicazione Sel cubo . bo, d'uopo è trovare fra il lato del cubo e il doppio di esso lato due medie proporzionali, e che la prima di queste medie sarà il lato del cubo duplicato che si ricerca (a). Il gran Platone studiò con diligenza il problema, e giunte a formarsi uno strumento, on de sciorlo meccanicamente, ma senza la dovuta estatezza (b). Eudono, geometra non meno famoto, trovò un altra soluzione col mezzo di certe curve da se inventate; e questa, benche disprezzata da Eusocio, fu lodata da Ermotiner, testimonio più autorevole, perchè più vicino a quel tempo, e perchè occupato anch' egli nella ricerca del medestimo problema. Archita tarentino fui il primo, al dire di Larzio (2) appoggiato al testimonio di Platone, che ittrovasse in geometria la richiesta duplicazione del cubo. Menezno ne diede due soluzioni, e queste ci fanno vedere due altre importantissime materie delle ricerche degli antichi geometri, che mostrano nelle loro cognizioni notabili avanzamenti.

134 Sezioni coniche Tali sono le sezioni coniche, e i luoghi geometrici. I geometri, non contenti delle cognizioni acquistate su i triangoli, e su circoli, e su le propriettà di varie linee e figure, penaraono a cercare altre curve, che occupastero la loro studiora curionità, e le trovarono col tagliare un cono in diverse guite, ed osservare le curve che quindi nascevano. Cost trovarono l'ellisse, la parabola, e l'iperbole, le quali presero il nome di vazione coniche, perché formate colla sezione del cono; ed il triangolo, e il circolo, che vi si trovano parimente, benchè già prima assai conosciuti. Alcuni vogliono attribuire ad Eudoso l'invenzione di tali curve. Certo è che tu didette solucioni di Mancono, discopolo di Eudosso, si fondano su cognizioni assai profonde di quelle sezioni, che provano quanto si fossero già innoltrati i geometri nelle loro investi-gazioni. Oltre di che Apollonio, che pro noi si può riguardare co

(a) Procl. in Eacl.
(b) Exoc. ad Archim. lib. II, Do Sphares

es Ciliadra,

me il maestro di tali curve, altro non fece che compire i quattro libri dei conici di Euclide, ed Euclide seguì soltanto la dottrina d'Aristeo illustre scrittore (a); e questi, scrivendo i suoi cinque libri di elementi conici, gli spose con una brevità che prova essere state quelle materie assai conosciute ed illustrate dai geometri che l'avevano preceduto. Un'altra speculazione si vede anche di quei secoli, che fa molt'onore alla loro geometria. Questa è dei luoghi geo- Leo metrici, ossia di quelle linee rette, o curve, delle quali ciascun punto risolve ugualmente un problema indeterminato, o capace d'infinite soluzioni. Questi luoghi geometrici sono di grand'uso nelle matematiche: e gli elogi che hanno riportati il Cartetio, il Fermat,, ed altri geometri moderni pel buon maneggio che ne hanno faito, possono provare abbastanza quanta sia la loro utilità. Gran lode dunque dovremo dare agli antichi geometri della scuola platonica, i quali non solo inventarono queste materie, ma le illustrarono con tanta ampiezza. Tre sorti diverse distinguevano di tali luoghi; e chiamavano piani quei che si contenevano in linee rette e in archi di circolo , solidi le sezioni coniche , e lineari le altre linee o curve di ordine superiore; e fino dai primi sempi li trattarono tutti tre con molta estensione ed intelligenza. Le sopraccitate soluzioni di Menecino mostrano in lui un gran possesso di tali luoghi. Dei solt luoghi solidi compose Aristro cinque libri molto stimati dagli antichi, che il dotto geometra Viviani volle in qualche modo far conoscere ai moderni, e con molta sua lode compose intorno ad essi un'ingegnosa ed erudita Divinazione. Dopo Aristeo scrisse Euclide due libri dei luoghi alla superficie; scrisse Eratostene dei lunghi alle medietà; altri due libri lasciò Apollonio dei luoghi piani; e molti altri scrissero di tali luoghi (b): e sutto prova quanto fossero andati avanti gli antichi geometri in quell'utilissima teorla.

(a) Pappo Coll, Math. 11b. VII. Praef. de (b) V. Papp. lib. VII.

f. toghi geome-

Anelist grome-

L'analisi geometrica, ossia quel metodo che, dal ricercato come concesso tirando conseguenze, e da queste passando ad alire conseguenze perviene a qualche proposizione evidentemente vera o falsa nei teoremi, possibile od impossibile nei problemi, è un altra invenzione che fa molto onore agli antichi , particolarmente a Platone, a cui si attribuisce la gloria dell'invenzione. Alcuni vogliono credere che gli antichi fossero privi di ogni nozione di analisi (a). Ma anche senza ricorrere alle opere di Platone, di Archimede, e di altri antichi geometri, dove pure assai chiari esempi se ne veggono, bassa leggere Pappo e Proclo, per conoscere che gli antichi avevano acquistate copiose e giuste nozioni di tal metodo. Pappo (b), oltre l'uso che ne fece in tutti i suoi libri, nel principio del settimo spiega chiaramente che sia l'analisi, in qual guisa proceda, che usi abbia nei teoremi e nei problemi, a quali geometri possa esser utile, quai geometri l'abbiano trattata, e in somma ne parla in modo, che bisogna non averlo mai letto per sostenere che gli antichi non avessero alcuna nozione dell'analisi. Proclo anche ne parla spesse volte (e), e ne forma in qualche modo la storia, Platone, inventore di questo metodo, lo comunicò prima di tutti a Laodomante, il quale ne seppe ben tosto fare un ottimo uso. Anche Teeteto ed Archita presero da Platone questo metodo; come pure Neocli, Eudosso, Menecmo, ed altri: e l'analisi fu sempre riguardata come un utile e gloriosa invenzione della scuola platonica, di cui poi Euclide, Archimede, Apollonio, e i più sublimi geometri fecero molto uso. La trisezione dell'angolo è un altro problema che occupò molto le meditazioni degli antichi, ed ha anche impegnata l'attenzione del Cartesio, (d), e dei più sottili moderni. La facilità di dividere un angolo in due parti uguali per mezzo di una retta perpendicolare mosse i geometri a cercar anche di dividerlo in tre: ma, dopo alcuni inutili

Prietzione dell'

(a) Encycl. method. Math., Direc prelim. (c) In Fuel. lib. II. e III., (b) Lib. VII. gelne. (d) Grow. lib. III.

benchè ingegnosi tentativi, s'accorsero che sol colla geometria piana, o colla riga, e col compasso non era da sperarsi tal trisezione, e che questa era, come la quadratura del circolo e la duplicazione del cubo, un problema quasi insolubile; e il conoscere questa difficoltà è una gran prova dell'esattezza dell'antica geometrìa. Si studiarono nondimeno di cercare per altre vie la bramata soluzione, e adoperando l'iperbole, e la concoide ne ritrovarono alcune molto ingegnose, che vengono riportate da Pappo (a)., e che fanno vedere quanto fossero andati avanti gli antichi nella geometrica sonigliezza. Quanto finora abbiam detto può abbastanza provare che gli antichi avevano acquistate più essese e profonde cognizioni di geometria che non si crede comunemente: ma vi è anche altra prova, che maggiormente ce ne può levare ogni dubbio. Fino dai tempi di Alessandro scrisse già Teofrasto quattro libri di storia della geometria, come dice Laerzio (b); e oltre di questi scrisse più coplosamente Eudemo rodio, discepolo anch'egli d'Aristotele come Teofrasto, un altra storia della geometria, dalla quale molte notizie ricava Proclo (c), e questi pure non giungevano che a quei primi secoli, e fermavansi in Ermotimo, ed in Filippo, come gli ultimi geometri dei tempi della loro storia. Non avrebbe l'antica geometria prestati materiali per tanti libri di storia, se non avesse fatte molte scoperte, ed ottenuti gloriosi progressi.

Ma bisogna pur confensare che il vero lustro dell'antica geomettia non venne che nei tempi posteriori dopo la fondazione della scuola di Alessandria: allora gli Eudati, gli Erastatetai, gli Archinedi, gli Apollouj, e tanti altri le fecero prendere un volo molto più alto, e comparire sotto nuovo e più rispettabile aspetto. Endide può riguardaris come il padre, ed è veramente il maestro dell'antica geometria. Ipperate chio fu il primo, come dice

Schola Alessandeine .

> 139 Euclide v

(a) Collect. Mash. lib. IV.

(c) In Each 1, et.

Proclo (a), che scrivesse elementi di geometria: dopo di lui Leone il geometra, Teudio di Magnesia, ed altri ne scrissero più compiuti; ma tutti restarono oscurati al comparire degli Elementi di Enclide. Là si veggono raccolte, spiegate e dimostrate, legate ed unite in corpo di dottrina quante proposizioni di geometria ele-, mentare si trovavano isolate, e disperse negli scritti degli altri geometri, alle quali aggiunse anche alcuni libri di aritmetica; e la sua opera degli Elementi si può dire il dovizioso magazzino delle ricchezze matematiche di quell'età. L'esattezza e severità, con cui egli definì ogni parola, dimostrò ogni proposizione, e legò e concatenò ogni cosa, si può dire che creò lo spirito geometrico, che tanto vantaggio ha recato all'avanzamento delle scienze, ed alla perfezione dello spirito umano. Gli elementi di Euclide sono stati per tanti secoli il codice dei geometri, e il libro classico di tutte le scuole di geometria. Teone alessandrino, Proclo, e aleri antichi studiarono a commentarli . Gli Arabi tradussero . commentarono, ed in varie guise illustrarono gli elementi di Euclide, e, seguendo le tracce del greço maestro, poterono avanzare in quella scienza. I Latini, che non li conobbero, non fecero per molti secoli che palpar tenebre copiando ed alterando alcuni pochi principi di Boezio, o di altri ancora men di lui intendenti della materia: i primi albòri della geometrìa vennero loro dalle traduzioni, benchè impersette, degli elementi di Fuclide, fatte da Atelardo, e da Campano di Novara sulle arabiche; e i primi maestri della geometria dei moderni, il Comandino, il Clavio, il Barovo, ed altri parecchi ancor più moderni, credettero bene impiegate le loro fatiche nel tradurre, e commentare gli elementi di Euclide. In questo secolo solamente si è voluto trovare macchie in quel luminare della geometria, e si è tacciata quell' opera di troppe definizioni e divisioni scolastiche, di troppa minutezza e scrupolosità nel dimostrare le cose da se stesse abbastanza chiare, di troppa sot-

(a) Lib. II. in Earl.

tigliezza, e di qualche sofisticherla. Lascio ai veri e profondi geometri il decidere della giustezza di queste accuse : dirò soltanto che il voto di un Nevvton e di un Leibnitz, i più sublimi geometri che abbia prodotto lo spirito umano, i quali grandemente approvavano il metodo e l'ordine, l'esattezza e il rigore degli elementi di Euclide, l'approvazione di un Wolfio, scrittore sì accreditato in tale materia, le nuove edizioni del Keil, del Gregory, e anche ai nostri di del più chiaro geometra dell'Inghilterra Roberto Simson, debbono avere maggior forza a favore del greco maestro, che quante accuse gli muovono contro alcuni moderni, per quanto sieno celebrati; e che se il metodo di questi dà maggiore facilità, ed abbrevia, ed agevola l'intelligenza dei primi elementi, quello di Euclide reca maggiore sicurezza alle dimostrazioni, e conduce a maggiore profondità nello studio di quella scienza; e che ad ogni modo gli elementi d' Fuclide sono una delle opere che maggiore vantaggio hanno prodotto alle scienze, e più hanno giovato allo schiarimento dello spirito umano. La principale celebrità di Euclide è nata dai suoi elementi. Ma egli ebbe molti altri meriti nella geometria: i suoi elementi resero più agevole, più chiaro e più universale lo studio di quella scienza; i suoi dati, i conici, i luoghi alla superficie, e i porisni accrebbero le cognizioni che si avevano di tali materie, e ampliarono i confini della scienza geometrica. Pappo, encomfatore di Euclide e di tutte le sue opere, loda particolarmente i porismi come un'opera piena di arte e d'ingegno, e utilissima alla risoluzione dei più oscuri problemi (a). Euclide in somma si meritò per tutti i suoi scritti singolare riconoscenza dagli amatori della geometria, e guadagnò alla scuola di Alessandria una pronta ed universale celebrità. Sarebbe divenuta a questa fatale la sua perdita, se non fosse stata compensata da altri ugualmente nobili successori. Uno di questi fu Eratostene, il quale, ingegno veramente enciclopedico, grammatico, anti-(a) Lib. VII. Pract.

Eratosene .

quario, geografo, cronologo, filosofo, matematico, ha fatto che alla fronte della storia di ogni scienza si legga scritto con distinta lode il suo nome. Le due profonde speculazioni dei geometri di quella età, su l'analisi cioè, e su la duplicazione del cubo, occuparono lo studio di Eratostene; ed egli scrisse utilmente dell'una e dell' altra. Pappo ci annovera Eratostene fra gli scrittori dell'analisi geometrica in compagnia di Aristeo, di Euclide e di Apollonio, e cita, a questo proposito, due libri di lui delle medietà, o delle proporzioni (a). Eutocio ci ha conservata una lettera del medesimo al re Tolomeo, in cui gli spiega la sua invenzione per la duplicazione del cubo, su la quale scrisse anche un libro; e poi vediamo riportata da Pappo (b) la sua risoluzione di quel difficile ed intricato problema. Che se la dimostrazione di Eratostene fu rigettata da Nicomede, nè si è meritata l'approvazione dei moderni geometri , egli non pertanto mostrò in essa non poco ingegno , e se non ha avuta la sorte di colpire nel vero segno, può consolarsi di avere errato con Platone, e coi maggiori geometri dell'antichità, fra i quali ottenne, e conserverà sempre un onorato e distinto luogo. Era bensì la scuola alessandrina feconda madre di matematici. non era però la sola, che ne producesse eccellenti,

Archimede

Contemporaneamente ad Érassitone fioriva il grande Archimole, per uil doversono. Atene, Alexandria, e austo il mondo geometrico ceder la palma alla sua Siracuas. La geometria riceve dalle sue mani una sagacità, una sicurezza, un vigore, per cui parve che si vedere strapiantata in un nuovo mondo, donde incomincio a dominare apaziosi campi, e fecondi colli, che prima quasi mon ardiva di riguardare. Che sublime spirito, e che nobile ardire non vivoleva per pensare a determinare nei circoli la ragione del diametro alla circonferenza? Pensiero, che aveva scoraggiai faudide, e ggii altri geometri, i quali, contenti di stabilire che le circonferenze sono in qualche ragione come i diametri, non avevano avu-

(a) Lib. Vtl. Praef.

(b) Lib. 111, Probl. I.

to il coraggio di determinare qual fosse quella ragione. Archimede vi si accinse animosamente, e, paragonando ingegnosamente il circolo ad un triangolo, formando intorno al circolo poligoni iscritti e circoscrini, e accrescendo più e più i lati di tali poligoni, venne a conchiudere che il diametro del circolo è alla circonferenza meno che I a 3 10, e più che I a 3 11, che è quanto basta per conoscere a sufficienza la misura del circolo; e diede così ai geometri un esempio del metodo di approssimazione sì utile e sì frequentemente seguito, e di quello dei limiti, al quale il Maclaurin (a) , i) d' Alembert (b) , il Cousin (c) e altri moderni riducono il tanto, e con tanta ragione, encomiato calcolo infinitesimale. La scoperta geometrica di cui più si compiaceva Archimede, e di cui volle conservarsi l'onore persino nel sepoloro, fu la piena e sminuzzata misura della sfera e del cilindro, che egli minutamente determinò, sì riguardo alla loro solidità, che alla loro superficie, e questa non solo dei corpi intieri, ma di ciascun loro segmento. Ma non furono queste le sole figure che meritarono le sue illustrazioni. Le conoidi e le sferoidi ottennero da Archimede la stessa esatta misura, paragonandole distintamente coi cilindri e coi coni che hanno la medesima base ed altezza. La quadratura della parabola fu anche una delle favorite sue scoperte; ed egli se ne loda coll' amico Donteo per avere intrapresa una misura da niun geometra ancor tentata, e per averla dimostrata con due diverse dimostrazioni, matematica o meccanica l'una, l'altra geometrica. Più nome ancora gli hanno fatto nella posterità le molte, e sottili ed utili sue scoperte su la linea che gli propose, come dice Pappo (d), Couone Hamio geometra, e suo amico. Questa è la spirale, della cui area, delle tangenti, delle secanti, e di tutte le proprietà trattò con tanta novità ed esattezza, che ora è cele-Tom IV.

(a) Tealté des Flux. . Introd. (b) Encyclop, art. Diffréntiel . (c) Lecons du Calcul, different, ec.

brata dai geometri la spirale come un'à linea che dee distintamente onoraria col nome di Archimede. In tutte queste e in altre moltissime speculazioni, procede egli con una giustezza e severità, con una asgacità d'ingegno e forza d'immaginazione, che, ancora dietro alle orme da lui segnate, ancora ajutati dai lumi della rua scorta, stentano presentemente a seguirlo i più profondi e dotti geometri.

Archimede ha fatto, e farà sempre lo stupore di quanti sono capaci di conoscere l'altezza del suo merito. Egli può risguardarsi come il Nevvion dell'antichità; ed è, come questi, l'eroe delle matematiche, e l'onor dell'ingegno umano. Ma quanta stima non dovremo noi professare all'antica geometria che a non contenta di produrre i Platoni , gli Aristei , gli Euclidi e gli Eratosteni , non esausta colla produzione di un Archimede, seguitò anche ad arricchire la mente umana, e ci diede un Apollonio ed altri illustri geometri? Se Archimede fu il Nevoton, Apollonio potrà dirsi il Leibnitz, o il Bernoulli degli antichi. I soli suoi conici bastano a farci vedere in lui il gran geometra, quale lo proclamava l'antichità. Di che prodigiosa profondità e forza d'ingegno non abbisognava Apollonio per seguire nei suoi conici tante e sì astruse ricerche senza fare traviamenti ? Il quinto e il settimo libro singolarmente mostrano da per tutto un ingegno inventore, fecondo di nuove e sublimi verità. Ma tutta l'opera fu riguardata con ragione come una delle più profonde che avesse prodotto lo spirito umano. Per quanto il dotto geometra de l'Hôpital abbia scritto, con tutti gli ajuti della moderna geometria, un'opera delle sezioni coniche, molto stimata e lodata in mezzo ai lumi di questo secolo, questa nondimeno non ha potuto oscurare l'antica opera di Apollonio, nè è giunto egli a darci una teoria di queste curve più estesa e completa di quella del greco geometra. Pappo, che pure non si mostra troppo portato pel carattere morale di questo autore, tiene in gran conto la sua dottrina geome-

Apollonio

trica, e non solo ci dà notizia di molte sue opere appartenenti. per la maggior parte, all'analisi geometrica, ma ne forma eziandio piccoli estratti; e quei soli piccoli saggi bastano per far vedere il maestrevole possesso con cui la geometrica sua destrezza maneggiava quelle sublimi ed ardue materie; quelle piccole linee mostrano la maestra mano dell'Apelle, che ne formò i quadri finiti. Apollonio ed Archimede sono i geometri antichi che si leggono e si studiano dai più illuminati moderni, e che meritano i rispetti e la venerazione di tutti. Ma vi erano oltre di questi molti altri illustri geometri. Non parlo di Cosone e di Dositeo, amici di Archimede ed assai chiari geometri; non di Eudemo e di Attalo, corrispondenti di Apollonio; non di Nicotele, impugnatore di Conone; non di altri men celebrati geometri di quell'età; ma ferma bensi la nostra attenzione Niconede, il quale inventò la curva detta concoide, e ne fece ingegnosa applicazione pel famoso problema della duplicazione del cubo, secondo il testimonio di Pappo (a), e di Eutocio (b), e lavorò gloriosamente per la quadratura del circolo, applicandovi la quadratrice di Dinostrato (c), e si meritò insomma che il Nevoton commendasse molto ed adoperasse la sua concoide per varie geometriche speculazioni, e rendesse rispettabile ai più illuminati geometri il nome di Niconede. Sono parimente degni di particolare commendazione Gemino, Filone, ed Erone che, oltre lo studio dell'astronomia e della meccanica, si applicarono anche alla geometria, e si fecero qualche nome; e di Erone particolarmente vediamo in Pappo (d) una nuova soluzione del celebrato problema della duplicazione del cubo, o delle due medie proporzionali; Teodosio, i cui sferici sono un' opera classica in geometria non meno che in astronomia; alquanto posteriormente Menelao, che scrisse di trigonometria, e di cui ancora si

3 2

(a) Lib. IV. , prop. XXII. et al. (b) In Arch, II. De Spher. et Cycl. (c) Pep. lib. IV., prop. XXV. (d) Lib. III., peop. IV. conservano tre libri dei triangoli sferici, sommamente pregevoli per l'avanzamento della geomesrìa; e parimense Diocle, della cui età non abbiamo sicure notizie, ma che sappiamo aver inventatà la cissoide, curva perfezionata ed adoperata dal Nevyton, ed averne fatto ingegnoso e felice uso pel problema della duplicazione del cubo (a). Venne finalmente nel secolo quarto della nostra èra il tante volte citato Pappo , il quale certamente merita somma riconoscenza dai geometri, perchè raccolse e mise in buon lume molie scoperte geometriche dei greci che l'avevano preceduto le quali, senza la sua opera, sarebbono per noi perdute, e ci ha dato notizia di molti geometri che non sono altronde venuti alla nostra cognizione. Che sapremmo noi dell'analisi degli antichi, che dei porismi di Euclide, che di Nicomede e di tanti altri geometri, e di tante scoperte geometriche, se Pappo non le avesse nelle sue Collezioni trasmesse alla nostra notizia? Ma egli non si contentò di conservare il tesoro delle scoperte degli antichi, le accrebbe eziandio colle sue proprie, e ci arricchì di nuove ed utili verità. Espone le soluzioni del problema della duplicazione del cubo di Eratestene, di Niconede, e di Erone, e ne propone inoltre una sua (b). Forma Nicomede la costruzione delle due sue linee medie proporzionali, ed egli ne dà la dimostrazione (c). All'inclinazione presa da Archimede nel libro delle linee spirali propone egli sì chiara la risoluzione, che apre la via per penetrare intimamente negli arcani di quel·libro (d), E generalmente egli rischiara, migliora, ed accresce quasi sutta la dottrina geometrica degli antichi. Ma ciò che forma il maggiore suo merito in quelle scienze è la gran verità da lui presentata ai lettori soltanto come una mostra, od un saggio delle molte che riteneva serbate nella sua mente, cioè che le figure prodotte per una rivoluzione perfetta sono fra loro in ragione composta di

(a) Force, in Archim.

(c) Lib. (V. Probl. 14.

quella delle figure generatrici, e di quella delle linee tirate dal loro centro di gravità all'asse; e le figure prodotte per una rivoluzione incompleta di quella pure delle figure generatrici, e dagli archi descritti dal loro centro di gravità : verità donde tante belle scoperte derivano per la geometria, e per la meccanica (a). Ma in Pappo può dirsi estinta la greca geometria: Teone alessandrino, ed Ipazia sua figlia, Proclo, Marino, Eutocio, ed altri di quei tempi furono più commentatori e raccoglitori delle scoperte degli altri antichi che veri geometri. Ma la greca geometrìa era già abbastanza nobile coi nomi di Euclide, di Archimede, di Apollonio, e di altri poco inferiori, e ricca assai colle loro scoperte, per non abbisognare di nuovi ajuti pel suo splendore. Per quanto sia avanzata la moderna geometria, e divenuta sia superiore di scoperte, di cognizioni, e di metodi all'antica, è una folle ignoranza, e temerità di alcuni leggieri moderni il disprezzare gli antichi geometri, e abbandonare la loro lettura. Non è egli più glorioso e più utile lo scoprire tante proprietà, combinazioni e misure delle figure, inventare tante linee, dimostrare tante verità, e creare insomma una geometria, che non l'appianarne, abbreviarne, ed infiorarne le vie? E come un Eu. clide, un Archimede, un Apollonio possono essere riguardati da chi abbia vero spirito geometrico senza un profondo sentimento di sincera venerazione? Non pensarono così il Leibnitz, l'Allejo, il Simson, e tanti illustri geometri perfino anche nei nostri di: non così il Maclaurin, il quale ha lasciato scritto (b), che,, sebbene non » vi sia nessun paragone fra l'estensione e l'utilità delle scoperte », antiche e delle moderne, pare nondimeno che gli antichi fos-» sero più attenti che noi non siamo nel conservare alla geome-" tria tutta la sua evidenza, e che vi riuscirono molto meglio": non così finalmente il Nevvion, il quale aveva sì alta stima della greca geometria, che era solito a dire che non vi sarebbe biso-

(a) Lib. VII. Pract,

(b) Traité des flux. , Préf.

gno di scrivere nulla in geometria, se ci fossero pervenute tutte le opere dei greci geometri (a): e certo la greca geometria forma una parte molto importante della storia delle Scienze, e fa sommo onore ai progressi dello spirito umano,

Non così potremo pensare dei romani i quali, se emularono,

Geometria d

o forse superarono gli Omeri e i Demosteni, non pensarono neppure ad appressarsi agli Archinedi ed agli Apolloni , nè ebbero mai un geometra che meritasse lo siudio della posterità. Cassiodoro, Marziano Capella, e quei pochi latini che scrivevano di geometria, non possono mettersi nel numero dei geometri. Boezio stesso, che sembra averne saputo assai più che iutii i latini, altro non fece che tradurre Euclide, benchè con certa eccessiva libertà, la quale lo mostra bensì assai più padrone di quella materia che non lo erano gli altri scrittori latini; ma molto detrae dell'esattezza e del rigore geometrico del greco originale. Gli Arabi sì che collivarono la geometria assai più felicemente che i latini . Euclide , Archimede , ed Apollonio furono attentamente studiati , tradotti ed illustrati dai Saraceni - Basta leggere il catalogo degli antichi matematici, compilato dal dosto Odoardo Bernard, per farne una edizione in quattordici volumi (b), e vi si vedrà facilmente quanto abbiano contribuito gli Arabi alla conservazione ed illustrazione dei greci geometri. Alcuni libri geometrici dei più stimati greci non si trovano nel greco originale, e solo gli abbiamo tradotti in arabo. I libri stessi, che ancora

si conservano nel nativo idioma greco, sono stati da principio tradotti nel latino dalle arabiche traduzioni, non dagli originali. E tutto questo dovrà tenere perpetuamente obbligasi la gratitudine dei geometri alle scientifiche fatiche dei musulmani che hanno loro recati tanti vantaggi. Ma non si contentarono gli Arabi di questi meriti, e vollero avere i propri loro pregi, e poter vantare progressi da loro siessi prodotti alla geometria.

Atabl.

(a) In cius Vita Opusc, tom. I. .

(b) Fabr, Bibl, gr, lib. III. , cap. XXIII.

Il solo eccessivo numero degli scrittori può dare qualche cre- Arabi geometri dito all'arabica geometria. Ove sono molti i coltivatori di una scienza, è difficile che non se ne trovino alcuni che le producano riguardevoli avanzamenti. Infatti quanti Arabi non si potrebbero annoverare come benemeriti della geometria? Se noi diamo il nome di geometra ad Archimede, se i Greci chiamavano il gran geometra Apollonio, gli Arabi avevano anch' essi i loro stimati Archimedi, ed Apolloni che onoravano col nome antonomastico di geometri . Hassen Thabit ben Corrab , ed Alkindi sono stati distinti dagli Arabi con quella sì rispettabile appellazione. D'Hassen, uno dei tre figliuoli di Masa, o Mosè, dice, con sommi elogi la Biblioreca arabica dei filosoft (a), che inventò, formò e sciolse molti problemi geometrici, che niuno degli antichi aveva mai potuto îmmaginare; e che i suoi trattati su la trisezione dell' angolo, e su le due medie proporzionali per la duplicazione del cubo, problemi, che tanto avevano occupati i greci geometri, furono riguardati dagli Arabi come opere portentose d'ingegno e d'immaginazione. Eccellente era eziandio nella geometria il fratello d'Hassen Abu Giafar Moamad; ma nondimeno più ancora che Abu Giafat. coi propri scritti recò vantaggio a quella scienza coll'avere istruito in essa Thabit ben Corrah, e coll'avergli procurati i mezzi onde Thabit ben Cotavanzarsi negli studi geometrici introducendolo nella corte del califo Metadhed . Noi abbiamo sotto il suo nome un'opera ms. col titolo De superficierum divisione, e nella biblioteca dell'Escuriale se ne trova un'altra De descriptione trianguli rectilinei (b), niuna delle quali si legge con questi titoli nella Biblioteca arabica dei filosofi. Ma vi se ne annoverano tante su la quadratura del circolo, su le sezioni coniche, e su tante altre sublimi materie geometriche, che giustificano gli elogi di cui viene ampiamente ricolmato, e l'universale tispetto con cui era dat dotti suoi nazionali riguardato. Quanta lode non merita l'Alkindi, che venne riposto dal Car-

(e) Benu Muse ben bbeker .

(6) Cesie: Bibl. arab.hisp. com. L , p. 386.

¥ 44 dano

Altri geometri

dann fra i dodici più chiari ingegni che avessero fino allora illustrato il mondo (a)? E quanti altri rinomati geometri non ebbero oltre di questi gli Arabi? Albassen non lasciò quasi parte della geometria che non illustrasse coi suoi scritti , Jacob ben Tarec , Abdelazio, Assingiari, ed altri parecchi scrissero di vari punti di geometria, e furono molto stimati. Ma singolarmente la trigonometria ha loro, come dice il Bossue (b), obbligazioni essenziali., Essi diedero, dice, al calcolo trigonometrico la forma ", che ha ancora presentemente, almeno quanto ai principi. Es-, si sostituirono l'uso dei seni a quello delle corde, che adope-", ravasi prima, e con questo resero più semplici e più comode ", le operazioni della geometria pratica". Il Montucla aveva già prima detto lo stesso, ed aveva data parte della gloria di questi meriti a Mohamad figlinolo di Musa, ed a Giaber ben Aphlah di Siviglia, del quale evvi nell' Escuriale un libro Delle Sfere (c), che può confermare il giudizio del Montucla. Il richiamare a questa semplicità, e a questa agevolezza le operazioni trigonometriche fu, secondo il medesimo Montucla, una delle prime invenzioni degli Arabi, trovandosi già adoperata da Albatenio (d). Alfragano scrisse sui seni retti : Abdelaziz Massudo compose un trattato delle tavole dei seni, e del loro uso nella trigonometria; e tanti altri trattarono di questa materia, che si può dessa riguardare come tutta propria degli Arabi. Oltre la conservazione dei libri greci e delle greche scoperte, oltre i progressi, qualunque essi sieno, prodotti dai saraceni, dèe la geometria ai medesimi la sua introduzione, o il rinascimento presso i latini. Gerberto, Campano, Atelardo, primi ristoratori della geometria nell'occidente a tutti presero dai musulmani le poche cognizioni che seminarono fra i cristiani, e che, lente e sterili da principio, germogliarono poi col tempo abbondantemente, e produssero quei ricchi e preziosi frutti che ora

sì pienamente godiamo. I progressi nel rinascimento della geometria furono ancora

più lenti che nella stessa nascita. Noi non vediamo per più secoli che cattive traduzioni, e spesso anche corruzioni delle opere più elementari dei Greci e degli Arabi; niuna ingegnosa scoperta, niun' opera originale, niun avanzamento nella geometria. Solo verso la metà del secolo decimoterzo fiorirono due matematici, Giordano Nenorario, e Giovanni di Sacrobosco che mostrarono avere qualche lume d'ingegno, e scrissero da se, benchè tenendo dietro alle guide greche ed arabiche, opere geometriche, non semplici traduzioni. Ma queste stesse loro opere erano sì rozge e meschine, che provavano la scarsezza dei lumi di quei tempi; non erano opportune a produrne altri maggiori, e a far nascere buoni geometri. Noi non incominciamo a vederli che nel secolo decimoquiato. Purbach si può dire il primo che mostrasse qualche scintilla di mente geometrica, e che facesse vedere nelle sue osservazioni e nelle sue opere astronomiche qualche finezza di pensare in geometria, e qualche lampo d'invenzione pel miglioramento della geometria pratica, e della trigonometria. Il Regiomontano, suo allievo, andò assai più avanti del maestro, e si Regiomonante formò un geometra assai più perfetto. Il Cardano, sentendo mal volentieri le lodi del Regionontano, lo accusava di plagio nella costruzione delle effemeridi, nella tavola delle direzioni, nel libro dei triangoli sferici, e in ogni cosa (a). Ma checche sia di queste accuse, che noi ora più non possiamo verificare, certo è che la geometria e l'astronomia professeranno al Regiomontano perpetua riconoscenza. Il Regionontano corresse e perfezionò l'invenzione del Purbach per l'esattezza dei calcoli trigonometrici , dividendo il raggio in 1000000 parti in vece delle 6000000 che il Tom.IV.

(e) V. Gassend. in Vita Purbach, et Regions.

Purbach aveva sostituite alle 60 degli antichi. Oltre di questo, il Regiomontano introdusse nella trigonometria l'uso delle tangenti, e ne fece le tavole. Egli non solo espose le teorie degli Arabi nella trigonometria, ma le condusse molto più oltre trovando la soluzione dei più difficili casi; e possiam dire che egli ci diede nella sua opera dei triangoli una assai completa trigonometrìa. I suoi commenti di Archimede , la difesa di Euclide , ed altre sue fatiche geometriche accrescono sempre più i suoi meriti nella geometria; e tutte le sue opere e lo studio che in quel secolo si faceva della lingua greca, furono di grande eccitamento ai letterati europei per dedicarsi con nuovo ardore alla cultura di quella scienza. Cominciarono a leggersi ed a gustarsi nei loro originali i greci geometri, si abbandonarono le traduzioni prese dall'arabo, e se ne fecero altre dal greco: si riguardò nel suo vero lume l'antica geometria, che invaghì delle sue bellezze i nobili ingegni, e principiarono allora a vedersi molti geometri. Tali erano il Walter, il Durer, Adriano Romano, il Vanceulen ed altri; tale particolarmente il Werner, che s'inoltrò con profitto nelle sezioni coniche, inventò nuove soluzioni in alcuni problemi di geometria, ed illustrò con nuovi scritti la trigonometria. Tali il Rezico e il Byrge, che recarono maggiore perfezione alle tavole trigonometriche; e singolarmente il Byrge giunse, secondo il testimonio del Keplero, a formare la prima idea dei logaritmi. Celebre è la memoria del Nugnez, più conosciuto sotto il nome di Nozio, e benemerito della geometria pel suo zelo e per le sue opere, ma più ancora per l'invenzione dello stromento che porta il suo nome, e che giova tanto per l'esattezza geometrica. I commenti di Fuclide del Ciruelo, alcuni scritti di un altro Nuonez., ed altri di altri scrittori mostrano che nella Spagna si coltivava con ardore la geometria . I francesi Pelletier e Oronzio Fineo sono conosciuti dai geometri non solo per le dispute e per le opposizioni a cui soggiacquero, ma anche per qualche merito dei loro

Aleuni moder geometri

scritti. Nomi più illustri sono nei fasti delle matematiche il Commandino ed il Maurolì , ossia Maurolico : le sole traduzioni ed illustrazioni dei greci geometri fatte con molta intelligenza e sagacità resero i loro nomi molto rispettabili nella geometria, e le proprie loro opere accrebbero anche la riputazione del loro sapere. acquistatasi con tali traduzioni . Il Tartaglia , si famoso per le sue scoperte nell'algebra, mostrò anche nella geometria l'originale e penetrante suo ingegno: e molti da per tutto si guadagnavano il nome di geometri. Innalzavasi sopra tutti il Clavio per l'universale celebrità: le immense sue opere, e la vasta estensione delle sue cognizioni matematiche lo fecero riguardare da molti come l'oracolo di quella scienza; e sebbene è poi scemata di molto la sua fama, sarà però sempre rispettato da quanti vorranno riconoscere supplita la mançanza di più grande ingegno coll'intensità dello studio, e colla costanza della fatica, particolarmente se considereranno lo stato di quella scienza nel suo secolo, e il vantaggio che il Clavio le procacciò. Non tanto estesa, ma più vera, stabile e soda è la gloria del suo contemporaneo Vieta, il più sublime ed originale geometra che si fosse veduto dopo i felici tempi degli Archimedi e degli Apollonj . Pieno egli della geometria antica, ed intimo conoscisore delle sue finezze, mosso da una contesa col soprannominato Adriano Romano, geometra olandese di molto merito, si applicò al ristabilimento del libro De tactionibus di Apollonio, e lo diede al pubblico col titolo di Apollonius gallus. Una maggiore esattezza nell'accostarsi alla verità della ragione del diametro al circolo: gli elementi della dottrina delle sezioni angolari, e la deserminazione per formole analitiche delle ragioni dei seni degli archi multipli e submultipli; la costruzione delle tavole trigonometriche su questo principio, ed altre geometriche novità sono i veri meriti che innalzano il Vieta alla classe dei più sublimi geometri. Al tempo stesso del Vieta, e del Clavio lavorava con buona riuscita Luca Valerio a cercare il centro di gravità dei solidi. a cui Luca Valerio.

Galijeo

Archimede non aveva rivolte le sue speculazioni; ed il suo libro su quella materia si può dire la prima opera latina che facesse distendere di più i confini della greca geometria. Il Galileo cercò anch'egli il centro di gravità, e gli riuscì felicemente di ritrovarlo in vari corpi. Giusto amatore dell'antica geometrìa, ne seppe gustare tutte le finezze, e si fece coraggio per tentarne ulteriori avanzamenti. Egli fu il primo o a ritrovare, o almeno ad esaminare la cicloide, ed a ricercarne le proprietà. Vari curiosi ed importanti teoremi geometrici sono suoi ritrovati. Ma il maggiore suo merito verso la geometria fu l'applicarla che ei fece alla fisica, e il farla servire di sicura guida per penetrare nei più nascosti arcani della natura. Così incominciarono i geometri ad innoltrarsi in più profondi arcani, e a superare gli stessi Greci loro maestri. Noi abbiamo veduti gli ignoranti Europei ricercare dagli Arabi i primi elementi della geon.etria, e siudiare malamente nelle loro traduzioni le opere dei greci. Quanti secoli non si sono passati prima di superare nei loro scritti i primi primissimi elementi della geometria ordinaria? Quante fatiche non sono abbisognate per ben intendere Euclide? Quanti anni e quanti sforzi prima di giungere a comprendere le greche teorie di Archimede e di Apollonio? Chi mai pensava poter accrescere lumi ai lumi dei greci maestri? Da Gerberso fino al Vieta era mai caduto in pensiero ad alcuno di ricercare ciò che Archimede non aveva trovato? Chi mai avrebbe ardito di predire che in pochi anni avrebbero gli Europei avanzate di tanto le greche scoperte, che i più sublimi problemi, a cui non poterono toccare gli antichi, non fossero che un giuoco nelle loro mani? Nuovi teoremi, nuove verità, nuovo ordine di cose si va a scoprire nella geometria di questi due ultimi secoli. Seguace ancora al principio della greca, ardiva pure superarla, aprire nuove vie da lei non vedute, e correre nuovi campi da lei non toccati; ma fatta più robusta e più coraggiosa, fornita di nuovi mezzi e di propri soccorsi osò sormontare alte cime da quella

neppure vedute, e dominare regioni di cui non avevasi alcuna idea. Noi abbiamo in questi due secoli tre sorti diverse di geomenita: da Piris fino a Carterio la geomenita è ancora l'antica, solo accresciuta di nuove verità, ed arricchita di molte scopette, e quest'ancora seguitò a colivirari, ed a produrre nuovi frutti dopo l'introduzione della cartesiana. Carterio, sottile geometra, e felice algebrista. forma una nuova geometria che, accompagnata ed ajustia dall'algebra, fa progressi a cui non si poteva aspirare senza tale sottego et da Norvome e da Leibnize nasce una nuova più sublime, più nobile, più feconda geometria che, fornita del calcolo infinitesimale, è tanto superiore alla cartesiana, quanto questi all'antica. Entrismo duque a ricortere ta soria di utue tre.

Il Vieta, il Valerio, ed il Galileo fecero vedere che col metodo degli aniichi si poieva andare più avanti, che non vi si erano innolirati gli stessi antichi . Il Keplero si fece più coraggioso; e, benchè non abbastanza forniso di geometria, ardi tentare nuove vie non aperte dagli antichi geometri . L' esame di certe botti gli diede occasione di far sorgere una nuova geometria, Archimede e gli antichi non prendevano di mira che la misura, e la ragione dei solidi generati col far girare le sezioni coniche intorno a un asse preso esassamente nel mezzo. Il Keplero volle considerarne molti aliri, che posevansi generare col rivolgere e le stesse sezioni coniche, e solamente qualche porzione delle suddette curve intorno ad assi diversi. Così giunse a formare più di ottanta solidi nuovi, non ancora contemplati dai geometri, e li distinse coi nomi di anello largo, di anello stretto, di globo turchesco, di poma rosato, di pomo cotogno, e di altri simili. Bello è il vedere le maniere diverse con cui egli forma quei solidi, e le curiose immagini che ama di adoperare per farli conoscere ai leggitori. In occasione di parlare delle figure, ardì d'introdurre il nome e l'idea dell'infinito, formando il circolo d'infiniti iriangoli, il cono d'infinite piramidi, il cilindro d'infiniti prismi, e così di altri soli-

On middly Google

alcune verità che, nel metodo antico di paragonare tra loro le figure iscritte e circoscritte ai piani ed ai solidi da misurarsi esigevano giri sommamente intricati e troppo difficili a seguirsi : ma

la scarsezza dei lumi geometrici, in cui ancora trovavasi, lo fece cadere in molti errori, e lasciare senza la desiderata soluzione la maggior parte dei suoi problemi. Pure le ricerche del Keplero su tante nuove figure, e l'introduzione dell'idea dell'infinito nella geometrìa eccitarono la curiosità dei geometri, e li condussero a nuo. ve scoperte. Il Guldino trovò la soluzione dei problemi proposti dal Keplero col mezzo del centro di gravità, applicandolo con molto ingegno e felicità alla misura delle figure prodotte per circonvoluzione. Il primo passo del Guldino fu segnare esattamente in ogni figura quel punto ove si ritrova precisamente il centro di gravità; e questo solo gli produsse già parecchie scoperte. Ma egli passò più avanti, ed, esaminando le figure formate per la rotazione di una linea e di una superficie intorno ad un asse immobile, trovò che esse erano come il prodotto della figura generatrice, e della strada che descrive il suo centro di gravità, e che, per esempio, se un triangolo rettangolo girando intorno ad uno dei cateti forma un cono, siccome il centro di gravità è allora distante dall'asse un terzo della base, e girando descrive una circonferenza, che è il terzo di quella che descrive l'estremità della base, così il cono sarà come il prodotto del triangolo generatore pel terzo della circonferenza descritta dall'estremità della base; e però il cono sarà il terzo del cilindro della medesima base, e della medesima

altezza. Questa scoperta era già stata fatta da Pappo, e proposta semplicemente ai suoi lettori (a). Ma il Guldino, non so se condotto dalle poche parole scritte da Pappo ovvero dalle proprie sue ricerche che pure dovevano condurlo al conseguimento di questo teorema, ne fece l'uso a cui Pappo non s'innoltrò. Egli applicò

(a) Lib. VII. Praefat.

questa regola non solo al cono, ma a tutte le altre figure, e trovò la soluzione a tutti i problemi con singolarità. Ma questa scoperta, che giacque infruttuosa nell'opera di Pappo, trascurata ed obliata dai geometri, non ebbe molto migliore sorte nell'opera del Guldino, ed anche dopo di lui fu seguita da pochi. Molto più feconda e più utile divenne alla geometria l'introduzione del nome e dell'idea dell'infinito riconosciuto dagli autichi, e proposto in un nuovo aspetto dal Keplero. Il Galileo (a) si famigliariz-2ò ancora di più cogl' infiniti e cogl' indivisibili , e non solo ridusse ad essi le dimostrazioni di alcuni teoremi, ma pensò anche di comporre un trattato degl' indivisibili. Ciò che pensava di fare il Galileo, lo aveva già disposto e preparato il suo discepolo Cavalieri. Egli comincia dal considerare il solido come composto d'infinite superficie, le superficie d'infinite linee, e le linee di punti infiniti; e per ritrovare la misura di un solido gli basta di avere la ragione di tutti i piani che lo compongono, e quella delle linee per la misura dei piani, e generalmente, per avere la ragione fra due corpi, determinare quella dei loro elementi, che ei chiama indivisibili. Così si accinse a ricercare la misura di molti solidi degl' inventati dal Keplero, e la trovò in più di venti (b), e poi anche in molti più, ed aprì ad altri una facile via per ritrovarla nei rimanenti. Allora dunque colla scoperta del Cavalieri si diede principio ad una nuova geometria. Alle figure iscritte e circoscritte, alle difficoltà d'iscrivere e circoscrivere poligoni ad una figura, e di cercare i limiti della ragione fra l'ultimo poligono iscritto e l'ultimo circoscritto, al metodo insomma di doppia posizione a cui unicamente si erano attenuti gli antichi, s'incominciarono a sostituire gli el menti indivisibili, gl'infinitesimi, gl'infiniti, e si agevolarono molte ricerche che prima erano troppo difficili ed involute, si diede adito a farne molte altre, che fin allora non si potevano tentare, e nacque insomma una nuova

Cavalieti e

(4) Dial, della muova Scien, lib. II., e III. (8) Geometr. indiv. ec. Pref. et al

geometria. Il nome d'indivisibili, e la povità della scoperta eccitò l'attenzione di tutti i geometri, e provocò le censure di molti. Parve tosto ad alcuni che il metodo degli indivisibili fosse preso dal Keple. to; ma il Cavalieri (a) ne fece vedere la diversità; imperciocchè il Keplero dei corpi minutissimi compone in qualche modo i corpi maggiori, mentre egli solo diceva che i piani erano come gli aggregati di tutte le linee equidistanti, e i corpi, come gli aggregati di tutti i piani. Vollero altri derivare tal metodo da un'opera di Bartolomineo del Sovero, De curvi, & recti proportione promota (b); ma il Cavaliert fece vedere che, assai prima della pubblicazione di quest' opera, aveva egli non solo scritta, ma presentata al Senato di Bologna la sua della geometria degl'indivisibili . L'idea sola ed il nome d'indivisibili ributtò molti geometri; ed egli stesso aveva già preveduta la strana impressione che doveva produrre nell'animo di molti, e ne aveva in qualche modo anticipata la risposta nella prefazione del settimo libro; anzi può dirsi che tutto il settimo libro, provando con altro metodo le stesse verità che negli antecedenti si erano dimostrate con quello degl' indivisibili, fa in qualche modo l'apologia di questo metodo. Sorgevano nondimeno ognora più nuovi oppositori, ed essendone fra questi uno troppo rispettabile, l'ora nominato Guldino, e desiderando il Cavalieri rendere più noto e più fermamente stabilito il suo metodo, dovè sporlo di nuovo in due esercitazioni, e rispondere in altra all'opposizione del Guldino. Questi, troppo pieno dei suoi centri di gravità ed aggravato anche d'incomodi di salute, non potè riguardare con occhio benevolo il metodo degl'indivisibili, nè esaminarlo con attenzione; e loda bensì l'autore, e commenda il suo metodo come opportuno per l'invenzione, ma cerca di tacciarlo di falsità, e d'insussistenza, e vorrebbe deprimerlo per far regnare il suo dei centri di gravità. Noi non possiamo che lodare l'uno e l'altro metodo, e venerarne gli autori; ma volendosi dare ad alcuno la

(4) Exerc, tert, in Guld.

do Lib. V.

preferenza, non temeremo di attaccarci a quello del Cavalieri, . sie come più diretto, più spedito e più facile. E' naturale, come dice giustamente lo stesso Cavalieri (a), il cercare prima la dimensione delle figure, e poi il loro centro di gravità; prima si concepisce estesa una figura, che grave. Spesso anche è più difficile il determinare il centro di gravità che la misura la quale, pel suo mezzo dovrebbesi ricercare. Ma diremo nondimeno che il metodo . del Guldino dee pur rispertarsi come una bellissima scoperta in reometria, e che, quantunque il metodo degl' indivisibili abbia avuta più influenza nei progressi della geometria, merita anche quello dei centri di gravità le lodi di tutti i geometri, ed amendue rendono i nomi del Guldino e del Cavalieri immortali nei fasti della geometria. Il Galileo, il Viviani e tutta la scuola galileana accolse con molti applausi il metodo del Cavalieri, che poi difese, illustrò, ed ampliò un suo allievo, Stefano degli Angeli. Il primo a fargli onore colla pratica, e coll'adoperarlo utilmente fu il Torricells, come lo stesso Cavalieri se ne gloriava (b). Con questo metodo sciolse il Torricelli problemi difficilissimi con somma facilità. trovò una nuova quadratura della parabola, un nuovo rapporto della sfera al cilindro, la misura del solido acuto iperbolico, e, ciò che rese più celebre il nome del Torricelli, la dimensione della cicloide. Il Galileo aveva studiato per molti anni la soluzione di tale misura senza potervi riuscire; lo stesso Cavalieri aveva invano impiegate le sue fatiche in quella speculazione; e il solo Torricelli, coll'ajuto del nuovo metodo, giunse con tale facilità ad incontrarla. che, come dice il Cavalieri (c), il problema che sembrava ai geometri di somma difficoltà, riuscì per lui facilissimo. Ma questa bella fatica dell'ingegno geometrico del Torricelli gli tirò addosso una grave accusa di plagio dal geometra Roberval. Tom. IV.

(4) Exerc. tert. the Exerc. per,

161

La Francia avea allora due geometri di ordine superiore, il Cartesio, e il Fermat; Il Roberval, amico di questo, contrario di quello, emulo di amendue, ma inferiore a tutti due, cercava di uguagliarsi con questi, e si considerava troppo superiore a tutti gli altri. Egli infatti inventava metodi, e scioglieva problemi a cui invano si sarebberò accinti altri geometri che Carteio e Fermat. Con quale animo poteva egli dunque sentire che rendesse il pubblico ad altri le lodi di alcune invenzioni che egli credeva gli si dovessero molti anni prima? Egli aveva trovato un metode. simile a quello degl' indivisibili ; e mentre lo teneva gelosamente segreto, vantandosi di potere con esso sciogliere problemi superiori alle forze degli altri geometri privi di questo ajuto, si vide pubblicare dal Cavalieri il metodo degl' indivisibili, e rapirglisi l'onore che si avrebbe potuto acquistare, se avesse voluto comunicare al pubblico le sue invenzioni. Il Frisio (a) sembra voler mettere in dubbio la originalità dell'invenzione del Roberval, riflettendo che questa non comparve alla luce se non due anni dopo la pubblicazione dell'opera del Cavalieri, ed otto o nove dopo che già si conosceva in Italia la geometria degl'indivisibili. Ma chi riflette ai problemi che risolvevano il Roberval e il Fermat verso i tempi della scoperta del Cavalieri, non potrà negare che conosciuto non fosse da loro un qualche metodo simile nel merito, e anche nella forma a quello del Cavalieri, a cui però si dee la doppia lode di originalità nell'invenzione, e di generosità nella pubblicazione della medesima. Non poteva il Roberval contrastare al Cavalieri la gloria dell'invenzione del metodo degl'indivisibili, non avendo egli mai fatto parte del suo ad alcuno (b); ma quando vide rapirsi dal Torricelli quella della dimensione della cicloide, alla quale aveva egli diritto da alcuni anni, non potè tenersi in silenzio, e proruppe in lamenti contro il geometra italiano, quasi che si appropriasse una sua invenzione, e si facesse bello colle sue fa-

(a) Elog. del Cevalieri .

(b) Robert, Epist, ad Torrie,

tiche. Certo il Roberval aveva alcuni anni prima sitrovata la misura della cicloide; e ciò vedesi non tanto nell'opera Dell'Armo. nla universale del Mersenno, pubblicata fino dal 1637, e nella Storia della cicloide del Pascal, non contraddetta in questa parte dal Dati apologista del Torricelli, quanto nelle lettere del Cartesio, dalle quali rilevasi quanto più avanti che alla semplice misura si fosse passato in Francia, nell'esaminare le passioni della cicloide (a); sebbene da qualche altra lettera dello stesso Cartesio (b), e da altri passi di altri scrittori si possa prendere qualche argomento contrario. Ma che il Torricelli avesse il menomo sentore delle dimostrazioni dei francesi; che il Beaugrand ne avesse data parte al Galileo; che il Torricelli avesse ereditate, tutte le carte di questo, e trovata in esse la misura della cicloide, questo non solo è privo di ogni fondamento, ma viene anche smentito da evidenti ragioni contrarie. La scoperta del Roberval restò nascosta nel suo scrigno, o fu soltanto comunicata a qualche amico in lettere familiari . L'Italia , l'Inghilterra , e la Francia stessa erano all'oscuro di tale notizia; lo stesso storico Pascal, appassionatissimo per Roberval, ignorava affatto la sua scoperta, e crede per gran tempo opera del Torricelli la misura della cicloide . Il Cavalieri ancora nell'anno 1647, tre anni dopo la pubblicazione della scoperta del Torricelli e dei lamenti del Roberval , seguita a darne al Torricelli la gloria dell'invenzione (c). Il Wallis molti anni dipoi mette in dubbio che il Roberval sia mai riuscito in detta misura, e ne riconosce per unico autore il Torricelli. Il francese la Loubere gli fece anch' egli lo stesso onore; e generalmente iutta l'Europa letteraria riconosceva per autore di quella scoperta il Torricelli, e niente sapeva della nascosta dimostrazione del Roberval. Le dispute insorte, le speculazioni promosse, le questioni agitate in grazia della cicloide diedero argomento a due storie, ed

(a) V. part. III. ep. Carcavi, LXX. , ep. LXXVI., et al.

(b) Ep. LXIX,

a varj altri scritti intorno a quella curva. Noi lasciando questa disputa, ora non più importante, diremo soltanto col Wallis che ancorchè il Roberval avesse prima scoperta quella geometrica verità, con tutto ciò nos Torricellio plus debemus, qui demonstrationes suas jam palam factas vulgavit, quam qui suas adhuc supprimit Robervallio. Aveva il Roberval ingegno acuto per la geometria, e si sarebbe acquistata maggiore fama, ed avrebbe sofferte meno brighe, se non fosse stato si avaro nel comunicare le proprie invenzioni, ed avesse veduto con occhio quieto dare gli altri alla pubblica luce le loro. Egli si formò un metodo, e compose un trattato degl' indivisibili, simile in qualche modo a quello del Cavalieri, e se ne servi felicemente per risolvere molti problemi. Egli ne inventò un altro per le tangenti, detto Dei movimenti composti, che aveva un lontano principio di somiglianza con quello delle flussioni del Nevvton: Egli trovò la misura della cicloide, su la quale fece poi tanto strepito col Torricelli: e risolvè ingegnosamente molti problemi che riguardano quella curva. Egli inventò certe curve, chiamate dal Torricelli Robervalliane; e conosciute anche oggidì sotto il suo nome, ma che egli volle chiamare quadratici (a), perchè se ne servi opportunamente per quadrare le parabole, e per trovare spazy finiti uguali in grandezza agl'infiniti. Egli diede metodi per trovare i centti di percussione, che erano più giusti di quei del Cartesio, e gli davano qualche superiorità sopra il soggetto della sua gelosìa, al quale in tutto il resto rimaneva troppo inferiore. Il Roberval insomma si fece un gran nome nella storia della geometria, e l'avrebbe lasciato più nobile e puro, se non l'avesse macchiato colle puerili sue contese, e colle ostinate ed inconcludenti sue opposizioni contro le scoperte del Cartesio. Non era il Roberval il solo geometra della Francia. che si facesse sentire in mezzo allo strepito che movevano le grandi scoperte del Cartesio, e del Fermat, La Loubere, Beaugrand . (a) Ep. ad Torrie.

Pascal, Leotaud, ed alcuni altri simili avrebbono potuto bastare all'onore geometrico di una nazione men ricca che non era allora la francese. L'Italia altresì, oltre gli ora lodati Galileo, Cavalieri, e Torricelli, vantava il Castelli celebre idraulico, ma non men valente geometra; vantava Stefano degli Angioli, difensore, illustratore, ed ampliatore del metodo del Cavalieri e delle dottrine del Galileo: vantava il Ricci stimato e lodato dai geometri dentro e fuori dell'Italia, e dallo stesso Torricelli suo maestro; vantava il Borelli illustratore degli antichi geometri (a); e sopra tutti vantava il Viviani, degno in verità di somme lodi per le sottili e giuste risoluzioni di molti problemi geometrici, e per le sode ed eleganti dimostrazioni , ma molto più rinomato ed illustre per le ingegnose e dotte sue Divinazioni della dottrina su i luoghi solidi di Aristeo, e del quinto libro dei conici di Apollonio, nelle quali gareggiò in qualche modo coll'ingegno e col sapere geometrico di quei celebri antichi, e si meritò anche egli dai moderni il glorioso nome di sommo ocometra, che i greci accordavano ad Apollonio; ma niuno di questi italiani e francesi poteva aspirare all'onore di sedere al fianco dei due principi della geometria di quel tempo, Cartesio, e Fermat.

Avea il Cartelio in questa scienza una tale superiorità, che risolveva come per giucoe e trastullo i problemi che mettevano in imbarazzo gli altri geometri. I suoi metodi erano la maravi-glia di quanti erano capaci di conoscerli, e servivano di scorta a hai ed ai suoi seguaci per correre nuove regioni fino altora no vedute, e per innoltrarsi a scoperte non-tentate dagli anteriori geometri. Volo più alto non fece la geometria che quando le vene dal Carterio applicata l'algebra per la teoria e cognitione del le curre. Un'espressione algebraica diviene un quadro vivo e parlante, che in brevi e chiari tratti presenta alla vista le proprieta d'una curva; i problemi più complicata dei involuti si riducono

Carresio .

<sup>(</sup>a) V. Fabroni Vit. Ital. ec. tom: II.

ad una facile e chiara semplicità, speditezza, estensione, e generalità. Nuovi metodi per la risoluzione dei problemi piani, avanzamenti notabili della dottrina degli antichi su i luoghi geometrici; formola generale per le equazioni delle sezioni coniche, qualunque sia la posizione dell'asse al quale si riferiscono; invenzione di nuove curve onorate col suo nome, dette ovali di Cartesio, utili per la teoria della diottrica e catottrica; elevazione al grado di geometriche di altre curve che passavano per meccaniche; metodo generale per determinare le tangenți, fecondo di molte e sublimi teorie, ed applicabile alle più ardue ed importanti questioni; e mille altri nuovi ed utilissimi ritrovati rendono il Cartesio creatore, per così dire, di una nuova geometria, e i suoi tre libri, e gli altri suoi scritti risguardanti queste materie, il più prezioso deposito di algebraiche e geometriche verità. Non vi ha parte della geometria alla quale non abbia recato il Cartesio qualche particolare vantaggio. Gli argomenti stessi, che non erano stati da lui trattati, prendevano tanto lume dai subi principi, che da essi potevano dedursi assai facilmente; ed egli ebbe ragione di dire nella fine della sua geometria, che sperava potersi meritare i ringraziamenti dei posteri non solo per quelle cose che aveva spiegate, ma eziandio per quelle che aveva omesse studiatamente per lasciare loro il piacere di ritrovarle (a). Contemporaneamente al Cartesio, lavorava quasi con uguale profitto per l'avanzamento della geometrìa il Fermat. Quando egli vide per la prima volta la geometria del Cartesio, si fece maraviglia di non trovarvi trattata la questione tanto importante non solo .nella geometria pura, ma nelle matematiche miste dei massimi e dei minimi, quella cioè che determina i punti in cui una grandezza, che varia crescendo e decrescendo, diviene la più grande, o la più piccola che sia possibile; e siccome egli si era affaticato molto, e con molto frutto in questa ricerca, volle pubblicare l'ingegnoso suo metodo, che ad una fa-(4) Geom. 11b, 111,

Fermal .

resourch Laurole

cile semplicità accoppiava somma fecondità, e che si è meritate le maggiori lodi dei posteriori geometri. A questo unì un altro metodo, non meno ingegnoso, per ritrovare le tangenti nelle curve; ed altro eziandìo per la costruzione dei luoghi solidi. Non potè soffrirlo in pace il Cartesio: avvezzo, come egli era, a ricevere adorazioni, e insofferente della più piccola cosa che si opponesse alle sue glorie, si scagliò tosto contro le regole del Fermat, volendole far comparire inutili, ed anche false; ed accese così la guerra fra quei due sommi geometri, che mise anche in armi quasi tutti gli altri. Se vi era geometra in tutta la Francia, capace di entrare in competenza nel merito matematico col Cartesio, questo era indubitatamente il Fermat. Oltre la gloriosa invenzione dei sopra lodati metodi passò egli a trovarne un altro pei centri di gravità, e si applicò altresì alla misura di molte curve assai complicate, riducendola con ingegnose trasformazioni a quella del circolo, e dell'iperbole. Il suo metodo dei massimi e dei minimi potè in qualche modo aprire la via al calcolo differenziale, e viene quasi agguagliato dal Leibnitz, nell'utilità per l'avanzamento delle matematiche, all'applicazione dell'algebra alla geometria del Cartesio (a); anzi riguardo a questa stessa applicazione aveva il Fermat contemporaneamente al Cartesio concepita ingegnosamente l'idea d'esprimere la natura delle curve col mezzo delle equazioni algebraiche, e ne diede ancora qualche saggio (b); il Fermat insomma aveva giusto diritto di voler sedere a fianco del gran Cartesio, e di farsi al pari di lui molti partigiani e seguaci. Il Roberval, e per amicizia col Fermat, e per contrarietà col Cartesio fu uno dei più attaccati alle sode teorle del geometra suo amico, e rimproverò anche il Cartesio, talora non senza ragione, perchè impugnava una teoria che non aveva abbastanza esaminata. Ma nondimeno i partigiani del Cartesio furono molti più, e la sua geometria, e le sue lettere, piene di scoperte e di lumi geômetrici, hanno avuta mag-

(a) Act. Lipt. an. 1693.

(b) lung, Topic. ec. App. ad lung. ec.

giore influenza nei progressi delle scienze che non le dotte opere, e le utili invenzioni del Fermat. Basta vedere, nell'edizione della geometria cartesiana fattà dallo Schooten nel 1695, i famosi nomi dei suoi commentatori ed illustratori, per conoscere i progressi che essa fece in breve tempo fra i buoni ingegni . Il Beaune, lo Schooten, l'Hudde, l'Heuraet, il Wit, già abbastanza chiari ed illustri per le proprie scoperte, si sono pur dedicati a promuovere e propagare quelle del gran Cartesio, e tutti unitamente concorrono con molta lor gloria a magnificare ed accrescere quella del sovrano loro maestro. Ma oltre di questi quanti altri dotti matematici non impiegarono le loro fatiche per rendere più comuni all'universale intelligenza le scoperte geometriche del Cartesio? fra i quali però si distinse con particolare merito di chiarezza e di sodezza il Rabuel. I metodi per le tangenti e per le questioni dei massimi e dei minimi dei due principi della geometria, Cartesio, e Fermat, si resero più facili e più spediti nelle mani dell'Hudde, dello Sluse, e dell' Ugenio. La costruzione dei luoghi geometrici aveva ricevuta dal Cartesio una formola generale, ma che era soggetta a molti imbarazzi: il Craig inventò nuove formole, che facilitarono tal costruzione. E così tutte le parti della geometria, colle opere di quei due maestri e dei dotti loro seguaci, si rischiaravano ognora più, e ricevevano gloriosi ed utili avanzamenti.

Gregorio di San Vincenzo

Mentre questi due francesi si contrastavano il principato nella geometria, il fiammingo Gregorio di San Vincenzo, senza entrare in tali pretensioni, spargeva infinito numero di nuove verità, di profonde viste, di estese ricerche, di principi fecondi, di metodi generali, e con un opera scritta sopra un argomento troppo caduto in discredito, cioè con un opera sopra la quadratura del circolo, arricchi di nuovi lumi la geometria, e meritò che il Leibnitz lo mettesse in compagnà del Cartesio e del Fermar, per formare il triumvirato geometrico, ed anche in qualche modo gliene volesse dare sopra gli altri due il primato. Questo ingegno vasto profondo ed originale s'applicò con indefesso studio per venticinque anni alla ricerca dell' inassequibile quadratura del circolo, e s'inoltrò arditamente in tutte le vie più aspre e intrigate, che sembravano poterlo condurre ad ottenerla. Pensò prima alla spirale: e sebbene non vi trovò il vero mezzo della cercata misura ebbe però qualche compenso nella felice scoperta della concordia e conformità e, com' egli dice, simbalizzazione della spirale colla parabola mostrando che la spirale è una parabola involuta, e la parabola una spirale evoluta. Dalla spirale si rivolse alla quadratrice, e la formò in tante nuove guise, e ne dimostrò tante proprietà, che ci avrebbe dato un buon volume su questa curva, se un incendio accaduto nella presa di Praga, fatta da'Sassoni, non l'avesse consunto. Non vedendo per queste vie la bramata riuscita, s'applicò alle sezioni coniche; e quì fu dove dopo molti giri e raggiri credè finalmente di ritrovarla, e dove ebbe certo la fortunata sorte d'incontrare le più pregievoli scoperte'. Quante conformità e convenienze non iscoprì fra l'iperbola e la parabola, fra questa e la spirale, fra l'unghia cilindrica e la sfera, e fra quasi tutte le figure geometriche? Allora si può dir nata la geometria comparata, che si può risguardare come la chiave delle invenzioni geometriche, e delle più recondite verità. La sola scoperta della bellissima ed interessante proprietà dell'iperbola vicina ad una asintota d'avere gli spazi fra loro compresi , crescenti aritmeticamente , mentre l'ascissa cresce geometricamente, basta a compensarlo abbondantemente delle fatiche impiegate in quelle ricerche. Molte ingegnose e spedite maniere di quadrare la parabola , ed anche l'iperbola, la misura di molti corpi pria non misurati, mille interessanti e curiose scoperte su le progressioni geometriche, ed infinite novità su ogni parte della geometria sono frutti dell'indefesso suo studio per la quadratura del circolo . L'immaginazione riscaldata, e piena di tante scoperte credè di vedervi parimenti

Tcm. IV.

abbaglio, mentre ci fa godere di tanti bei lumi, e di tante utilissime verità, e ci produce una delle più ricche e preziose opere dell' antica, e della moderna geometria? Uno degli ammiratori di Gregorio di san Vincenzo, e il più valente impugnatore della sua quadratura del circolo, il più giusto suo rivale, l'unico degno di succedergli nell'onore geometrico, fu l'olandese Ugenio, il quale nella cartesiana geometria, non meno che nell'antica, s'è meritato un luogo singolarmente distinto. Fin da' giovanili suoi anni le osservazioni su la geometria di Cartesio, l'impugnazione della pretesa quadratura di Gregorio di sara Vincenzo, e le scoperte ingegnose su le approssimazioni del circolo lo fecero tosto riguardare come un maturo geometra . Ma quando egli levossi alla dimensione delle superficie curve delle conoidi, e delle sferoidi, quando diede il suo metodo di ridurre le rettificazioni delle curve alle quadrature, quando determinò la misura della cissoide, e sopra tutto quando entrato ad anatomizzare la logaritmica, ad esaminarne le aree, le tangenti, i solidi, i centri di gravità, e tutte quante le sue passioni, fece sopra ciascuna d'esse molte ed importanti scoperte, e più ancora quando arricchì le matematiche della teoria delle evoluce, che sarà sempre riguardata come una delle più grandi e più feconde scoperte della geometria, e scoprì con essa, che la cicloide forma sviluppandosi una cicloide uguale, posta però in situazione inversa, e giunse colla medesima a rettificare varie curve, a determinar le tangenti e a trovare molte verità nascoste agli altri geometri; allora fu realmente riconosciuto per sommo geometra, venerato da tutti come maestro della geometria, ngualmente che della meccanica e dell'astronomia, proclamato universalmente per uno de'più sublimi genj, che avessero prodotti le matematiche e, ciò che forse è più da stimare, ve-

nerato dal gran Newton sopra tutti gli altri geometri, e distin-

tamente da lui lodato come il più elegante di tutti i moderni, e il più degno imitatore degli antichi [a].

Mentre nel continente d'Europa sì vivamente si lavorava per avanzare la geometria, nell'isola d'Inghilterra a lunghi passi si conduceva alla sua perfezione. Quella sola isola produceva tanti illustri geometri, e dava ogni di alla luce tante sublimi scoperte, che gareggiava, e forse ancor superava essa sola tutto il resto della colta Europa nel procacciare miglioramenti e vantaggi agli studi geometrici. Gran salto le fece fare il Wallis colla sua Aritmetica degl' infiniti, o colla particolare sua applicazione del calcolo al metodo già conosciuto dagl'italiani , e da" francesi degl' indivisibili ed infiniti. Con questa si mise in istato di misurare molte figure , a cui non erano giunti gli altri geometri, e d'assoggettare all'esattezza della geometira mille oggetti , che l'erano fin allora sfuggiti . I problemi su la cicloide . che con tant' enfasi proponeva il Pascal, furono tutti da lui sciolti in brevissimo tempo con molta facilità. Pareva al Cartesio affatto impossibile la rettificazione d'una curva : l'aritmetica del Wallis condusse il Neil a trovarne una : e quindi il Wren, ed il Van Heuraet rettificarono altre curve, e poi l'Ugenio colle sue evolute diede un metodo di rettificarle quasi tutte. Le ingegnose operazioni del Wallis per la quadratura del circolo produssero il metodo delle interpolazioni, che presero il suo nome, e da molti chiamansi Wallisiane, e sono spesso adoperate nella geometria; le medesime altresì fecero nascere la gloriosa scoperta del Brounker della frazione continua, di cui abbiamo sopra parlato, e la sua serie infinita per esprimere l'area dell'iperbole, la prima, che siasi ritrovata, benchè non pubblicata, per quest' oggetto. All' aritmetica degl' infiniti

Wallis .

(a) In vita Newtoni ad extrem-

164

nia del tedesco Mercator istabilito nell' Inghilterra , nella quale quadrava questi eziandio l'iperbole, e quindi ricavava la costruzione de' logaritmi ; alla medesima è anche dovuta l'utile invenzione del così detto binomio newtoniano; alla medesima, in qualche modo, può riferirsi il principio del gran ritrovato del calcolo infinitesimale; e generalmente si potrà dire, che la geometria è debitrice al Wallis non solo delle sue scoperte assai per se stesse utili ed importanti, ma di quelle altresì, che produssero gli altri geometri . Mentre il Wallis , il Neil , il Brounker rendevano nobile , e degna della stima di tutta l'Europa l'inglese geometria, ed il tedesco Mercator colà stabilito contribuiya anch' egli ad accrescere il suo splendore; vi fiorivano altresì il Barow che spiegò , nelle sue Lezioni sì profonde ed utili, cognizioni su la dimensione e su le proprietà delle curve, e diede un metodo per le tangenti che apriva largamente la via per arrivare al calcolo differenziale; e il Gregory, non meno eccellente nella geometrìa che nell'ottica, e degno rivale del gran Newton nell'una e nell'altra, che ritrovò molti teoremi curiosi ed utili per la rettificazione delle curve, e per la trasformazione e quadratura delle figure curvilinee, e ne generalizzò molte altre : che , non contento di dimostrare l'impossibilità della rigorosa quadratura del circolo, si studiò di cercarne la più immediata approssimazione, e l'applicò ingegnosamente all' iperbole, ch' ei non separa mai dal circolo con cui conviene in tante analoghe proprietà, ed inventò una serie infinita per esprimer l'area del circolo; dimostrò d'un modo nuovo la quadratura dell' iper-

bola del M-reator, ed arricchì di nuovi metodi e di nuove verità la geometria. Così poteva gloriarsi l'Inghilterra d'avere un Wallis , un Brounker , un Mercator , un Barow , un Gregory: l'Italia aveva prodotti i Galilei , i Torricelli , i Cavalieri , i Viviani ; le Fiandre , e l'Olanda vantavano un Gre-

Gregory .

gorio di san Vincento, e un Ugenio; la Francia s'insuperbiva d'aver prodotto il Vieta, il Roberval, il Cartesio, il Fermat; e da per tutto vedevansi eccellenti geometri, quando comparve alla luce del mondo il gran Newfon.

Neveton .

Sembrava che la natura avesse voluto dar vari saggi del suo potere prima di far quest'ultimo sforzo, e che avesse cercato di sollevarsi a grandi produzioni per venire finalmente a dar fuori quel portento di sublimità d'ingegno, di forza d'immaginazione, di sodezza di giudizio, quel miracolo della natura, quell' ornamento dell' umanità. Geometra incomparabile, superiore a quanti l'avevano preceduto, senza avere avuto dopo di se chi lo pareggiasse, ha unito in se solo tutti i pregi degli antichi e de' moderni, accoppiando la precisione, l'eleganza, e la severità delle antiche dimostrazioni colla fecondità delle invenzioni di nuovi metodi per iscoprire recondite verità, ed ha spiegati tutti i vari talenti dell'invenzione, della dimostrazione e del calcolo . Ricavò dalla dottrina di Nicomede su la concoide il metodo di costruire le equazioni del terzo e del quarto grado; perfezionò il modo di descrivere la cissoide inventata da Diocle; sciolse, secondo il metodo degli antichi, un problema d' Apollonio, e lo sciolse con una eleganza, che invano cercasi nelle soluzioni che diedero del medesimo problema Cartesio ed altri algebristi; e si mostrò padrone e maestro dell'antica geometrìa, superiore agli stessi antichi nel possesso e nella padronanza della medesima. Gran lodi si meritò l'ingegno del Mercator il quale, assoggettando alle regole del Wallis un' espressione che era stata ribelle a tutti gli sforzi di questo suo inventore, trovò una serie infinita colla quale giunse a quadrare l'iperbole; ma il Newton prima di lui possedeva un metodo che non solo all' iperbole, ma estendevasi a tutte le curve, non che alle geometriche, eziandio alle meccaniche, alle loro quadrature, alle rettificazioni, ai centri di gravità, ai solidi formati per le lo-

ro rivoluzioni ed alle superficie di questi solidi [a]. Che se maravigliosa era la sua sottigliezza nell' immaginare serie infinite . che avessero il doppio merito della convergenza , della chiarezza, e della facilità, non recava minore maraviglia la sua aggiustatezza e sodezza nell'applicarle alle dimensioni delle figure più difficili a ritrovarsi. Il Gregory stesso, che nell'uno, e nell' altro si era singolarmente distinto, ed era perciò da principio alquanto restio ad accordarne al Newton il principato, riconobbe poi tutto il suo merito, e lo confessò nobilmente co' più ampli e sinceri elogi. Ma, per quanto sommo geometra comparisse il Newton coll'invenzione ed applicazione di serie tanto utili ed ingegnose, di metodi sì fecondi e di sì grandi scoperte a tutto dovette cedere alla gloria dell'invenzione del calcolo delle flussioni. Allora non vi fu più seno nascosto e secreto, in tutta la geometria, che non si mostrasse aperto e patente ai sottili suoi sguardi ; non vi fu più problema difficile ed intrigato ch' egli non risolvesse con ispeditissima facilità; nè vi fu difficoltà che lo trattenesse dall' elevarsi alle più sublimi speculazioni. Per innalzare la gran macchina del sistema dell'Universo , che stabili egli nell' immortale opera De' principi mate. matici, abbisognava di pieno possesso di tutti i mezzi della più fina geometria, e gliel' ottenne pienissimo il nuovo suo metodo delle flussioni . Rettificar curve , misurar aree , determinar tangenti, trovare i massimi e i minimi, fissare i punti d'inflessione, maneggiare a suo grado liberamente le figure tutte e le linee di cui servesi la natura, e combinare infinite forze, infinite direzioni, e variazioni infinite di forze e di direzioni, riuscì al Newton facile e piano coll'ajuto di questo metodo ; -e si può dire con verità che il calcolo delle flussioni fece riguare dare il Newton come il dio della geometria, e lo levò sopra gli altri uomini nella cognizione della natura.

<sup>(</sup>a) Anal. per aeg. ec. , c Meth. flux. et Ser. in fin.

Per diversa via e sotto diverso aspetto, come abbiamo detto di sopra [a], incontrò Leibnitz il medesimo metodo del Newton, e si rese ugualmente benemerito degli avanzamenti della geometria : la vasta e fervida sua mente , che dagli aridi calcoli lo trasportava alle teologiche, storiche, legali, e filologiche meditazioni, non gli permetteva di seguire tranquillamente le tracce della natura nelle varie sue figure, nè di formare, come il Newton, piene e compiute opere, nelle quali si vedessero esposte e spiegate le astruse e recondite verità della più sublime geometrla ; bastavagli segnar metodi e fissar regole, e lasciare ad altri l'adoperarle per inoltrarsi a nuove scoperte ; bastavagli , com' ei diceva , d'avere gettati i semi , e godeva poi di vederli crescere nell'altrui mani in piante perfette. Ma se egli non uguagliò il merito del Newton nell'applicazione del nuovo metodo a molte ed utili scoperte, lo superò nella spiegazione e propagazione del medesimo a vantaggio della geometria : le poche regole da lui esposte negli Atti di Lipsia [b], come abbiamo detto di sopra, furono le prime lezioni che riceverono i geometri di quel calcolo. Col suo ingegno e col suo calcolo differenziale s'era messo il Leibniez in istato di superare le più gravi difficoltà, e di risolvere i più intrigati problemi : e infatti, quanti allor se ne proponevano, gli scioglieva tutti colla più agevole speditezza. I due Bernoulli, vedendo la superiorità che nelle ricerche geometriche dava al Leibnitz il suo calcolo differenziale, wollero ad ogni modo acquistarlo, e se ne misero talmente in possesso, che gli poterono recare notabili miglioramenti . L'Hôpital non si tenne contento finche non l'ebbe appreso dal Bernoulli, e comunicatolo a tutti i geometri. Il Leibnitz, i Bernoulli, e l'Hôpital introdussero, e propagarono in varie guise per tutta l'Europa il calcolo infinitesimale, che il Newton col nome di calcolo delle flussioni ave-

179 ...

Hopital .

(a) Cap. III.

(b) 1684 , c 1686.

Vantaggi della nuova geova appena fatto conoscere nell' Inghilterra; e coll'ajuto di que sto calcolo si fece cangiare d'aspetto a tutta la geometria. Tutte le teorie geometriche de' superiori matematici furono allora condotte a maggiore generalità , ed a 'più perfetta esattezza . I problemi, ch' erano stati per l'addietro inaccessibili a'più valenti geometri, si arresero allora alle loro speculazioni. La curva brachistocrona , la catenaria , la velaria , l'elastica , la curva . per così dire . isopiestica . ossia quella che in un piano verticale sarebbe sempre ugualmente premuta in ciascuno de' suoi punti con una forza uguale alla gravità assoluta del corpo che la descrive, ed altre curve, prima invisibili a'più acuti geometri , si lasciarono allora vedere col mezzo di questo calcolo . Il principale vantaggio della moderna sopra l'antica geometria è d'avere tali metodi da poter ritrovare, senza maggiore forza d'ingegno, verità più difficili con maggiore facilità. E' gloria degli antichi l'aver fatte molte scoperte senza l'ajuto de' nostri metodi : lode è de' moderni l'avere inventati sì acconci e possenti metodi per farne altre tanto maggiori. Come mai avrebbe potuto altrimenti Gincomo Bernoulli rettificare e quadrare la spirale logaritmica e la lossodromica, sviluppare tutte le proprie tà della spirale e delle curve che la producono e che sono da essa prodotte, stabilire la profonda sua teoria delle curve che girano intorno a se stesse, e fare tant'altri sforzi di matematico valore? Come avrebbe ardito Giovanni d'immergersi nelle astruse speculazioni degl'isoperimetri, intraprese anche da suo fratello Giacomo, del solido della minore resistenza, delle trajettorie, de' centri d'oscillazione, e di vari altri punti che sì grande apparato addimandano di sublime geometria? Come avrebbe potuto il Varignon trattare le leggi de' movimenti composti e delle forze centrali dirette ed inverse che devono ricavarsi dalle più recondite cognizioni d'una finissima geometria, e trattarle con tanta generalità , che niente alle sue formole sfugge di

quanto è nel distretto delle materie che tratta? Questa in realtà si può dire la vera epoca del glorioso trionfo della geometria . Ugenio , Newton , Leibnitz , i Bernoulli , l' Hôpital , Varignon, Tailor, e qualch' altro lor simile la fecero superare colla maggiore agevolezza tutte le difficoltà che avevano prima atterriti i più valenti geometri. In quell'epoca d'onore della geometria sentivansi da per tutto ritrovati geometrici e geometrici miglioramenti. Menavano gran romore le famose caustiche dello Tschirnausen, corrette dal de la Hire, e grandemente accresciute e perfezionate dai Bernoulli . L'epicicloidi scoperte dal Roemero, ma spiegate e svolte dal de la Hire, occuparono l'attenzione de' matematici e degli artigiani . Il Lagni volle creare una nuova scienza nella sua goniometria, dalla quale ricavava una trigonometria assai più semplice e comoda che la comune, ed avanzò la ciclometria portando l'approssimazione della quadratura del circolo ad una esattezza da far stupire i più valenti calcolatori. Il Tailor, il Maclaurin ed il Simson, animati dallo spirito del Newton, applicarono la finezza e scrupolosità del suo calcolo alle geometriche operazioni, e apportarono alla teoria delle curve maggior chiarezza.

Altri geometri.

Ma il più gran lustro e splendore venne alla geometria dalla scuola di Giovanni Bernoulli, di quell'amico del Leibnita, di quell'emulo del Newton, di quel fratello e rivale di Giacomo Bernoulli, di quel maestro non inferiore ad alcuno, uguale a'più illustri geometri delle antiche e moderne età. Da quella scuola uscirono i principi della geometria, i tre figliuoli Niccolò, Daniele, e Giovanni Bernoulli, l'Erman, il Maupertuis, il Clairaut, ed uno che vale per molti, il grand' Eulero; lo stesso d'Alembert, che non potè ricevere lo spirito del Bernoulli dalla sua bocca, l'acquistò da' suoi scritti; e si professa apertamente suo discepolo, confessando avere tutto imparato dalle sue opere, e di essere a lui interamente de-Tom. IV.

177 Scuola di Gioranni Bernoul-

bitore di quanti progressi ha fatti nella geometria [a]. Ed ecco incominciarsi allora una nuova e più illustre epoca per la geometrìa, agitarsi più sottili investigazioni e far nascere nuovi metodi, levarsi più fine speculazioni ed obbligare a creare nuovi calcoli , rinvigorirsi e ingrandirsi con tali ajuti la geometrìa, e sottomettere alle sue leggi tutte le scienze. L'esame delle oscillazioni d'un pendolo , la teoria della figura della terra , la discussione del problema de' tre corpi condussero il Clairaut a determinare nuove curve, ed a scoprire molte nuove geometriche verità. L'idrodinamica di Da-

Clairer

niele Bernoulli, l'ingegnosa sua dimostrazione del principio della composizione delle forze ed altre simili sue opere s'internano in sottilissime speculazioni che richiedono maggior forza di calcolo geometrico di quanto allor conoscevasi e ci presentano infatti quà e là nuovi metodi ed osservazioni importanti su' metodi già conosciuti , onde raffinare vie più il calcolo e penetrare più addentro ne' misteri della geometria. Il problema delle corde sonore, benchè in apparenza non tanto grave, ancora dopo il Tallor ed altri geometri del principio di questo secolo , ha occupati a'nostri di Duniele Bernoulli , l'Eulero , il d'Alembert , il la Grange, e più profondi matematici dell' Europa, ed ha fatto nascere importantissimi ritrovati in algebra, e in geometria, Debbono al d'Alembert nuovi lumi la rettificazione delle sezioni coniche, la quadratura delle curve superiori, la quadratura delle superficie de' coni obliqui e mille altri punti di sublime geometrìa. Le profonde sue ricerche meccaniche ed idrostatiche su le leggi dell'equilibrio e del moto de'corpi, su le cagioni de'venti, su la precessione degli equinozi, su la pressione e su l'equilibrio de' fluidi, su la vibrazione delle corde sonore e su tant' altri difficili punti, l'hanno condotto a guardare sotto un nuovo aspetto le figure geometriche, ed a regolare in nuova maniera i calcoli geometrici, e gli hanno fatto inventar nuovi me-

(a) Eloge de Monsieur Jean Bernoulli .

todi per rintracciare ogni sorta di geometriche e fisiche verità. Ma chi più di tutti ha promossa l'analisi, ed amplati i confini della geometria, è stato senza contrasto l'Eulero. Non si può studiare parte alcuna di questa scienza, dove non si vegga primeggiare l'Eulero come inventore di nuove teorie e come promotore di quelle degli altri . Il Fagnani , con singolare accortezza d'ingegno, determinò gli archi d'ellisse o d'iperbole la cui differenza è uguale ad una quantità algebraica: l'Eulero ha poi grandemente arricchito questo nuovo ramo di geometriche cognizioni . Giovanni Bernoulli , il Maupertuis e il Nicole avevano proposti metodi per trovare curve rettificabili su le superficie della sfera: l'Eulero diede a questo problema maggior estensione, e vi aggiunse anche metodi per le superficie curve , le cui parti , corrispondenti alle parti d'un dato piano , sono uguali fra loro . Il calcolo delle differenze finite , indicato appena dal Tailor e dal Nicole, e quello delle differenze parziali , inventato dal d'Alembert debbono all' Eulero la loro perfezione, e la vantaggiosissima applicazione che se n'è poi fatta a' più sottili punti della geometria . Egli inventò il calcolo de' seni e de' coseni, col quale s'agevola la soluzione de' problemi che, senza tale ajuto, si dovevano abbandonare. Egli ritrovò un metodo ingegnosissimo per risolvere il problema degl' isoperimetri nella maggiore sua estensione, a cui non erano giunti neppure i Bernoulli : e se il la Grange seppe ancor dargli un grado di perfezione che gli mancava, egli tosto lo ricevè, e presentollo nel migliore suo lume . Egli è stato il primo che abbia sviluppata la teoria generale delle superficie curve, e quella altresì de' raggi osculatori di tali superficie. Egli ha fatte utilissime ricerche su le trajettorie reciproche, sul solido della minore resistenza, su la curva della più veloce discesa, e su tutti gli altri punti della geometria. Laonde con ragione può dirsi che dee all' Eulero questa scienza il notabile ingrandimento in

18¢ Enlero cui or vedesi in tante sue parti, e, ciò che dee esserle ancor più prezioso, il vedersi regnare su tutte le altre matematiche discipline, soggette tutte all' irresistibile suo calcolo.

Tutta la geometria erasi assoggettata al nuovo calcolo; ma la teorla delle linee curve, che aveva più bisogno di possenti ajuti , invitava particolarmente i geometri ad applicarvi i suoi lumi. Gli antichi ne esaminarono alcune, e malgrado la scarsezza de'loro mezzi, vi fecero maravigliosi progressi. Cartesio, coll' applicazione dell' analisi algebraica , s'inoltrò molto più avanti , e mise i geometri sulla via per penetrare nelle più arcane proprietà di tali linee . Il Newton fu il primo che sottomise al suo calcolo la generale considerazione di tutte le curve, anche degli ordini superiori, e fece l'enumerazione di quelle del terzo grado, contandone fino a 72, che poi anche vennero da altri condotte a molto maggior numero, e ne presentò le particolari proprietà, e le forme che le distinguono. Ma quell'ingegno sovrano , colla superiore sua perspicacità , mostrò d'un tratto i generali principi, e diede come in abbozzo la dottrina di tali curve . Fortunatamente lo Sterling si prese a cuore di rischiarare, ed ampliare quella dottrina, e ci fece vedere con maggior chiarezza e distinzione le curve annoverate dal Newton, e ne aggiunse alcune altre. Lo stesso oggetto prese di mira Patricio Murdoch , e pubblicò una dotta opera per ispiegare la genesi delle curve, proposta dal Newton; ed il Maclaurin, sulle orme del medesimo, trattò delle principali proprietà delle curve colla solita sua chiarezza, eleganza e precisione. Nè furono i soli Inglesi che si dessero a tali speculazioni, ma i Francesi eziandio impiegarono le dotte loro fatiche sulla teoria delle curve, e l'accademia delle scienze di Parigi si sentiva spesso risonare col nome di tali linee , e vedonsene ne' suoi atti importanti memorie del Nicole [ Ann. 1729. 1731. ] e del Gua, il quale per altro nell'opera, che su queste diede alla luce.

mostra particolarmente volersi attenere all'analisi Cartesiana [ Usa. ge de l'anal. de Descartes ]. Venne finalmente l'Eulero, e nella sua Introduzione all' analisi degl' infiniti trattò, al suo solito, tutta la teoria di tali curve, e poi nelle memorie delle Accademie di Berlino, e di Pietroburgo vi pose l'ultima mano con una generalità e maestria che pareva niente lasciasse da desiderare in quelle materie. Vi lavorarono anche poi il Se-Jour, ed il Cramer, ed alcuni altri, che recarono sempre più a tali curve maggiore ampiezza, e rischiaramento. Oltre le linee si presero altresì in considerazione le superficie curve : e l'Eulero tratto questa, come tutte le altre materie, aprendo anche in essa nuove strade da trascorrersi con profitto de' geometri . E infatti le hanno trascorse gloriosamente il Tinseau , ed il Monge [ Mem. pres. a l' Acad. tom. X. ], e questi principalmente vi è ritornato più volte sullo stesso argomento, ed ha date le più esatte generali nozioni di tali superficie. Su queste si possono formare le linee che si chiamano curve di doppia curvatura, non affatto sconosciute agli antichi, ma non di più considerate da alcuno fino al secolo XVIII. Il giovine Clairaut fu il primo a trattarle con profondità, e nel 1730, diede alla luce le sue Ricerche su tali curve, e con esse il principio alla sua celebrità geometrica. Anche in queste pose la dilicata. ed industre sua mano l'Eulero; ma poi il Monge ne ha spiegate più pienamente le proprietà, e n'è diventato il vero maestro; ed anche clopo di lui vi ha lavorato con profitto il Lacroix .

Questo studio , ed amore dell'analisi algebraica , e del moderno calcolo , non ha fatto abbandonare interamente l'antico gusto della rigorosa geometrà. Gli stessi Monge , e Locroix ne haano dato un pregievole saggio . In questo genne ha formato il Monge una scienza nuova colla sua geometria descrittica . Dico scienza nuova , perché , sebbene alcuni matemati-

Conservazione del gusto dell' antica geometria.

Geometela descrittiva del ci prima di lui avessero esaminate alcune curve risultanti dalla mutua penetrazione di superficie differenti, ed avessero in qualche modo gettati i fondamenti di quella geometria ciò non era stato, che leggermente, e come per caso; al solo Monge si dee la gloria di averla trattata profondamente, e ridotta a vera scienza. Egli spiega gli oggetti della geometrìa descrittiva , presenta le convenienti questioni , e ne dà le soluzioni ; propone , e risolve problemi curiosi, e difficili, inventa teoremi nuovi, ed importanti a dà una giusta teoria della geometria descrittiva e ne forma un nuovo ramo di scienza geometrica. Il viaggio che dovè fare in Egitto, e le varie incombenze, che in appresso ricevè dal governo, non gli permisero di fare le dovute applicazioni della sua dottrina alla pratica della prospettiva lineare , e d'altre arti, e dare alla sua opera tutta la desiderata estensione; ma nondimeno i suoi elementi di tale geometria formano un'opera preziosa, che unisce al pregio della novità il merito anche maggiore dell' utilità. Mentre il Monge insegnava questa geometria nelle scuole normali, il Lacroix, nel suo gabinetto, si occupava nelle medesime ricerche, e quando poi fu aggiunto al Monge nell'istruzione di quelle scuole, diede alla luce le sue speculazioni, ed il Comptemento degli elementi di geometria, nel quale ha egli appianate le difficoltà della geometrìa descrittiva, ed ha tutto spiegato con tanta chiarezza, e con si evidenti dimostrazioni, che sembra aver data l'ultima mano a questa scienza. Ancorchè possa essa veramente dirsi una prova di qualche gusto ne' Francesi dell' antica geometria , bisogna però confessare che questa non ha ottenuto dalla Francia quell' onore. e quella coltura, che ha ricevuto dalle altre nazioni . L'Inghilterra, che sì giustamente stimava e seguiva il nuovo calcolo inventato dal suo Newton, non per questo dimenticava l'antica geometria. Il Gregory, e l'Allejo ci hanno date bellissime edizioni d' Euclide, e di Apollonio . Gli elementi di geometria

Lacroix .

Ing'esi dastra

d'Euclide del Keil, sono stati il libro classico delle scuole marematiche d' Inghilterra, finchè sono ad essi succeduti non altri nuovi elementi de' moderni geometri, ma gli stessi di Euclide, esposti dal sublime geometra Roberto Simson, al quale dobbiamo in oltre la dottissima restituzione de' porismi del medesis mo Euclide sol conosciuti per quel poco che ne scrisse Pappo, e di alcuni libri del soprallodaro Apollonio. Lo studio di Apollonio sembra che andasse molto a genio agl' Inglesi geometri , dappoiche oltre gli ora nominati Allejo , e Simson , anche posteriormente l'Horsley ha formato sul gusto d' Apollonio un libro delle inclinazioni , come può credersi che lo stesso Apollonio le avesse trattate; ed altro inglese Lowson ha fatto altrettanto col libro del medesimo de tactionibus . Sullo stesso stile degli antichi ha composto l' Hulton i suoi elementi delle sezioni coniche; al medesimo ha ridotto lo Stevvard la teoria delle forze centrali , e le materie più astruse della moderna geometria; ciò che in gran parte aveva anche fatto il Maclaurin; e generalmente i matematici inglesi hanno conservato un savio attaccamento all' antica geometria.

matici Italiani. Mentre s'introduceva già nell'Italia la medesima funcianalisi, e il Riccotti, e il Fagnani vi facevano lodevoli avanzamenti, il Camaldolese Guido Grandi, che pure la conosco-cava e ne scrisse alcune opere, seguirba camminare sull'antica via, e per cesa ritovo nouve curve, e enlle già conosciure motre nuo ve, e catiose proprietà [a]. Il Poleni, il Perelli, i Zanosti non si discostarono dagli antichi, e fecero progressi sulle loro tracce. Ma sopra tutti il celebre Dascovich, geometra non inferiore ad alcuno, ma non tanto propenso per gli analitici calcoli, volle sottenere la quasi abbandonata sintesi, e assoggettò al fe sue leggi que' problemi medesimi , che ad essa si credevano

Non si sono mostrati meno addetti alla medesima i mate-

eometria Ita-

187 sido Graudi.

188

<sup>(</sup>a) Flores geometrici en Rhodoncaram, es Cleriarum curvatum descripcione ec.

d'avere giovato alla geometrla con alcune particolari scoperte sulle sezioni coniche, e sulla sferica trigonometria, volle onorarla col dimostrare, pel solo mezzo delle sue linee, e figure, quelle profonde e recondite verità che solo parevano capaci di dimostrazioni coll'ajuto de' calcoli analitici , ed applicando felicemente alla fisica, all'ottica, all'astronomia le sue scientifiche soluzioni, sparse gran lume su quelle scienze, e in tutte fece risplendere, come dice il de la Lande [a], l'ingegno più raro per la geometrìa. Opera classica ed applaudita non meno dagli studiosi giovani che da' più provetti geometri ha data il Cagnoli nella sua Trigonometria piana, e sferica. Nuove formole, quanto semplici e chiare, altrettanto spedite, e giuste, nuovi metodi sicuri e facili , applicazione comoda ed utile non solo all' astronomia , ma alla geodesia altresì ed alla geografia , facilità e chiarezza, agevolezza e sicurtà rendono la trigonometria del Cagnoli un'opera, che in materia tanto battuta e ribattuta ha avuto la bella sorte di unire la novità coll'utilità. Eccellente geometra si è fatto conoscere anche il Mascheroni il quale, nelle nuove ricerche sull'equilibrio delle volte . molti bei lumi sparse di meccanica e di geometria, come del più sublime calcolo nelle adnotationes ad calculum integralem Euleri. E poi nella geometria del compasso ha riscossi gli applausi di tutti i geometri, sì per la teorica, che per la pratica. Ouesto

amore dell'antica geometria si è anche mostrato nello studio d'illustrare le opere degli antichi geometri . Il Torelli , che avea composte varie opere su quello stile a lavorò molti anni sulle opere di Archimede, e ne preparò una dottissima edizione, che si è poi veduta alla luce colla magnifica stampa di Oxford . Il Giannini, seguendo le orme del Viviani e del Borrelli, ap-

(a) Notice et. Journ, encycl. Mai 1787.

plicò parimenti le sue fatiche ad illustrare la dottrina di Apollonio, e ne ha riportato molt'onore. Dello stesso Apollonio ha data recentemente nel 1796. il Tedesco Camerer una nuova restituzione del libro de tactionibus, ed ha altresi pubblicati poscia alcuni frammenti di Pappo; e così, in varie guise e da molte parti, si procura tenere in credito anche presentemente l'antica geometria.

Ma bisogna pur confessare che non ha potuto questa ottenere molti seguaci, e che può dirsi rimasta padrona del campo matematico l'analisi algebraica. La Grange, la Place, Delambre, Pronu, Oriani, Paoli, gli stessi soprannominati Monge, e Lacroix, e tutti quei geometri, meccanici, e astronomi , che regnano presentemente nelle matematiche , hanno abbracciato l'esempio de' Bernoulli, del d'Alembert, dell' Eulero, ed amano più di seguire le feconde teorie dell'analisi che le sicure sì ma difficili e lunghe sposizioni della sintesi. Ma gli studi intensi che or fannosi per l'avanzamento del calcolo analitico, i nuovi metodi che ricercansi pel miglioramento delle sue operazioni, tutto ha per oggetto la facilità delle risoluzioni de' problemi geometrici , la sicurezza del maneggio delle curve, la perfezione della geometria; la meccanica, l'astronomia e tutte le scienze che vogliono qualch' esattezza, si assoggettano al calcolo; ma per entrare col suo mezzo nell' asìlo della geometria; e vedesi la geometria dominare regina ed arbitra in tutte le scienze. Ciò non pertanto vorrebbono alcuni che, in tanto ardore di calcolo e d'algebra, entrasse più studio di pura geometria, e che, mentre il calcolo apre le vie e facilita le scoperte, si prendesse la geometria a dare evidenza e forza di convinzione alle esatte dimostrazioni . Il bizzarro sì, ma spesso anche giudizioso e sempre ingegnoso Castel teme che l'impegno, che tutti ora prendono pel calcolo, non sia in pregiudizio della stessa geometria, al cui vantaggio dovrebbe servire, e che, come le truppe ausiliarie nelle armate romane mentre non furono che ausiliarie e un terzo al più delle legioni romane, giovarono all' ingrandimento della possanza romana e alla conquista dell'universo, ma quando empirono le armate e furono più che le legioni romane, le condussero al precipizio e le annientarono affatto, così il calcolo che, riguardato come un ajuto della geometria, è stato di sommo vantaggio pe' suoi avanzamenti, preso come il principale farà la rovina della geometria, ingombrerà la mente di segni e caratteri algebraici che niente rappresentano all' immaginazione, e la priverà della chiarezza, bellezza e forza della luce geometrica. E perciò vorrebbe egli, che si combinassero ed unissero insieme, e si facessero marciare del pari geometria e calcolo, come truppe legionarie ed ausiliarie; che servisse il calcolo per aprire le strade e per far prede, ma che restasse per la geometria lo splendore della vittoria; che s'adoperasse il calcolo per abbozzare le idee e tener dietro al secondario, ma che il merito della scoperta, il corpo della dottrina fosse tutto opera della geometria [a]. Noi conformandoci co' desideri di quello zelante geometra per una perfetta ed intima unione del calcolo e della geometria, e lasciando a' geometri l' assegnare all' uno ed all' altra quelle parti, che saranno loro più convenienti, passeremo a seguire il corso delle altre parti delle matematiche miste, e comincieremo dalla meccanica.

## CAPITOLO V.

## Della Meccanica.

Se gli antichi inventori degli stromenti , e delle arti mecca-

(a) Pref. all' Opera dello Stone del Cale. int.

condotti a tali invenzioni, e gli avessero sposti alla comune istruzione, si sarebbe forse in breve tempo formata una scienza assai perfetta della meccanica. Quante cognizioni e quante teorie non richiedono la formazione e il maneggio d'ogni stromento meccanico e le più piccole operazioni di ciascun' arte? Ma quegl'inventori, talor per un intimo senso e un movimento diretto del proprio genio o per una confusa e non bene sviluppata ragione, talora forse per caso, s'avvennero in que' ritrovati, come or anche vediamo accadere comunemente a' nostri artefici in simili invenzioni, non vi furono condotti da fondati principi da idee generali e riflesse da studiate teorie: e qualunque poi fossero le loro cognizioni su tali materie , non sono state da essi sposte e comunicate agli altri , nè hanno potuto servire a formare un corpo di dottrina, e stabilire una scienza della meccanica. Questa riconosce, come tutte le altre, il suo principio da' Greci, e può contare da essi non piccioli avanzamenti. Archita, quel famoso meccanico dell'antichità, il quale fece macchine sì portentose che sono state celebrate da tutti i posteri, fu il primo geometra che, secondo il testimonio di Laergio [a] , trattasse la meccanica non di mera pratica , ma co' principi meccanici matematici; e il primo che conducesse o regolasse il moto istrumentale o meccanico con figure geometriche; il primo in somma che in qualche modo potesse dirsi meccanico, quale noi ora nel presente trattato lo richiediamo. Benché in tutti que' tempi io non abbia saputo trovare notizia d'altro geometra, che scrivesse su la meccanica, pur è d'uopo che ne sieno stati parecchi, e che le speculazioni meccaniche occupassero lo studio di molti matematici. Imperciocchè già, al tempo d'Aristotele, si annovera la

Greci meccani-

- 2

(a) In Archita dice realmente Tale principi meccanici debbano essere matemaurganistic epglis, ma pare chiaro, che questi tici . meccanica fra le parti delle matematiche, che si fondano nella geometria [a]; ed egli stesso più precisamente determina a qual parte della geometria s'aspettì; e la ristringe a quella che tratta de' solidi, ossia la stercometria [6]. Ma nondimeno sembra the non si fossero molto avanzate le cognizioni degli antichi in questa parte, mentre vediamo, che i problemi d'Aristotte e, unico monumento degli scrittori di quell'età donde noi possiamo raccogliere qualche indizio della loro perizia teorica nella meccanica, riportano si insussistenti ed assurdi ragionamenti, i quali ci fanno credere che non si fossero ancora svelati al suo tempo nepure i primi principi di quella scienza. Laonde non v'era motivo perchè il Vossio si facesse maraviglia di non vedere citata l'opera d'Aristotele da Archimede, nè dagli altri meccanici posteriori [c].

Archimede.

Quindi, senza diminuire ingiustamente la gloria degli antichi matematici, potremo noi riconoscere come il primo mastro ed il creatore della meccanica il grand' Archimede, al quale dobbiamo i veri principi della statica, ed anche dell' idrostatica. E infatti Pappo, dopo averci descritta la moltiplice diversità di macchine e di meccanici dell' antichità, dice che solo Archimede, colla forza del superiore suo ingegno, e colla varietà delle cognizioni, era giunto a comprendere di tutte
le macchine e delle operazioni meccaniche, delle loro forze, e

de'loro effetti le ragioni, e le cause celebri sono nella stotia [d]. Celebri sono nella storia le molte e portentose sue macchine, colle quali non solo promosse ed accrebbe le arri meccaniche, ma port far fronte e porte argine, uomo solo ed inerme, all'irresistibile poetre delle armate romae. Infinite sono
le invenzioni che gli antichi riconoscevano d'Archimede; e Pap-

(a) Anal. prior. 1. (b) Ivi - (a) De Sciente Math. esp. XI.VIII.

po [a], rammentandoci quella di muovere con una data potenza un dato peso, qualunque sia, onde potè dire: datemi un sito ove posare, e moverò tutto il globo terracqueo; la chiama la quadragesima invenzione meccanica d' Archimede . Pur fra queste invenzioni non sono le macchine quelle che fanno la vera sua gloria. Il maggiore suo merito presso i matematici è l'avere col suo divino ingegno scoperti e fissati i principi e i fondamenti di quella scienza. Egli dimostrò il gran principio fondamentale che due pesi in equilibrio nelle braccia d'una bilancia sono reciprocamente proporzionali alle loro distanze dal punto d'appoggio; egli sodamente fondò la statica su l'ingegnosa idea del centro di gravità; cercò questo centro in differenti figure, e ne fece utilissime applicazioni; egli în somma creò la meccanica. Le molte ed utili macchine, da lui inventate ed eseguite, gli guadagnarono le lodi e la venerazione del suo secolo; ma le dotte opere, le sode verità ed i giusti principi, da lui ritrovati e spiegati, hanno assai più giovato all' immortalità del suo nome, ed alla istruzione della posterità. Così a ragione possiamo noi riconoscere Archimede pel vero padre della meccanica. Oltre Archimede cita Vitruvio [b] un Diade, un Ninfodoro, un Difilo, un Carida, e parecchi altri greci scrittori che trattarono quella scienza, e [c] ci descrive alcune macchine ed alcune invenzioni di Czesifonte, di Czesibio e d'altri greci, che fanno vedere le vaste e moltiplici cognizioni, e l'ingegno attivo ed inventore di quella dotta nazione . Di Ctesibio particolarmente commenda anche i libri [d]: e questi viene parimenti lodato da Ateneo, e da Filone, e da altri antichi, ed era eziandio molto stimato per essere stato maestro del gran meccanico Erone. Restano ancora a monumento del loro sapere alcuni scritti d'Ateneo coetaneo d'Archimede, di

T95 Altri greci .

<sup>(</sup>a) Coll. Math. VIII. Probl. VI. Prop. X. (c) Lib. IX. X. (b) Lib. VII. Praef. et al. (d) Lib. E.

altro, ne' quali molte invenzioni si riportano di questi stessi e di varì altri greci meccanici, e ci si dà qualche idea dello stu-

dio e profitto ch' erasi fatto nella Grecia in questa, come in tutte l'altre matematiche discipline. Ma niente ci fa meglio concepire lo stato delle meccaniche cognizioni presso i matematici greci che l'ottavo libro delle collezioni di Pappo. Colà vedesi come non solo avevano questi conosciuta e studiata profondamente la meccanica chirurgica o manuale, e questa in infinite sue spezie, ma che s'erano anche internati nella razionale, e che di tutte le operazioni della manuale avevano ricercate le matematiche dimostrazioni . Archimede è giustamente riguardato da Pappo come il dio della meccanica, ch' ei solo abbracciava tutti i rami di quella scienza. Erone scrisse della leva, del cuneo, e dell'altre tre potenze o facoltà alle quali si riducono tutte le macchine, anche de' nostri dì, e descrisse in particolare varie macchine non conosciute che procacciavano comodo e facilità pel movimento de' pesi . Il medesimo Erone , e Filone dimostrarono la ragione, onde tutte queste cinque potenze, benchè di figura molto diversa, si riducano ad una sola natura; ed Erone particolarmente non solo spiego dottamente la sopraccitata quarantesima invenzione d' Archimede, e mostrò chiaramente la costruzione di quel problema, ma spose molti problemi utilissimi, e convenienti agli usi ed ai comodi dell' umana società. Lo stesso Pappo contribuì grandemente ai progressi della meccanica, e può dirsi con verità che a lui più che ad alcun altro greco, dopo Archimede, si debbano gli avanzamenti di quella scienza. Perciocchè, prendendo egli a discutere tutta la parte geometrica della meccanica, non solamente ridusse a maggior forza ed a ragioni più esatte i teoremi co-

nosciuti e spiegati già dagli antichi, ma egli stesso ne rittovo.

alcuni di moltissima utilità; e cominciando dal centro di gravirà donde tutte le parti della meccanica dipendono, non si ferma nelle cose già note, ma ne propone altre più profonde e recondite, mostra l'uso che si può fare del centro di gravità, per la dimensione delle figure, dottrina tanto importante per la meccanica e per la geometria, ed insegna la gran verità, che di sopra abbiam detto, che le figure prodotte per circonvoluzione d'una linea o d'una superficie sono fra loro in ragione composta delle figure generatrici, e delle circonferenze descritte pe' loro centri di gravità. E discendendo anche alla pratica, molte verità insegna teoriche, e pratiche sue, e d'altri, massimamente di Erone per l'uso delle diverse parti dell' arte meccanica.

Questa può dirsi tutta la meccanica degli antichi : alle teorie di Archimede e di Pappo sono ridotte le loro scientifiche cognizioni. Se i Romani riportarono lode per l'invenzione, pel maneggio e per la descrizione d'alcune macchine; se alcuni Greci e Latini de' tempi posteriori si sono distinti per qualche meccanico ritrovato , tutto ciò dee attribuirsi ad una pratica artifiziosa ed illuminata, e ad un ingegnoso istinto; non basta però ad accrescere le teoriche cognizioni, nè ad avanzare la scienza meccanica . Vieruvio e fra gli scrittori latini chi più merita lo studio de' meccanici : egli ci parla dottamente delle scoperte de' Greci, e cita molti scrittori greci, e pochi latini, che altronde poco o niente sarebbero conosciuti; ci descrive macchine greche e romane, ed acconciamente ne mostra l'uso, e meglio di tutti presenta la meccanica pratica a vantaggio dell'architettura e delle altre arti . Frontino , oltre gli stratagemmi militari, per noi periti, ha insegnata la dottrina pratica degli acquedotti; e sì il Frontino, che il Vitruvio si sono meritate le illustrazioni del Poleni , e lo studio degli eruditi architetti . Vegezio è il maestro dell'arte della guerra, e per co-

Romani .

18

Greci latini po

sì dire della meccanica militare de' romani . I greci Eliano , Arriano, Urtricio, Mauricio Imperatore, Antemio, ed altri hanno date descrizioni di varie macchine guerresche, architettoniche, ed altre; ma tutti stanno sulla sola pratica, non avanzano le teorie della scienza meccanica, e noi pertanto li lascieremo stare da parte . Ne più parleremo di Boezio , di Gerberto, di Alberto Magno, di Ruggiero Bacone, e di alcuni altri de' bassi tempi, conosciuti per l'invenzione o per la descrizione di qualche macchina; come nè di Giordano Nemorario, e del Regiomontano, che pur qualche cosa de' pesi scrissero geometricamente, nè di veruno altro scrittore di quell' età. Per vedere la meccanica trattata come scienza esatta, el illustrata con nuove teorie bisogna discendere al secolo decimo sesto . L'ardore che allor prendevasi pe' greci autori faceva che si leggessero e comentassero non solo le questioni meccaniche d'Aristotele a que' tempi molto stimate, ma eziandio le opere di Archimede e di Pappo, che sono i veri maestri, e si studiassero pertanto le loro speculazioni geometriche e meccaniche. Ingegnose sono le spiegazioni geometriche, che dà Pie tro Nugnez sul moto delle navi co' remi, e su altri punti meccanici. Più d'appresso toccò la meccanica il Tartaglia il quale, benchè non giunse a ritrovare la giusta dottrina su' progettili, può nondimeno chiamarsi il primo autore che insegnasse qualche verità della balistica. Più addentro penetrò in quella scienza il dotto comentatore degli antichi il Comandino, che lasciò un libro di centrobarica, e cercò il centro di gravità ne solidi, non cercato da Archimede, benchè non seppe trovarlo in molti; nel che si meritò a quello stesso tempo molto maggior lode d'ingegno e di sapere Luca Valerio. Ma il primo, che potesse in qualche modo guadagnarsi il nome di meccanico, altri non fu che il marchese Guid Ubaldo, il quale non solo sparse alcuni bei lumi su questa materia ne' comenti dell'

Guid Ubalde

opera degli equiponderanti d'Archimede, ma ne' propji suoi libri, imbevuto com'egli era della dottrina d'Archimede e di Pappo, cominciò a colipire nelle vere rasjoni de' fenomeni meccanici, ed a mostrani meccanici. Allor si può dire che incominciò a risorgere quella scienza. Allora il dotto matematico Stevin non solo rendè più semplice la dimostrazione d'Archimede dell' equilibrio nella leva, non solo verificò la dottrina degli antichi, e ne corresse gli errori, ma l'ampilò eziandio con molte sue scoperte, e l'arricchì di molte nuove ed utili verità [o]. Allora finalmente comparve il gran Galileo, ù vero lume della meccanica, e l'illustrò con tanti importantissimi ritrovati, che potè con rasjone chiamarla una nuova scienza.

Stevie .

Il Galileo ci fece conoscere il moto in tutti i suoi aspetti, moto equabile, moto accelerato, moto projettorio, moto oscillatorio , moto de' gravi per linea perpendicolare , moto de' medesimi per piani inclinati a moto per l'aria a e moto per altri mezzi diversamente resistenti , il moto insomma in tutte le sue diverse circostanze e nelle differenti sue combinazioni , e creò " in questo modo una scienza ch'era in realtà intieramente nuova. Non si è veduta nelle scienze una serie si piena e continuata di sottili ed utili scoperte, come quella che presentò il Galileo nella dottrina del moto. Questo fu il primo avanzamento scientifico che cominciò a dare a'moderni qualche superiorità su gli antichi. Il moto equabile, quantunque facile e piano, non era ancora ben conosciuto, finchè non lo spiegò il Galileo, e lo mostrò nel vero suo aspetto. Il moto accelerato gli fu più fecondo di belle scoperte; e in una materia, in cui non si proferivano che errori , seppe insegnarci moltissime

verità. Fu un suo trionfo il dimostrare che la forza di gravi-

alilco .

Tom. IV.

(a) Hypomnemata Mathem.

tà è uguale ne' corpi di non ugual peso, e che la velocità d'un corpo grave non è proporzionale al peso di detto corpo . Sono venerate da tutti i meccanici le sue leggi dell'accelerazione de'gravi; che non dagli spazi percorsi, ma da'tempi debba prendersi l'accrescimento della velocità; che il mobile percorra lo spazio con moto accelerato nel tempo che un altro lo passerebbe con moto equabile di suddupla velocità; che gli spazi percorsi crescano per numeri dispari, e sieno come i quadrati de' tempi ; e così delle altre. La resistenza de' mezzi gli diede campo ad altre scoperte, e seppe assegnare le proporzioni delle velocità ne' mobili simili o dissimili nello stesso, o in diversi mezzi , e fissare alcune leggi della resistenza di tali mezzi. Moltissime sono le verità , non meno utili che curiose , che scoprì l'acuto suo ingegno nella discesa pe' piani inclinati . Egli trovò che la velocità del corpo grave, o l'impeto di discendere, è in ragione diretta delle altezze o inclinazioni , e inversa delle lungliezze de' detti piani; e ne didusse alcuni ingegnosissimi e sodissimi paradossi tirando in un circolo dall'apice del diametro quante corde si voglia a qualunque punto della circonferenza, e tirando all'opposto dalla circonferenza alla linea orizontale diversi piani, che tocchino questa linea o prima, o dopo, o all'arrivare al diametro; e fece quella grande scoperta, che, quantunque non ancora perfetta, è stata forse il più bel volo geometrico che possa vantare la meccanica, che non è la linea diritta, benchè la linea più breve, quella della più breve discesa, ed aprì la via al ritrovamento della brachistocrona, che occupò tanto i Bernoulli e i più profondi geometri . Nuovi meriti procacciò al Galileo il moto projettorio, fin allora non ben conosciuto; ed a lui deela balistica l'entrare nella classe di scienza esatta. Egli determinò ad una parabola la linea percorsa dal corpo projetto; segnò quale sia l'impeto di questo ad ogni qualunque punto di tale parabola, e mostrò mille altre utilissime verità. La dottrina del

Galileo è stata la guida de' matematici posteriori . che hanno illustrata la balistica, e gli scritti del Blondello, del Belidor, de' Bernoulli, del Maupertuis, dell' Eulero e d'altri grand' uomini possono riputarsi frutti non meno che confermazione delle scoperte del Galileo. Nè minore gloria si acquistò il Galileo colla sua dottrina sul moto de' pendoli. La dimostrazione d'essere le lunghezze de' pendoli in proporzione duplicata de' tempi delle vibrazioni, e l'applicazione di essa per misurare le altezze degli edifizi fu la prima sua scoperta meccanica, che mostrava già abbastanza quanta fosse l'acutezza della sua mente per seguire gli andamenti della natura. Ma quale non fu la maraviglia de' matematici al sentirgli annunziare l'isocronismo delle vibrazioni d'un pendolo per archi diversi sotto un quarto di cerchio? Perfino al dotto Guid' Ubaldo, uno de' pochissimi di que' tempi che fossero capaci d'intender tali dottrine, parve questo un incredibile paradosso. Ma il Galileo in una lettera a lui diretta, e poi ne' dialoghi lo espose con tale apparenza di verità, che non ci volle meno che la perspicacia dell' acutissimo Ugenio per trovarvi un picciolo fallo, e per fissare l'isocronismo de' pendoli non negli archi circolari , ma ne' cicloidali , La statica fu da lui ridotta ad un solo principio, dal quale tutte le proprietà delle macchine deriva : e questo è che : per muovere un peso qualunque v'abbisogna una forza maggiore del peso, o se pur la forza è minore, che sia d'una velocità tanto maggiore, che compensi la minorità della forza; principio che falsamente vuolsi da alcuni attribuire al Desaguliers, quando da tanti anni prima era già stato scoperto dal Galileo. Da questo anche prende il la Grange [a] i due principi fondamentali dell'equilibrio, cioè il principio della composizione delle forze, e quello delle velocità virtuali, che sono poi stati tanto fecondi

(a) Mech. anal. part. I . sez. I.

di meccaniche cognizioni. Nella centrobarica, benchè troppo brevemente da lui trattata, seppe nondimeno trovare utilissime verità. Sembrava, che non potesse riguardare alcuna parte della meccanica, senza scoprirvi proprietà non ancora vedute da altri. Quante non ne trovò nella coerenza de' corpi, o nella loro forza di portar pesi senza spezzarsi? Se il Viviani ed il Grandi, se il Mariotte e il Leibnizio, se il Varignon e il Muschembroeck hanno poi data maggiore ampiezza e perfezione a questa materia, nessuno però ha avanzato un passo, se non dietro alla scorta del Galileo. Non fu che un leggero sguardo che potè questi dare su la forza della percossa; ma sol questo sguardo quante belle verità non gli fece vedere per misurare detta forza, e per trovarla infinita, per paragonarla colla pressione, per fissare la diversità delle percosse, e per altre curiosissime proprietà! Così avesse egli distese e spiegate, e non soltanto abbozzate le sue viste, e ne avesse scritto un perfetto trattato! Ha dato però lume al Borelli per illustrare più pienamente questa materia; e dovrà anche in questa parte essere riguardato come il primo e vero maestro. Qual lode dunque non merita il Galileo, che ha saputo ricavare dal seno della natura tanti tesori d'utilissime verità, chiuse e nascoste per tanti secoli ai penetranti sguardi de' filosofi e matematici! Ella è una gloria singolare ed unica del Galileo l'avere levato, per così dire, dal niente una nuova scienza, ed essere stato non solo maestro, ma padre e creatore della meccanica. Dietro la scorta del Galileo si seguitò a studiare nell' Italia questa nuova scienza, sì feconda d'importanti e curiose verità. Ne scoprì e provò molte contemporaneamente il Baliani , il Riccioli , il Grimaldi , ed altri fisici e matematici illustrarono e confermarono con molte nuove sperienze e ragioni gl' insegnamenti del Galileo . Più avanti s'inoltrò il Torricelli, ed arricchì d'un nuovo principio la statica, e d'altre nuove scoperte la balistica, e migliorò in

Baliani , Riceioli , Grimaldi , ed altri .

209

vari punti ed accrebbe la dottrina del suo maestro. Così parimenti fece il Viviani, così anche il Borelli, il quale scrisse su la forza della percossa, e formò una meccanica animale nella sua opera assai dotta De' movimenti degli animali; e così andò sempre più ampliandosi la meccanica nella scuola del Galileo .

Intanto i francesi cercarono anche in questa parte d'emu-

lare la gloria degl' italiani, e si applicarono a scoprire nuove verità , nè vollero comparire meri seguaci e discepoli del Galileo. Gli studi geometrici, in cui erano saliti a tanta gloria, davano loro gran lume per potersi felicemente inoltrare in recondite discussioni . Ouindi · le profonde questioni , eccitate fra? matematici francesi su la posizione del centro di gravità in alcune particolari circostanze, e su'centri d'oscillazione, su cui tanto si dibatterono il Cartesio ed il Roberval, e in cui amendue molte nuove notizie scoprirono, ma non poterono cogliere in tutto nel giusto segno [a] . Il Roberval fu in questo punto superiore al Cartesio, e si accostò più dappresso alla verità : diede determinazioni esatte del centro d'agitazione de' settori e degli archi di circolo , mossi perpendicolarmente al loro piano, ed osservò che, mentre dovevasi ricercare il centro d'oscillazione , cercavasi dal Cartesio e dagli altri quello soltanto di percussione; egli s'applicò a vari saggi meccanici, e vi trovò alcune dimostrazioni ingegnose, e scoprì un principio di statica , che è stato poi di grand'uso , cioè che : due potenze saranno in equilibrio qualor saranno in ragione reciproca delle perpendicolari tirate dal punto d'appoggio su le linee di direzione [b]. Più vaste furono le disquisizioni meccaniche del Cartesio, il quale voleva anch' egli diventare legislatore del moto; e si sarebbe acquistata maggior lode, se, in vece di sprezzare come

<sup>(</sup>a) Cartes. epist. tom. 111 , Merseo. (h. Marsen, Harmon, univ. Cogie, Physic Math.

fece ingiustamente [a] il Galileo, si fosse studiato d'imitarlo Ma ssortunatamente per lui solo potè incontrare la verità , quando segui in qualche modo le tracce del Galileo; e prese errore quando volle attenersi alle proprie immaginazioni . Esaminò la statica e la ridusse, come il Galileo, ad un solo principio, che bisogna tanta forza per levare un peso ad una certa altezza come per levare il doppio ad una metà di essa altezza [b]. Meditò su le leggi del movimento, e sviluppò più chiaramente le verità accennate quà e là dal Galileo, cioè che: sussiste e continua perpetuamente il moto nella stessa direzione e velocità . finchè non venga alterato da qualche ostacolo : che si fa sempre ogni moto per sua natura in linea diritta, e che non si muove un corpo in linea curva, se non perchè viene cambiata continuamente la sua direzione da qualche ostacolo. Ma, abbandonatosi poi a'suoi principi metafisici, inciampò in molti inescusabili errori. Fu merito della sua sagacità il pensare a cercare quali leggi potesse seguire la natura nella comunicazione del moto. Ma quì fu dove a lasciandosi condurre dalla sua immaginazione a che la quiete de' corpi sia una vera e reale forza, e che Iddio per la sua immutabilità conservi sempre nel mondo la stessa quantità di moto, e non osservando la dovuta distinzione fra i corpi duri e gli elastici , ma prendendoli tutti a mazzo , stabili leggi per la comunicazione del moto che, per la maggior parte, sono vane ed insussistenti, che alle volte prescrivono a'corpi duri ciò che solo conviene agli elastici, e spesso dicono quello che, per gli uni e per gli altri, è falso ed assurdo [c]. Lo stesso suo fedelissimo seguace Malebranche, sì fermamente attaccato alle sue dottrine, rigettò prima come false queste leggi cartesiane [d], e poi cercò in qualche modo di raddrizzarle [e]:

<sup>(</sup>a) Ep. XCI. (b) Ep LXXIII, par. 1, e Tract.

<sup>(</sup>e) Princ. part. Il. (d) De inq. ver. lib. VI , c. ult. (e) Les sen, mot. comm.

ma non ardi mai d'abbracciarle. Cartesio stesso, nelle sue lettere, parla alle volte di queste materie diversamente che ne' principi, e spesso con maggiore giustezza e verità. Ma anche nelle lettere presenta tante idee false ed insussistenti , talor eziandio unite alle vere e giuste, che mostra non aver mai formato che un confuso e mal digerito abbozzo della dottrina del moto [a]. Ad ogni modo i tentativi del Cartesio . se non ebbero buona sorte nell'incontrare le vere leggi della comunicazione del moto , servirono ad eccitarne altri assai più felici . La regia Società di Londra invitò i più dotti matematici, dentro e fuori dell' Inghilterra, a ricercame le più sode e sicure teorie. Il Wallis . tanto benemerito dell'algebra e della geometria , recò anche gran vantaggio alla meccanica, spiegando con giustezza e verità la composizione delle forze, le leggi della comunicazione del moto, ed altre dottrine su tali materie [b]. Il Wren, inventore di alcune ingegnose macchine, e di alcune teorie e ricerche meccaniche, e di alcune scoperte particolarmente nella meccanica architettonica , illustrò anche le leggi della comunicazione del moto con generalità chiarezza e brevità,

Ma più di tutti il celebre Ugenio contribuì a mettere nel suo vero lume la dottrina di tale comunicazione: tutti e tre tro-varono per diverse vie le medesime leggi; che sono le vere, c le ricevute generalmente da tutti; ma l'Ugenio si distese anche alla dimostrazione d'altre nuove verità. Egli fece vedere, che qualora sono opposte le direzioni de'corpi mossi, si perde benai coll' urto qualche parte del moto, në può dirsi col Cattesio, che la matura ne conservi sempre la medesima quantità, ma è sempre vero, che il centro di graviță comune a'detti corpi o è immobile, o si muove prima, e dopo l'urto colla stessa velocità, e che se non è invariabile assolutamente la quantità del moto, lo è prob la quantità del moto verso una direzione. Questa scoperta portata

Wallis .

Wren .

Usenio .

(a) V. Ep. LXXIII, part. II, et al. (b) Trect. de Mora .

a gran generalità dall' Ugenio, è stata poi ricevuta e confermata con nuove dimostrazioni da'moderni geometri. La legge della conservazione delle forze vive, o, com'altri dicono, delle forze ascensionali , per la quale il centro di gravità d'un sistema di corpi ha la forza d'ascendere alla stessa altezza onde è disceso. è un' altra curiosa ed utile scoperta dell' Ugenio . Sua è parimenti la bella ed ingegnosa osservazione, che se un corpo ne urta un altro in riposo col mezzo d'un terzo di grandezza media fra tutti due, gli comunica più moto che se lo urta immediatamente, e cresce sempre più questo moto, quanto più crescono i corpi intermezzi di grandezza proporzionale. La verità di queste scoperte dell' Ugenio, e delle leggi della comunicazione del moto è stata sempre più confermata non solo colle nuove dimostrazioni de' matematici , ma eziandio colle sperienze de' fisici , i quali fanno vedere agli occhi ciò , che l'Ugenio non presentava che alla sottile ragione. Le scoperte di questo sommo geometra non si sono ristrette alle sole leggi della comunicazione del moto ; hanno abbracciati più profondi e più reconditi oggetti. L'orologio oscillatorio gli prestò campo a finissime e sottilissime speculazioni, alle quali non dubitava di dare sopra tutte l'altre sue la preferenza [a]. Veramente la prima idea, e forse anche l'esecuzione di simile orologio deesi riferire all' immortale Galileo, il quale fino da' primi anni delle sue sublimi meditazioni pensò già d'applicare il moto del pendolo alla misura del tempo; e nell'età più avanzata scriveva a Lorenzo Rcali come chi aveva trovato il modo di farlo, ed egli stesso, o il suo figliuolo Vincenzo coll'intervento del Gran Duca Ferdinando II fece eseguire un orologio a pendolo da Marco Treffler orologiaro di quel Gran-Duca . Così dice Gian-Gioacchimo Becher [b] averlo sentito raccontare, e dal chia-

<sup>(</sup>a) Dedic.

<sup>(</sup>b) Experim. nov. curios. da Minera arenaria perpet.

rissimo Magalotti, testimonio in questa parte irrefragabile, e dallo stesso Treffler, che confessava avere lui fatto in Toscana il primo orologio a pendolo, ed un modello di questo esser passato in Olanda [a]. Del che dice il Nelli aver egli un documento anecdoto, che pubblicherà nella sua Vita del Galileo, tanto desiderata dalla repubblica letteraria [6]; e il testimonio del Viviani [c], e que' di molti chiarissimi soggetti, che si leggono nelle lettere d'uomini illustri, pubblicate dal Fabroni, e vari altri monumenti ce ne fanno pienissima fede. Quindi hanno alcuni voluto levare all' Ugenio la gloria dell' originalità , ed imporgli la taccia di plagiario, perch'egli e presso al re di Francia e presso agli Stati Generali d'Olanda [d] se ne spacciava per inventore. Ma per quanto vero sia questo racconto del Magalotti , e del Treffler , del Viviani , e di tant'altri , e turto che io punto non dubiti d'una qualch' esecuzione dell' orologio galileano, non ardirò d'accusare di menzogna e di plagio un uomo dell'acutezza d'ingegno, e della sincerità di cuore del candidissimo e sottilissimo Ugenio. Egli schiettamente ci narra la storia di questa sua invenzione, e ne prende ingenuamente l'origine dall' uso de' pendoli, applicato alcuni anni prima dal Galileo per la misura del tempo, e adoperato poi dagli astronomi movendo colla mano i pendoli e contandone a vista le vibrazioni : perchè non avrebbe con uguale candore riferita all' orologio imperfetto del Galileo l'origine del suo levato alla giusta esattezza, e perfezione? Questo fu messo in opera nel 1657. e nel 1661 vennero all' Ugenio lettere da Parigi, richiamandone al Galileo l'invenzione, ed egli stesso lo raccontò tosto a Niccolò Heinsio, ma protestandosi religiosamente di essergli giun-Tom. IV.

(d) De Horel. escillat. ec, Dedic.

<sup>(</sup>a) V. Nelli Sagg. di St. Lett. Fior. ec. (c) Vita di Gal., e Lett. al Conte Ma-(b) Ivi . galotti .

ta affatto nuova la notizia di tale fatto, nè averne mai prima avuta la menoma contezza: Sancte testatus, come lo stesso Heinsio scriveva al Dati [a], sancte testatus ejus rei cum ignarissimis ignarum se fuisse. Benche queste lettere di Parigi, e i sopraddetti monumenti, e vari altri, che se ne potrebbono addurre, provino assai convincentemente, che gloria è del Galileo non solo la prima idea, ma una qualche esecuzione altresì o per se stesso, o per suo figlio dell'orologio oscillatorio; bisogna dire nondimeno, che non troppo felice riuscisse questo primo orologio dacchè nè magnificato fu allora colle lodi degli studiosi e degli amici del Gatileo , nè adoperato poscia dagli astronomi e dagli artisti , nè conosciuto appena , fuorche da pochissimi della corte del Gran-Duca, i quali stessi bent presto lo dimenticarono , finchè non ne richiamò lorola memoria il nuovo orologio dell' Ugenio . Sicchè potè questi essere affatto all' oscuro di tale tentativo del Galileo , potè provarlo da se senza veruna preventiva cognizione, poté metter in dubbio, e negar anche con qualche ragione, che nè il Galileo, nè suo figlio fossero mai riusciti a formare un simile orologio, potè ottenere giustamente la lode di originalità, potè esserne realmente primo inventore. Certo l'orologio del Galileo, ancor quando fosse riuscito nella costruzione, non poteva, attesi i principj della sua dottrina, giungere alla bramata esattezza, e soltanto dopo le scoperte geometriche e meccaniche dell' Ugenio poteva sperarsene uno perfetto. Credeva il Galileo con qualche apparenza bensì di ragione, ma senza la necessaria verità, che fossero tautocrone le vibrazioni d'un pendolo per archi compresi in un quarto di circolo; la geometria de' suoi tempi non conosceva ancor la cicloide; nè poteva dar-

<sup>(</sup>a) Clar. Belg. ad Ant. Migliab. nonnullorque al. ep. vol. L.

ali lumi bastanti per fissare i centri d'oscillazione ne' pendoli: per la costruzione stessa del meccanismo dell'orologio mancavano molte teoriche cognizioni , e molte notizie geometriche superiori a quanto allora sapevasi. L'Ugenio perfezionò la dottrina del Galileo su l'accelerazione de gravi , ed esaminando le proprietà della cicloide, allor tanto in voga, trovò, che in questa soltanto, e non nel circolo si faranno nel tempo stesso le discese da qualunque punto, e che saranno soltanto isocrone le vibrazioni del pendolo , qualor si faranno in archi cicloidali , non ne' circolari , confessando egli stesso , che la scoperta di questa proprietà della cicloide è un frutto della dottrina del Galileo. Non bastava la sterile cognizione di questa proprietà della cicloide , bisognava trovare il modo di fare eseguire nell'orologio le vibrazioni cicloidali . Trovolla l' Ugenio coll' applicare il filo del pendolo ad una cicloide rovesciata; e questa speculazione lo condusse felicemente alla sublime teoria delle evolute, che gli fu feconda di tante scoperte, e lo coronò di sì alta gloria. Bisognava altresì determinare la lunghezza del pendolo, necessaria per fare ogni secondo una vibrazione : e determinolla l' Ugenio valendosi della stessa teoria delle evolute. Ma non bastava nè pure determinare soltanto in generale tale lunghezza, bisognava applicarla non a qualunque parte del pendolo, ma al suo centro d'oscillazione: bisognava rischiarare la fin allora oscurissima teoria de' centri d'oscillazione. Ed ecco un nuovo campo all' Ugenio di fare utili e gloriose scoperte. Il Carresio, il Roberval , ed il Fabri , invitati dal Mersenno , s'erano applicati ad esaminare questa materia; ma poco avanti erano andati, nè avevano pur saputo riguardarla pel vero suo verso, e confondevano il centro d'oscillazione col centro di percussione : solo il Roberval giunse a conoscere veramente gli elementi, che deono entrare in tale ricerca : ma non eli bastarono i lumi della meccanica di que' tempi per risolvere la questione . L'Ugenio , 662

com' egli stesso racconta [a], fin dalla prima sua gioventù for anch' egli invitato dal Mersenno ad entrare in questa ricerca; ma non seppe allora neppur trovare la via d'incominciare tale speculazione . Arricchito poi di maggiori lumi di geometria , e condotto di nuovo a questo esame dalle sue meditazioni su le vibrazioni de' pendoli , e sul bramato orologio , la riprese con maggiore felicità : non solo trovò la soluzione de' problemi del Mersenno, che invano avevano rintracciata gli anteriori gèometri . ma s'ingolfò in più profonde ricerche , s'apri nuove vie , si formò più sicuri principi, e discoprì molte notabili verità su' centri d'oscillazione , su' punti di sospensione , sul vero modo di regolare le vibrazioni del pendolo. La dottrina dell' Ugenio su' centri d'oscillazione ci ha poi prodotte molte bellissime teorie de' Bernoulli, dell' Hôpital, del Taylor, dell' Eulero, dell' Alembert, de' più valenti geometri; e la dottissima sua opera è stata feconda di tant' altre non meno dotte e forse anche più fine ed esatte. Così all'orologio oscillatorio dobbiamo una più profonda cognizione della discesa de' gravi , lo scoprimento di nuove proprietà della cicloide, la dottrina delle evolute, la teorìa de' centri d' oscillazione, ed un notabile miglioramento non solo della meccanica, ma eziandio della più alta geometrìa. L'utilissima e sublimissima dottrina delle forze centrifughe, e di tutto il moto circolare dee anche in qualche modo la sua origine a quel fecondo orologio. La forza centrifuga de'corpi mossi circolarmente è stata sempre conosciuta da' filosofi , ma non era stata mai attentamente esaminata da nessuno . Il Galileo ed il Cartesio nel parlare de' movimenti de' corpi celesti, e nel trattar quà e là della dottrina del moto , hanno accennate aleune verità, che mostravano avere essi più chiare e giuste idee di tali forze, che nè gli antichi, nè i moderni filosofi non ave-

<sup>(</sup>a) Hor. oscill. par. IV.

vano potito formate. Ma la vera notizia di questa forza, i veii principj di questa teoria ci sono solamente venuti dalle profonde speculazioni dell' Ugenio. I giusti e precisi teoremi da
lui lasciati [a] sono la soda base, su cui si è poi innalzata
gran macchina della scienza delle forze centrali, alle quali
può dirsi ridotta l'astronomia, e la più nobile parte dell' umano aspree. Tanes scoperte, tante novità, tanti meriti innalzano
l'Ugenio all' alto onore di secondo padre, e mastro della meccanica, che ha rinforzati, accresciuti, e perfezionati gl'insegnamenti del Galileo in quella scienza, e n'ha saputo trovare da
se altri nuovi non meno veri ed interessanti.

Coll' Ugenio e col Galileo entrò a parte il Newton ad essere legislatore e regolatore del moto, e formò una muova meocanica. La gran macchina che aveva in testa di stabilire gli andamenti de' corpi celesti, di svelate lo mutue lor relazioni , e di scoprire la vera costituzione dell'Universo , gli presentava un' infinita varietà di forze e di moti e l'obbligava ad esaminare più intimamente le azioni di tali forze, e la natura de' vari moti. Da tre leggi semplicissime, conosciute già in parte da altri filosofi, ma da nessuno abbastanza spiegate, e determinate a' moltiplici loro usi , cioè , che ogni corpo persevera nel suo stato di quiete, o di moto uniforme e diritto, se non quando dalle forze impresse è obbligato a mutare quello stato; che la mutazione del moto è proporzionale alla forza motrice impressa, e che si fa secondo la linea retta, in cui s' imprime quella forza; e finalmente che ad ogni azione v' è sempre una contraria ed uguale reazione, ricavò egli moltissimi corollari , che danno gran lume a tutta la scienza del moto, e gli fanno strada per innalzarsi a fissare i movimenti della luna, de' pianeti, e delle comete, e a contemplare gl' imart humon ...

(a) Horel, escill. pat. V.

mensi spazi del mondo. Come i corpi celesti non discendono per linee verticali, non corrono per orizontali, non si muovono per diritte, ma seguono sempre le curve, si prende il Newton ad esaminare profondamente le forze, che dirigono tali moti, e come, e quando debbano farsi questi, e quali effetti a ciascuno di essi possano convenire . Il Keplero stabilì quelle due famose leggi pe' movimenti celesti, che sono state le regolatrici di tutta l'astronomia, cioè, che i pianeti movendosi intorno al Sole descrivono aree, che sono proporzionali ai tempi, e che i quadrati de' tempi periodici sono come i cubi delle distanze . Il Newton entra a generalizzare queste leggi; prova, che saranno proporzionali a' tempi le aree descritte da' corpi che girano tirando i raggi ad un centro immobile delle forze; che i corpi, che descrivono tali aree, saranno tirati a quel centro da una forza centripeta; che si descrivono tali aree tirando i raggi al centro d'un altro corpo, comunque mosso, saranno tirati da una forza composta dalla centripeta e dalla forza acceleratrice dell'altro corpo; e va esaminando le circostanze diverse de' corpi, che si muovono in giro, e dimostrando quali forze, ed in quale maniera agirebbero sopra di essi, quale sarebbe il centro, intorno cui i corpi si moverebbono, quale la forza centripeta in un circolo, quale in una spirale, quale in un'ellisse, quale in altre linee, quali velocità corrisponderebbero in qualunque di quelle circostanze, quali spazi si percorrerebbero, quanto tempo vorrebbesi, e generalmente quanto v'è da considerare in ogni moto circolare, tutto viene spiegato dalla vasta mente del Newton, e dimostrata ogni cosa col geometrico suo rigore. Che ricchezza di sublimi teorie non profonde da per tutto il generoso suo spirito! Che immensa copia di sottilissime verità non esce dalla feconda sua penna! Trovar tangenti, descrivere trajettorie, trasformare figure, risolvere difficili problemi geometrici sono per lui passaggieri tratte-

nimenti, che come per diletto vuole prendersi nelle sue meccaniche disquisizioni . La dottrina de' pendoli trattata dal Galileo e dall' Ugenio ricevè ancora maggiori lumi dalle diligentissime esperienze del Newton, e dalle geometriche sue dimostrazioni; e su' tempi, su le velocità, su le forze, su le resistenze, su'ritardi delle vibrazioni si sono scoperte nuove ed utili verità. Dopo tanti bellissimi ritrovati dell' Ugenio su l'isocronismo della cicloide ha saputo ancora il Newton mostrare l'originalità del suo genio, esaminando tale isocronismo anche in un mezzo resistente in ragione de' momenti del tempo, e in ragione semplice della velocità e dandone geometrica dimostrazione; ed ha aperto la via a Giovanni Bernoulli [a] ed all' Eulero [b] di dimostrarla anche in altre ipotesi più complica-· te . La dottrina delle forze centrali e de' moti curvilinei si può dire uno de' più preziosi regali , che abbia fatti alla mente umana la geometria ; ed è realmente tutta opera del sublime genio del Newton. Ma non è questo il solo suo merito nella meccanica: d'uopo è bensì conoscere intimamente le forze motrici , e le circostanze diverse de' moti , ma non serve questa sola notizia per la giusta contemplazione della natura, se non si sa quale, e quanta resistenza oppongano a tali forze i mezzi, in cui deono eseguirsi i movimenti. La scienza di queste resistenze è un altro nobile parto della feconda mente del Newton. Qualche saggio n'aveva dato ne' suoi dialoghi il Galileo, ma con quella brevità, e leggerezza, che ad una cosa sol di passaggio toccata, e ad autore, che il primo era a trattare una nuova scienza, potevasi convenire. Il Newton in tempi più il-Iuminati, meglio fornito di tutti gli ajuti della più fina geometria, e delle proposizioni stesse accennate dal Galileo, entra ad

(a) Acad. des Scienc., an. 1730.

(b) Acad. Petrop. nov. Comm. tom. IV., et Meth. tom. II.

esaminare le resistenze de mezzi, diverse secondo le ragioni diverse della velocità de' corpi, che in essi muovonsi, diverse secondo la diversa densità de mezzi , e diverse parimenti secondo la diversa tenacità e coesione delle parti di tali mezzi. La resistenza del mezzo è come il decremento del moto, che produce nel mobile, e nasce dalla reazione del mezzo, e dalla sua tenacità. La resistenza della tenacità è sempre uniforme e costante; ma quella della reazione dee misurarsi secondo la densità del mezzo, e la velocità del mobile : quanto più veloce scorrerà il mobile e il mezzo sarà più denso più particelle di questo dovranno muoversi , maggior quantità di moto comunicherà il mobile , maggiore ne perderà , e maggiore però sarà la resistenza del mezzo. Ouindi il Newton colla sua solita sottigliezza e profondità prende a considerare diverse ipotesi delle resistenze de' mezzi in ragione o della semplice velocità , o del quadrato della medesima, o parte del quadrato, parte della stessa velocità, od anche della somma della densità del mezzo, e del quadrato della velocità : e in ciascuna determina gli spazi che scorrerà il mobile , la velocità che perderà , e la linea che nel suo movimento dovrà descrivere, e la linea che servirà a mostrare le forze del moto, e quelle della resistenza. Come anche la figura del mobile può far cangiare di molto la resistenza de' mezzi, osservò eziandio il Newton quale resistenza soffrirebbe un corpo sferico, e la paragono con quella, a cui soggiacerebbe uno cilindrico : e così aprì la via per determinarla sicuramente ne' corpi d'altre figure . Pieno di queste sublimi e giuste teorie entra ad esaminare il moto circolare ne' mezzi resistenti, che sembra l'orgetto delle precedenti sue ricerche; e prendendo una logaritmica spirale, della quale suppone già conosciute le proprietà , la va applicando al giro del corpo mobile . nelle diverse ipotesi della densità de' mezzi, e delle forze centripete e spiegando quindi quali debbano riputarsi la forza cen-

tripeta e la resistenza del mezzo per far rivolgere il mobile d'una data velocità in quella data spirale. Con questo apparato di meccanica e di geometria si fece coraggio per ascendere a' cieli, e fissare colla dovuta sodezza i movimenti de' corpi celesti batte i vortici cartesiani eli atterrò affatto e li ridusse al niente onde gli aveva tratti la fantasia del Cartesio; e colle due sole forze centripeta e centrifuga obbligò i pianeti a seguire le orbite ellittiche, che lor si convengono, gli assoggettò irresistibilmente alle leggi di Keplero, e mise in sistema, e in buon ordine tutti i cieli. Gran rivoluzione produsse in tutte le matematiche l'opera de' Principi matematici del Newton. Algebra e geometria, meccanica ed idraulica, fisica ed astronomia presero nuova forma da quel sacrosanto e venerando deposito di scientifiche verità. Nuova scienza potè chiamarsi la sua meccanica, che svelò tutti i secreti delle forze motrici , tutte le varietà de' movimenti curvilinei , tutti eli effetti delle diverse resistenze de' mezzi , e molte altre verità risguardanti il moto, che non erano ancora conosciute, e le applicò sì felicemente per ispiegare, i misteri della fisica e dell'astronomia; e più ancora può dirsi nuova, perchè da per tutto fu condotta dalla severa geometria, nè fece il menomo passo, nè proferì la più leggiera proposizione, che non fosse regolata dalle sue rigorose dimostrazioni. Allor s'introdusse in tutte le scienze la giusta esattezza e verità; allor si vide la meccanica diretta dalla geometria, e talor anche ridorta all'algebra divenire regolatrice delle altre scienze.

Nell' ardore, con cui allora si prendevano le scientifiche discussioni, producevansi continuamente nuove scoperte meccaniche, e facevansi da per tutto utili avanzamenti. Non segnò il Newton la trajettoria, che descrive un corpo in un mezzo resistente secondo il quadrato della velocità; e Giovanni Bernoulli la trovò, non solo pel quadrato, ma per qualunque ragio-

Altri geometri illustratori della meccanica •

ne moltiplicata della velocità; e Niccolò suo figliuolo, il Tanlor . l' Erman . e l' Eulero sciolsero lo stesso problema . e a tutta la dottrina delle trajettorie recarono maggior lume . Dalla dottrina su la resistenza de' mezzi del Newton s'indusse l'Ugenio ad esaminare la logaritmica, e propose su questa alcuni teoremi , de' quali diede poi Guido Grandi le convenienti dimostrazioni. Pieni sono gli Atti dell'Accademia delle Scienze [a] di Memorie del Varignon per dare più generalità alla dottrina newtoniana su la resistenza de' mezzi. Poche parole del Newton intorno alla curvità, che dovrà avere una conoide per soffrire la menoma resistenza possibile del mezzo eccitò gl'ingegni de' più chiari geometri a trattare questo problema diventato celebre sotto il nome del solido della minor resistenza: e l'Hôpital, Giovanni Bernoulli, ed alcuni altri vi trovarono sottilissime soluzioni, e le ridussero a chiare equazioni; e il Bouguer [b], ed il Juan [c] l'hanno ingegnosamente ed utilmente applicato a veri avanzamenti della costruzione delle navi, e della me ccanica nautica. Così il Newton arricchì la meccanica non solo colle sue, ma eziandio colle altrui scoperte; e, ciò ch' è ancora più utile che le stesse scoperte, introdusse nella meccanica l'esattezza della geometria, e ispirò a'suoi seguaci il genio geometrico.

Leibotta .

Non potè in questa parre garegiare con lui il suo rivale matematico Leibnitz; ma ebbe anch' egli non poca parre 'nell' avanzamento di quella scienza. La resistenza de' solidi alla rottura, la resistenza de' fluidi al movimento de' solidi, ed alcuni altri punti mecanici ricevenon nuoi lumi dalle sue meditazioni. I problemi meccanici da lui proposti miero ne' sublimi geometri grand' ardore di sottilissime indagini. E' celebre particolarmente quello della linea isocroma e perché fu riguardato co-

<sup>(</sup>a) An. 1707 . . . 1711. (c) Exam. mar. theor. pratt. tom. I, (b) Traits on Nar. lib, 111. lib, 11,

me il primo trionfo del calcolo infinitesimale, e perchè servì molto ad avanzare le cognizioni della dinamica. Come per descrivere una curva , nella quale in tempi uguali percorra un mobile uguali spazi, bisogna intimamente conoscere ad ogni punto quale sia la forza del mobile , quali gli effetti , che dee produrre quella forza in una discesa perpendicolare e quali in una più o meno inclinata, così le soluzioni d'un tal problema dello stesso Leibnitz , dell' Ugenio , e del Bernoulli, servirono ad arricchire di nuovi lumi la meccanica ugualmente che la geometria. La famosa questione delle forze vive mossa dal Leibnitz, ed abbracciata al principio di questo secolo da' più valenti fisici e matematici, ed or abbandonata, e quasi disprezzata come questione di voce , eccitò grand' ardore d' esaminare con esperienze e con calcoli quale dovesse riputarsi la vera misura delle forze de' corpi . Il Cartesio , e tutti gli altri prendevano la forza de'corpi dalla loro massa, e dalla semplice velocità . Il Leibnitz fu il primo a riflettere su la diversità delle forze morte, ossia d'un corpo, che soltanto preme, ed è pronto a muoversi; e delle vive, ossia del corpo, che già è in moto; e determina le forze morte per la semplice velocità, e le vive pel quadrato della medesima [a]. S' oppose al sentimento del Leibnitz l'abate Conti [b]; ma era troppo debole avversario per potereli incutere gran timore. Risposegli nondimeno il Leibnitz [c]; e vi fu ancora qualche nuova replica del Conti, e nuova risposta di lui : ma la misura e la denominazione delle forze vive del Leibnitz non ottenne allora voga presso i matematici, finchè non la prese a difendere e confermare con nuove ragioni Giovanni Bernoulli [d]. Allora mol-

Questione delle forze vive da lui promos-

C C 2

(c) lvi Febbr. 1687.

<sup>(</sup>a) Act. Erad. Lips., an. 1616.
(b) Nouv.de. la Rep. des Lette, Sept., 1746.
(c) Nouv.de. la Rep. des Lettes, Sept., 1746.

ti illustri filosofi e tedeschi e d'altre nazioni entrarono nel partito leibniziano; e l'Erman, il Wolfio, il Bulfingero, il Poleni , lo s' Gravesande , il Muschembroek , e nella Francia stessa la famosa marchesa de Chatelet con dilicate sperienze, e con sottili calcoli gli recarono più valido e fermo appoggio, e più di tutti il Riccati con un intiero grosso volume lo munì di tutti i soccorsi della matematica e della fisica [a]. Non mancavano a'cartesiani nomi illustri da opporte a'nominati leibnitziani; el'inglesi e i francesi seguitarono a misurare le forze vive secondo la semplice velocità e il Maclauria nell'Inghilterra e nella Francia il Mairan con molta forza d'ingegno e e copia di dottrina sostennero la loro causa : nell' Italia Francesco Zanotti, tanto superiore al Riccati nelle grazie dell'eloquenza, quanto inferiore nella forza del calcolo e della geometrìa, rispose con eleganti, ed ameni dialoghi a'profondi ed aridi riccaziani; e il Boscovich contentandosi della forza d'inerzia volle dare il bando alle forze vive, e sciogliere così, o rompere il nodo della questione [b]. Pure una disputa sì romorosa, che ha occupati tanti, e così illustri geometri e fisici, è ora abbandonata, e considerata come una mera questione di voce . Infatti tutti e due i partiti convengono in accordare alle forze vive i medesimi effetti, e come solo dagli effetti possiamo noi prendere la vera nozione delle forze, poco dee importarci, che si dibattano nel ricevere, o no, il tempo, in cui si eseguiscono quegli effetti, per un elemento di tale misura, nel trarre questadalla quantità degli ostacoli, che vince il mobile, o dalla somma delle resistenze, che oppongono al mobile tali ostacoli, e in altre sottigliezze, che niente interessano la meccanica. Il d' Alembert. [c] espone con molta chiarezza e precisione lo stato della questione, e conchiude forse un po troppo aspra-

<sup>(</sup>a) Dial. delle forge vive.

<sup>(</sup>a) Trais. de Dynami. Préfac.

mente , che presa nel suo vero aspetto non può " consistere , che in una discussione metafisica molto futile, o in una di , sputa di parole più indegna ancora d' occupare i filosofi ". Ciò non peranto l'esane di tal questione nelle mani di si grand' uomini ha apportati alcuni lumi per la vera cognizione delle forze, che forse senza di essa sarebbono loro sfuggiti , ed ha servito non poco all' avanzamento della meccanica .

Di maggiore vantaggio le sono stati i problemi meccanicogeometrici , che a quei tempi si proponevano i matematici. Per descrivere la curva catenaria, per la velaria, per l'elastica, per la brachistocrona, e per l'altre curve, che allora si rintracciavano , bisogna attentamente, ponderare le forze d'ogni particella in ogni luogo, e ad ogni momento, e si richiedono tanti riguardi , e tante cognizioni meccaniche , che non v'è voluto meno che la perspicacia d'un Newton, d'un Leibnitz, de l' Hôpital, de' Bernoulli per potere esattamente risolvere questi problemi; e certo coll'esame, e collo scioglimento di essi si sono ritrovate molte meccaniche verità e e si è introdotto uno spirito analitico nella meccanica, che l'ha preparata a ricevere quel nuovo stato, in cui si vede presentemente. La richiesta brevità in tanta vastità di materia si obbliga a passare in silenzio molti meccanici, che allora fiorirono, e molte scoperte, che ogni di si facevano: ma come non mentovare il celebre Varignon, che nella sua Nuova meccanica, e nelle Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi mise in tutto il suo lume il principio della composizione de' movimenti e ne ricavò tutti i risultati e trattò tanti punti della statica e della meccanica con quella generalità, a cui egli innalzar soleva tutti i soggetti, che prendeva ad esaminare? Nuoyo campo aprì a' meccanici l' Amontons colla dottrina degli sfregamenti , illustrata poi viemaggiormente da' fisici e da' geometri , e recentemente con maggior apparato di sperienze fatte

Proposta di roblemi mecenici -

atignos ..

213

206

, 119

in grande, e con tutta la sodezza, e severità della geometria ampiamente trattata dal Ximenez [a]. Nuovi principi, nuove dimostrazioni , nuove verità ha presentato l' Ermon nella sua Phoronomia, ed al merito delle proprie invenzioni ha unito quello della sposizione delle altrui scoperte, e quello d'avere ridotto ad un corpo di dottrina la statica , la meccanica , l'idrostatica, l'idraulica, tutta la scienza dell'equilibrio e del movimento . Finora i geometri , compresi dal piacere di risolvere nuovi problemi, non avevano pensato ad esaminare l'evidenza, che avevano i principi della meccanica; e se realmente fosse, quale, e quanta era necessaria per servire di base ad un sistema di cognizioni veramente scientifiche. Daniele Bernoulli entrò in questo esame , dimostrò rigorosamente il principio della composizione e decomposizione delle forze che tendono a concorrere in un punto, e ne ricavo moltissime nuove cognizioni [b]; rischiarò altri principi, e diede loro maggior estensione; venne a risolvere problemi, e lor impose nuove condizioni e circostanze che li rendevano più difficili e seppe ridurli ad equazioni generali , e sciorli nella maggiore generalità . Il Mariotte, lo s'Gravesande, il Muschembroek, il Desaguliers, ed altri fisici diligenti, e forniti de'lumi della geometria, con sottili e concludenti sperienze confermavano, ed illustravano, e talor anche correggevano, e rettificavano la dottrina meccanica de' geometri. Così in varie guise con fisiche e con geometriche dimostrazioni si dava splendore alla meccanica, e colle analitiche soluzioni di tanti problemi meccanici vi s'introduceva lo spirito dell'analisi.

Eulero .

In questo ardore di problemi meccanici, di meccaniche ricerche, di scoperte meccaniche, di studio e d'entusiasmo meccanico, quando il Galileo aveva creata la scienza dell'accele-

<sup>(</sup>a) Teor. e Pratic. delle resistenze de' (b) Comm. Atad. Petr. tom. 1. solidi ne' loro attriti .

razione de' gravi , e de' movimenti , che ne derivano , l' Ugenio aveva fissate le leggi della comunicazione del moto, delle vibrazioni de' pendoli , del centro d' oscillazione ; il Newton ayeva regolato i movimenti circolari e le resistenze de' mezzi ed aveva resa arbitra de' cieli la meccanica : l' Amontone aveva formato un nuovo ramo di meecanica colla dottrina degli attriti; il Varignon aveva semplificata tutta la statica, e ridotte le meccaniche cognizioni a maggiore generalità : il Leibnitz . l' Hôpital , i Bernoulli , il Maclaurin , il Taulor , il Fontaine, ed altri geometri non ad altro pensavano che a'problemi meccanici : l'Etman aveva formato un corpo di dottrina , benche troppo ristretto, delle meccaniche cognizioni : Daniele Bernoulli aveva dimostrati, e ridotti ad evidenza geometrica alcuni principi meccanici ; quando in somma tutto respirava ardore meccanico, tutto mostrava accesa brama, ed inquieta premura deali avanzamenti della meccanica comparve al suo ingrandimento, ed al maggiore suo splendore l'Eulero. Fedele questi alla diletta sua analisi , volle anche introdurla , e farla dominare nella meccanica, L' Ugenio, il Newton, l' Erman, e tutti eli scrittori di meccanica l'illustrarono con esatte e scientifiche dimostrazioni : onde restavano bensì i lettori persuasi e convinti della loro verità, ma non prendevano, come confessa di se stesso l' Eulero [a], una chiara e distinta idea da poter risolvere le stesse questioni , qualdra si presentassero con qualche leggiero cambiamento. Venne l'Eulero, e provandosi a trattare analiticamente le proposizioni sinteticamente dimostrate dal Newton e dall'Erman, vide accrescersegli molto le cognizioni , ed estendersi lungamente le sue vedute ; onde raccogliendo, e trattando alla stessa guisa l'altre verità da altri quà e là disperse , che riguardavano quella scienza , avvenendosi in nuove questioni non ancora toccate da altri, e scio-

<sup>(</sup>a) Mech. Pracf.

gliendole felicemente , ritrovando nuovi metodi , e scoprendo nuove verità, diede al pubblico una meccanica, dove tutta la scienza del moto si vede per la prima volta ridotta all'analisi; ed il felice uso ch' egli ne fece meritò a questo metodo la preferenza, che ha poi continuamente ottenuta sopra tutti gli altri. Questo solo vantaggio rendeva già l'Eulero grandemente benemerito della meccanica; ma ve n'erano anche molt' altri , che gli facevano uguale onore . Non v'era problema meccanico, a cui egli non ricercasse una soluzione, nè principio di meccanica, a cui non apportasse qualche maggior illustrazione, e notabile accrescimento. Sviluppò più chiaramente il principio delle velocità virtuali, quale l'aveva esposto il Bernoulli, e gli recò maggiore generalità [a]. Esaminò il problema del centro d'oscillazione, e il principio, su cui fondava l'Erman la sua soluzione [b]; rese più generale questo principio, e l'applicò alla soluzione di varj problemi risguardanti le oscillazioni de' corpi flessibili ed inflessibili [c]. Contemporaneamente a Daniele Bernoulli trovò il principio, che i meccanici chiamano della conservozione del momento del moto di rotazione, e lo spiegò colla sua solita profondità [d]. Esaminò il principio della menome azione, non bene stabilito dal Maupertuis, e lo riguardò in un aspetto più generale e rigoroso, che gli fa meritare l'attenzione de' geometri [e]. Il problema, che cerca il moto d'un corpo gettato su lo spazio. e tirato verso due punti fissi, è divenuto celebre pel felicissimo uso, che vi fece l'Eulero delle sostituzioni, e pe' risultati , che ne ricavò . Il famoso problema de' tre corpi , quello delle trajettorie ortogonali, e mille altri si vedono sciolti da lui " col superior suo magistero. In somma non v'era problema, che

<sup>(</sup>a) Ac. Bel. at. 1751.

<sup>(</sup>b) Phorosom.

<sup>(</sup>c) Conn. Ac.; Petr. 10m. VII.

<sup>(</sup>d) Opurc, tom. I.

<sup>(</sup>e) Tract. de Isoperimi

non si trasformasse nelle sue mani, e vestisse nuove sembianze, e non gli servisse a produrre nuove verità : nè v'è principio meccanico, che non abbia ricevuto da lui maggior lume. e non siasi colle sue illustrazioni reso più utile, e più sicuro. Ma principalmente la dottrina del moto de' solidi, ch' ei chiama rigidi [a], e noi potremo dir duri, e singolarmente del moto loro di rotazione, che vasto campo non gli aprì da far nascere nuovi rami di dottrine meccaniche, e da cogliere nuove verità? La cognizione de' corpi meccanicamente considerati consiste principalmente, come dice lo stesso Eulero [b], nel conoscere il loro centro d'inerzia, e gli assi lor principali. Per quanto perturbato sia un movimento, si può sempre risolvere in progressivo, che si prende dal centro d'inerzia, e in rotatorio, che volgesi intorno all'asse. Quindi esaminati il centro d'inerzia, e il moto, che ne deriva, prende l'Eulero ad esaminare distintamente gli assi de' corpi , e le loro osservabili proprietà. Non erano conosciute le forze, che l'asse sostiene, o che deono applicarsi perchè questo si conservi nel suo sito; ed egli con particolare attenzione osserva in tutti i casi diversi le forze, che l'asse ha da sostenere, e discute anche quei casi, in cui non sostiene veruna forza. In tutti i corpi trova tre assi principali, cioè tre assi, ne' quali il momento dell' inerzia sia il massimo, e il menomo; e la sua analisi lo conduce al bel teorema, dato già dal Segner [c], che un solido di qualunque siasi figura può girare liberamente intorno a tre assi fra loro perpendicolari, e gli fa vedere le particolari proprietà di questi assi . Il moto progressivo di tali corpi , il moto di rotazione, il moto misto dell' uno e dell'altro, le forze che ddTom. IV.

<sup>(</sup>a) De motu corp. rigid. cap. 1. (c) Specimen theor. Turbinum .

<sup>(</sup>b) Ibid, cap. VIII.

producono tali moti, la variazione di questi moti, e le forze che li fanno variare, l'applicazione a'moti de' corpi celesti, ed a que' delle trottole, delle culle, e d'altri corpi terrestri, e quanto v'è d'utile e di curioso in tali moti, tutto viene trattato dall' Eulero colla solita sua accortezza e profondità . La sottile sua analisi gli presenta l'equazione generale del moto d'un corpo, qualunque siasi la sua figura, e qualunque le forze, che agiscono sopra i suoi elementi, e sopra ciascuna delle sue parti , e lo conduce alle più sublimi e fine scoperte ; e l' Eulero dovrà riputarsi il vero maestro del moto di rotazione, come il Newton del circolare, e il Galileo della discesa de' gravi. Un nuovo ramo della scienza del moto, un notabile miglioramento e raffinamento di tutti gli altri , e sopra tutto una nuova maniera di riguardar la meccanica, ossia la meccanica ridotta all' analisi , rendono l'Eulero tanto benemerito di questa , come di tutte l'altre parti della matematica , e ali danno viemaggiore diritto di pretendere sopra tutto l'impero universale.

Francesi mec -

Inanto che l'Eulero manegiuva da padrone e principe tutte le parti della meccanica, gii presentava la Francia un rivale, che poteva contendergli il principato. L'Accademia delle Scienze di Parigi non voleva essere ad alcun'altra inferiore nel coltivare la meccanica, ed ancor dopo il Mariotte, il Vorignon, l'Amontons aveva il Maupertuis, il Bouguer, il Mairan, il Camus, ed alcuni altri, che con nuovi principi, muove dimostrazioni, nuove sperienze, ed altre nuove scoperte cercavano d'arricchirla. Il problema delle trattorie discusso dal Fontaine eccitò il genio del Clairaut ad illustrare i problemi meccanici. Un altro propostogli dal Klingistierna gli fece etaminare alcuni punti, in cui si unisce la fisica colla meccanica. Le oscillazioni d'un pendolo, che non si fanno in un piano, il problema de' re corsi o nestetto dell'attenzione de'

Clairant

più profondi geometri, la determinazione dell' orbita terrestre. la teoria delle comete, il maneggio delle navi, e varie altre materie diedero campo al Clairaut da mostrare, che non era egli men profondo meccanico che sottile geometra. Ma non era ancora questi l'emulo dell' Eulero pel principato meccanico. Il d' Alembert fu realmente l'unico, che potesse entrare con lui in competenza: la sua dinamica, il trattato della precessione degli equinozi, ed alcuni altri suoi opuscoli gli davano diritto di sedere al fianco del grand' Eulero. Trovava egli la maggior parte de' principi della meccanica od oscuri per se stessi , od annunziati, e dimostrati d'una maniera oscura, onde davano luogo a molte questioni spinose; e si mise a didurre i principi dalle nozioni più chiare, ed applicarli a nuovi usi. Il priacipio da lui ritrovato, che riduce alla considerazione dell'equilibrio tutte le leggi del moto, è stato l'epoca d'una gran rivoluzione nelle scienze fisico-matematiche. Consiste questo, come egli stesso lo espone [a], in ritrovare ad ogni istante il moto d'un corpo animato da un numero qualunque di forze col riguardare il moto, che aveva nell'istante precedente, come composto d'un moto, ch'è distrutto da quelle forze, e d'un altro moto, ch' ei dee prendere realmente, e che dee essere tale, che le parti del corpo possano seguirlo senza nuocersi mutuamente l'une alle altre . Veramente la prima idea di questo principio si può attribuire a Giacomo Bernoulli , il quale nella ricerca del centro d'oscillazione de' pendoli considerò i moti impressi come composti di quelli, che i corpì possono prendere, e di que' che deono distruggersi. Ma il d'Alembere riguardò questo principio d'una maniera generale, gli diede la semplicità, e la fecondità, che gli convengono, e ne fece felicissime applicazioni . La teorla dell'equilibrio e del mo-

z 14 Alembert

dda

(a) Recher. sur la pres. des equia. ec. Introd.

to de' fluidi, e tutti i problemi fin allora risolti da' geometri. erano diventati corollari di questo suo principio. Restavagli a dare un mezzo d'applicare il suo principio al moto d'un corpo di qualunque figura, e da forze qualunque sieno animato. Diedelo nel suo trattato della precessione degli equinozi, e poi negli opuscoli [a], e l'applicò felicemente a spiegare, determinare, e combinare i due fenomeni astronomici della precessione degli equinozi, e della nutazione dell'asse terrestre, e a fare così incontrastabilmente trionfare il Newton, e l'attrazione. Contemporaneamente cercava l'Eulero la soluzione del medesimo problema di determinare il moto del corpo da quali che sieno forze sollecitato, e lo trovò per via tanto diversa, che quantunque confessi avere veduto il trattato della precessione deali equinozi dell' Alembert , non può entrare in sospetto d'averne' prese da lui le tracce, ne molto meno ne dee venire accusato come plagiario; ma benchè gloria sia d'amendue l'avere sciolto per vie diverse un si difficile problema, sempre però n'appartiene al d'Alembert l'onore del primato. La dottrina della resistenza de' mezzi fu da lui trattata con una profondità ed estensione, quale non vi s' era adoperata da nessuno scrittore di meccanica [b], ed applicata alla soluzione di problemi, che nessun altro ardiva toccare [c]. Il problema de' tre corpi , varie questioni su l'attrazione , e le ricerche su vari punti del sistema del mondo gli diedero campo di portare nuovi lumi alla meccanica; e si può dire con verità, ch'è opera della sua sottieliezza e profondità la raffinatezza e perfezione, a cui or è condotta questa scienza. In questo stato della meccanica dopo l' Eulero ed il d' Alembert non parlerò di don Giorgio Juan, tuttochè l'abbia trattata anch' egli col più

<sup>(</sup>a) Tom. I sec. mem.
(b) Essai d'une nouv. thior. de la resist, des fluides.

<sup>(</sup>e) Opuse, tom. 1 p, trois mem.

esatto calcolo, e, ciò che forse è più necessario, colle più attente e più adattate sperienze, ed abbia in vari punti opportunamente corrette le teorle de' geometri [a]; non del suo illustratore D. Gabriele Circar che, nelle note ed aggiunte alla nuova edizione dell' opera del Juan sulle forze vive e morte, sulla forza della percossa, sull' urto de' corpi elastici, e su molti altri simili punti, ha sparsi nuovi lumi, aperte nuove vie, e datoci, si può dire, un nuovo ed importante trattato di dinamica: non del Riccati, che solo ha lasciato un saggio d'una nuova meccanica, che meditava [b]; non del Frisio, benchè ricco di calcolo e di geometria; non del Ximenez, che sì ampiamente e con tanta pienezza ed evidenza di sperienze, e con novità e profondità di dottrina ha trattata tutta la materia degli sfregamenti; non del Lorgna, del Mascheroni, e d'al-'tri moderni, che alcuni punti particolari hanno dottamente trattati. Merita bensì distinti riguardi il la Place, il quale, in tante memorie accademiche, ha presentate le più, fine viste meceaniche, accompagnate da tutta la sottigliezza analitica, e che poi sulla sua meccanica celeste le ha innalzate alla più nobile sublimità. Egli considera l'astronomia come un gran problema di meccanica, e perciò cerca formole e metodi per determinare i centri di gravità de' corpi eelesti , le figure di essi , le oscillazioni de' fluidi che li ricoprono, e i loro movimenti intorno a propri centri di gravità, e a questo fine, per fissare le leggi de' movimenti diversi de' solidi e de' fluidi e del moto in un sistema di corpi in tutte le relazioni possibili fra le forze e le velocità, e per altri punti meccanici, nuovi principj, nuovi metodi, nuove formole, nuove equazioni vengon fuori dalla feconda sua mente, ed accrescono le ricchezze dell'analisi e della meccanica, non meno che dell'astronomia. Ma chiama a se tutta la nostra attenzione la meccanica analitica del

(a) Exam. marit. ec. som. I

(b) Lett. de principj della Meu.

la Grange. Si era questi, fino dal primo suo nascere al mondo matematico , fatto conoscere per una mente capace di recare alla scienza meccanica tutto il suo splendore. Le prime memorie , pubblicate nella miscellanea della Società privata di Torino, furono, più che discussioni accademiche, luminosissime decisioni sul famoso problema del Taylor sulle corde vibranti, che tanto aveva occupati i primi matematici del secolo, e che teneva allora in gloriosa tenzone i tre rinomati eroi di quella scienza Eulero , Daniele Bernoulli , e d'Alembert , Il principio che, per analogia a quello del Maupertuis, volle chiamare principio della menoma azione, fu nelle sue mani fecondo di elegantissime soluzioni di molti problemi difficili di dinamica, che avevano sbigottiti i più valenti geometri, e in quanti punti toccava di quella scienza si mostrava vero Maestro. Venne poi alla luce la sua meccanica analitica, che riscosse l'ammirazione di tutti , e formò una nuova meccanica. Non è questo un trattato di meccanica, come tante altre meccaniche, ma può dirsi piuttosto un'arte di trattare la meccanica , non entra ad esaminare il moto , e cercarvi alcune nuove verità, ma prende di mira la stessa scienza, e riduce la sua teoria, e l'arte di risolvere i problemi, che le appartengono, a formole generali, il cui semplice sviluppo dà tutte le equazioni necessarie per la soluzione di ciascun problema, e rende in somma la meccanica un nuovo ramo dell'analisi. Propone, e spiega il la Grange i principi della statica, e della idrostatica, della dinamica, e dell'idrodinamica, dà le formole generali per l'equilibrio, e pel movimento, ne deduce le proprietà generali, propone i metodi di trovarvi le equazioni, scioglie i problemi, e presenta tutta la meccanica assoggettata alle operazioni algebraiche, e ridotta a maggiore facilità. Dopo la meccanica analitica di la Grange è venuta la meccanica fi-1 losofica di Prony . Non entra questi in definizioni . e spiesa-

zioni, in proposizioni di problemi, e di teoremi, in soluzioni e dimostrazioni, ma presenta un quadro metodico, com'egli dice . de' risultati di quelle . senza immergersi ne' calcoli . che ad esse conducono, e ci pone innanzi le formole, i teoremi, e i problemi, di cui le moderne scoperte de' sublimi geometri hanno arricchita la meccanica, gli usi de' principi, le applicazioni delle teorie , e cerca di far conoscere lo spirito de' metodi , d' indicare i principali anelli della catena che tiene legate fra loro le proposizioni, di facilitare a' lettori i mezzi di cogliere la corrispondenza delle diverse parti della scienza, e metterli in grado di ben comprenderla tutta . Prima di dare questa meccanica filosofica, aveva il Prony recato sommo vantaggio alla meccanica pratica nella sua nuova architettura idraulica, dove de' principi delle teorie , delle sperienze , e delle belle dottrine matematiche e fisiche del d'Alembert, del Juan, del Bernoulli , del Lambert , del Bossut , del Coulomb , e d'altri matematici , fa il più conveniente uso , e la più opportuna applicazione ai movimenti, e alle forze degli uomini, e deeli animali, e de' corpi varj di natura diversa, alla costruzione delle macchine, e a tutte le meccaniche operazioni.

In questo stato di raffinamento, esattezza, e facilità vedesi enerali, ritrovate le equazioni per la soluzione de' suoi problemi, e ridorta tutta la scienza ad analitiche operazioni, sembra, che niente manchi al suo avanzamento, se non ciò che manca all'analisi, di cui si serve. Pure sarebbe da desiderarii, che mentre i sonami geometri si sollevano a cercar formole ed equazioni generali, onde scoprire i movimenti più complicati, e sciogliere le più insuperabili difficoltà, y e ne fossero altri attenti osservatori della natura e delle arti, che esaminassero i fatti, e raccogliessero dati, su cui poter innaltare le teorle, ed applicaryi le algebraiche operazioni. Taltora le speculazioni

meccaniche de' geometri sono mancanti di verità , perchè non sono appoggiate alle osservazioni : talor anche essendo vere e curiose , rimangono inutili , perchè non possono applicarsi alla vera cognizione de' fatti , nè agli usi della natura e dell' arte . Quante bellissime teorie de' più valenti geometri non esclude il dotto Juan [a], smentendole incontrastabilmente colla pratica? Lo stesso Newton conoscendo la necessità delle sperienze per istabilire le teorie, dopo averne fatte e replicate moltissime intorno alle oscillazioni de' pendoli, mostra il suo desiderio, che se ne facciano ancora molte più : che si ripetano quelle stesse; che se ne inventino altre diverse, e che tutte si eseguiscano con maggior diligenza ed accuratezza [b]. Quanto maggiori progressi non potrebbe or vantare la meccanica, se i .filosofi nelle loro meccaniche speculazioni fossero stati più attenti a raccogliere fatti, moltiplicare sperienze, verificar osservazioni, ed avessero presa per guida de' loro calcoli l'osservazione e la pratica! Or la meccanica si è levata a regolatrice delle altre scienze, ed è diventata la chiave per entrare ne' secreti della natura : ormai tutte le scienze fisico-matematiche si possono riguardare come tanti problemi meccanici: pure i meccanici geometri non danno alle loro ricerche la conveniente estensione, e prendono comunemente per oggetto e fine delle loro speculazioni i movimenti de' corpi celesti, e le astronomiche teorie. Quante nuove verità non si presenterebbero a' loro sguardi, se discendendo da' cieli contemplassero su la terra l'infinita varietà di forze, e di movimenti, che la natura e l'arte producono e la cui cognizione se non è tanto sublime e nobile come quella de' moti celesti, può forse essere più utile, e non è certo meno curiosa? La forza della percossa, la coerenza de' corpi , e parecchi altri punti dinamici non sono ancora ben conosciuti, ed interessano la società non meno che i

(a) Exam. ec, tom. I, Prologo, c altr. (b) Princ. Math. tom. II, tez, VI.

movimenti celesti. Che vantaggi non dovvebbono speraze le arti e le scienze, se la meccanica estendesse le sottili sue meditazioni sopra tutti i soggetti, che le appartengono! Noi intanto ci compiacciuno de' miglioramenti analitici recati da' moderni geometri alla meccanica; le desideriamo maggior estensione nelle ricerche, e maggiori ajuti della pratica e dell'osservazione, e passiamo a contemplare l'idrostatica, che è una parte della meccanica.

## CAPITOLO VI

## Dell' Idrostatica .

idrostatica, e generalmente tutta la scienza dell'equilibrio Origine e del moto de' fluidi può considerarsi , ed è realmente una parte della meccanica, benchè talora regolata con alcuni principi alquanto diversi . Noi avendo ora trattata la meccanica de' solidi , spediremo brevemente quella de' fluidi , che ha quasi sempre seguito lo stesso corso . Archimede è anche il primo maestro, o creatore dell'idrostatica, come abbiamo detto che lo è stato della statica. Vanta in quella, come in questa molte macchine, e molte invenzioni, ma trae la principale sua gloria da' principi scientifici, che ha ritrovati. Egli c'insegna, che i solidi più pesanti posati su un fluido verranno a fondo, que' d'uguale peso s'immergeranno senza profondarsi, ed i più leggieri resteranno a galla, anzi messi nel fondo saranno rispinti all' insà con una forza uguale al grado di gravità , in cui il solido è superato dal fluido; dà le leggi dell' equilibrio di diversi solidi generati da sezioni coniche più leggieri de' fluidi , in cui sono immersi ; e spiega i casi , in cui queste conoidi resteranno inclinate , in cui si terranno diritte , ed in cui si rivolgeranno, e si raddirizzeranno; e in tutto mostra quella sot-

gine dell'

Archimede -

Tom. IV.

tiglicaza e sublimità d'ingegno, che lo fanno la maraviglia de' posteri; in tutto parla con una sodezza e profondità, che in tanto lume di meccaniche e geometriche cognizioni poco o nulla vi hanno potuto aggiungere in questi punti i moderni . Dopo Archimede dovremo anche quì discendere con lungo salto a' secoli più vicini . Erone , Ctesibio , ed altri greci inventarono ingegnose macchine idrauliche e pneumatiche , fondate su vere e giuste cognizioni di meccanica, ma non arricchirono l'idrostatica con nuove teorie; Vitruvio, e molto più Frontino mostrano bensì cognizione delle leggi dell'equilibrio, e del moto delle acque , ma contenti di servirsene nella pratica ne' grandiosi loro acquedotti, e in altre operazioni, non si curarono di rischiararle co' loro scritti , nè d'accrescere quella scienza colle loro teoriche invenzioni . Gli Arabi , più portati per le matematiche speculazioni, coltivarono con maggiore diligenza gli studi idrostatici, e i soli titoli di due opere d'Alfeindi , che si riportano nella Biblioteca arabica de filosofi . cioè delle cose che galleggiano nell'acque, e di quelle che in esse s' immergono, provano abbastanza, che non attendevano soltanto alla pratica degli utili loro canali ed acquedotti ana si dedicavano altresì alle idrostatiche teorie.

Ma qualunque sieno stati i loro studj, non è giunta a notra notzia veruna loro scopera idrostatea. Il primo dopo Arklinende, e he abbia recato a questa scienza qualche avanzamento, è stato lo Stevia, il quale, diretto probabilmeme dalla dottrina stessa d'Archimede, e saminò la pressione d'un fiudio sul fondo, e su'lati del vaso, in cui è rinchiuso, e scoprì il paradosso della pressione del fluido ne'vasi convergenti, che può essere molto maggiore del proprio peso; è con più profonde disquisicioni determinò ugualmente la pressione de'fluidi su'lati verticali od inclinati, e su qualunque parte di essi [n].

(a) Stevini Hypomnem. Math. tom. III.

a to Strvin

Gal:Ico .

Archimede e lo Stevin aprirono la via per introdursi nell' idrostatica; ma furono superati dal Galileo, il quale può riputarsi il primo vero maestro di quella scienza. Egli riduce la statica de' fluidi a'medesimi principi di quella de' solidi , e co' pesi, e colle velocità spiega l'equilibrio de'fluidi fra loro, e de' medesimi co' solidi . Quindi non solo abbraccia , e per nuove vie dimostra le proposizioni d' Archimede, ma ne scopre molte nuove e curiose verità ; diduce il teorema , che la mole dell'acqua, che si alza nell'immergere un solido, o che s'abbassa nell'estrarlo, è minore della mole d'esso solido demersa o estratta, ed ha ad essa la medesima proporzione, che la superficie dell' acqua circonfusa al solido alla medesima superficie circonfusa insieme colla base del solido; e conchiude pertanto, che un solido potrà immergersi tutto sotto l'acqua senza sollevare nè anche la vigesima parte della sua mole, e che all' incontro piccolissima quantità d'acqua potrà sollevare un grandissimo solido; riporta molte interessanti curiosità su' fenomeni , che avverranno a' solidi di figure diverse posati sull'acqua, e dimostra, che non la figura de' solidi, ma soltanto la loro specifica gravità li farà galleggiare , od immergersi . Dalla teoria de solidi immersi ne'fluidi , e della parte del peso , che in essi perdono, anzichè, come pensò Vitruvio [a], dalla mole d'acqua scacciata dal solido immerso dove ricavare Archimede la vera quantità d'oro e d'argento della corona del re Jerone; e dalla medesima teoria prese il Galileo argomento di formare la sua bilancia idrostatica, nella quale mettendo all' un braccio un peso lasciato all'aria, e all'altro braccio sospeso altro solido di peso uguale immerso in un fluido, dalla parte del peso, che questo perderà, si potrà didurre la sua specifica gra-

. .

(a) Lib. IX , c, 111.

vità : e questa bilancetta del Galileo è stata la madre di quelle del Castelli , e del Viviani , e di tant'altre bilancie idrostatiche , che hanno poi con tanto frutto servito ad esaminare i pesi non solo de' solidi na molto più de' liquori. Così il Galileo con tanti bei lumi su l'equilibrio de' fluidi si può giustamente dire il primo vero maestro dell'idrostatica . Ma che non avrebbe potuto sperare da lui l'idraulica, e quanti lumi non avrebbe egli recati al movimento de' fluidi , se avesse lasciato scritto quanto su tale materia aveva meditato ed aveva intenzione di sporre al pubblico? La sola lettera sopra il fiume Bisenzio c'insegna parecchie verità su due canali d'uguale pendenza, ma di diversa lunghezza, l'uno tortuoso, l'altro diritto e su la velocità dell'acqua in tali canali e nelle variazioni di direzione; e parla con tale possesso e maestria della materia, che mostra saperne assai più di quello che scriveva, ed essersi inoltrato non meno nell'idraulica , che nell'idrostatica , Non giovò a queste scienze il Galileo solamente co' propri studi ; ma forse ancora recò loro maggiore vantaggio cogli eccitamenti, che diede a' suoi discepoli per coltivarle con profitto : il Castelli , il Torricelli , il Viviani , il Cavalieri , ed altri eruditi conoscitori del moto e dell' equilibrio dell' acqua uscirono dalla scuola del Galileo . Al Castelli dobbiamo un nuovo ramo d'idraulica colla teoria che v'introdusse della misura delle acque correnti , nella quale c'insegnò a calcolare la diminuzione del volume prodotto dalla velocità, dagli altri non osservata . Il Torricelli aprì anch' egli un nuovo campo a questa scienza, ricercò il moto e la velocità, per dir così, virtuale d'un fluido non ancor conosciuta, e determinolla fissando, che non solo un fluido corrente avrà come il solido una velocità corrispondente all'altezza, onde discende, ma che il fluido rinchiuso in un vaso sortendo da un foro aperto nel det-

to vaso avrà una velocità uguale a quella d'un solido, che

Castelli

Torricell

fosse disceso dall'altezza del livello del fluido, e che l'acqua escendo da una fontana salirà sempre , levati gl'impedimenti , ad una altezza uguale al livello di quella del serbatojo. Più ancora giovò il Torricelli all' idrostatica, ed a tutta la fisica colla celebratissima invenzione del barometro. Il Galileo aveva osservato , che l'acqua nella tromba , e generalmente nel vuoto ascende trentadue piedi e non più: volle provare il Torricelli se questa osservazione verificavasi a proporzione negli altri fluidi e trovò infatti, che il mercurio, 14 volte in circa più pesante dell'acqua, non ascendeva che a 27 o 28 pollici, e riflettendo su la cagione di questo fenomeno, trovò, che la colonna d'aria atmosferica, che preme sul mercurio del reservatorio del barometro, è quella, che fa innalzare nel cannello il mercurio fino a mettersi in equilibrio. Questa scopera del Torricelli fu poi incontrastabilmente confermata dal Pascal, il quale colle note sperienze del Monte Puy-de-Dome, e della Torre di san Giacomo di Parigi provò, che quanto più si va in alto, e più piccola per conseguenza diviene la colonna dell' aria atmosferica che preme sopra il mercurio nel vaso del barometro, tanto meno ascende il mercurio nel tubo. Quindi i fisici sono passati a misurare col barometro l'altezza dell' atmosfera, benchè non sieno giunti a determinarla con precisione, e possono col medesimo assai esattamente fissare le altezze delle montagne, conoscere le variazioni dell'atmosfera, e ricavare vari usi molto giovevoli alle scienze ed alla società, e tutto ciò rende sempre più gloriosa ed utile l'invenzione del Torricelli . Il Viviani , il Michelini , il Borelli , e tutta l' Accademia del Cimento con iscoperte, con isperienze, e con trattati hanno molto illustrata la materia delle acque; e l'idrostatica riconosce dal Galileo, e dalla sua scuola, dalla Toscana, e da tutta l'Italia i primi quasi, e migliori suoi lumi.

2

1 franceti

Non era però ristretta alla sola Italia la cultura dell'idrostatica; la Francia parimente si rese molto benemerita di questa scienza. Lascio le speculazioni varie su'fluidi , alle quali si rivolse quà e là nelle sue opere il Cartesio, e nelle quali, benchè soltanto perfuntoriamente toccate , sparge , come in tutti gli altri punti, non poche utili cognizioni. Lascio i fenomeni idraulici del Mersenno, tuttochè in essi non poche utili sperienze si leggano. Ma il Pascal, ed il Mariotte hanno in verità tutto il diritto per riporsi tra' primi maestri di quella scienza . Il Pascal , autore delle sopraddette esperienze barometriche lo fu altresì del primo trattato dove alcune proprietà dell' equilibrio de'fluidi si dimostrano con rigore geometrico [a]. Più avanti andò il Mariotte, e si è meritato più lo studio de' posteriori idrostatici . I primi Italiani non avevano preso ché qualche punto particolare per oggetto delle loro ricerche, e sebbene vi avevano recata gran sottigliezza d'ingegno, e diligenza d'osservazione , pure privi d'opportuni stromenti per le convenienti sperienze, nè ajutati co'lumi degli anteriori geometri, come suole accadere a' primi illustratori di qualunque scienza, non fecero che assaggiare le materie, diradare le tenebre, spargere qualche lume, ed aprire ad altri le vie di stabilire la verità. Il Mariotte, ajutato da' principi, e da' ritrovati degli anteriori idrostatici , co' lumi della geometria , col sussidio degli stromenti potè con replicate ingegnose sperienze, e con giusti ragionamenti stabilire sode teorie su l'equilibrio, e sul moto delle acque, fissare le velocità nell'altezze diverse, e quindi determinare la quantità, che esce da un vaso, o corre per un canale, e ci lasciò in questa parte un corpo di dottrina assai compiuto, ed un'opera classica e magistrale. Il Varignon, il

Parent, il Pitot, e vari altri francesi trattarono chi un pun-

116 Matiotte

(a) Traité de l'equil, des lig-

to, chi un altro, ed illustrarono in varie guise l'idrostatica e pratica, e teorica.

Sembrava nondimeno , che dovesse rimanere all' Italia la Altri italiani . gloria di scoprire più accertatamente gli andamenti delle acque : l'Italia, che tanto profitto, ed anche tanto danno risente dalle acque, era in dovere, ed in necessità di spiare attentamente i movimenti delle medesime , e di fissare con giustezza le loro leggi . Le controversie fra le provincie e potenze finitime per ottenere il godimento delle acque, e per ischivare i loro danni obbligavano i più rinomati geometri a studiare con attenzione queste materie, e talor producevano utili e gloriose scoperte. Il Montanari, più conosciuto per altre sue osservazioni, si fece anche buon nome per lo studio, e per le osservazioni delle acque, di quelle singolarmente, che alla Laguna di Venezia appartengono . Gran riputazione acquisto al Zendrini la sua dottrina sopra le acque correnti : i suoi principi, le sue misure , la sua tavola , i suoi stromenti sono stati riguardati con rispetto, ed hanno servito di regola a quanti hanno maneggiate queste materie . Il gran Cassini in mezzo alle sue celesti speculazioni fu anch' egli destinato ad esaminare le acque, e contemplò i lor canali, e i lor movimenti collo stesso impegno, e colla stessa esattezza, con cui era solito di riguardare le orbite, e i movimenti de' pianeti, e la costituzione de' cieli . Ma il Cassini , già abbastanza ricolmo di gloria per le sue teorie su le stelle , lasciò ad altri quella di darle su' fluidi . Il Guglielmini fu il vero direttore delle acque, misurò le correnti, esaminò la natura de' fiumi, e fu, per così dire, il Cassini delle acque [a]. Aveva il Castelli dato principio alla misura delle acque correnti, e vi aveva calcolata la velocità da altri non contemplata; ma non era andato più oltre ad esaminare le differenze delle velocità , diverse nelle superficie , nel

(a) La misura dell'acque corr. della nat. de fiumi.

mezzo, è nel fondo; il Guglielmini l' ha esaminata in tutte le sue diverse situazioni, e con replicate esperienze, e con fisici e geometrici ragionamenti ha stabilite le sue leggi per la misura delle acque correnti, ed ha formato una scienza dell'idrometria. Più originali sono state le sue speculazioni su la natura de'fiumi; e la sua opera su questa materia è stata detta dal Manfredi [a] non pure originale, ma unica nel suo genere, e nella quale non una, ma due scienze s' insegnano : una intorno alle acque, e l'altra intorno agli alvei de'fiumi. La scienza delle acque non poteva dirsi assolutamente nuova essendo già stata trattata e dal Castelli , e dal Torricelli , e dal Mariotte, e da alcuni altri, e dallo stesso Guglielmini, benchè anche in essa avesse egli in quest' opera saputo fare molti avanzamenti, correggere errori, e trovar nuove verità. Ma la scienza intorno agli alvei de' fiumi , quella che considera le direzioni , le declività , le larehezze , le diramazioni , le sboccature, e l'altre particolarità de'detti alvei, era talmente nuova, che neppur s'erano avvisati i filosofi petersi sopra ciò dare una, scienza. Il Guglielmini fu il primo, che riflettesse, che il nascere e fermarsi degli alvei , essendo opera della natura , doveva soggiacere alle sue leggi costanti; che dalla forza delle acque, e dalla resistenza della materia, che forma il letto degli alvei, dovevano prendersi quelle leggi; che nell'adoperarsi la forza contro la resistenza, l'una e l'altra sono variabili, e cresce l'una, o all' opposto scema nello scemare, o crescere dell' altra; e con questi principi s'applico a ricercare le vere leggi, che segue la natura nella formazione ed alterazione degli alvei, e a ritrovare una compita teoria di essi, ed un'arte ben fondata per regolarli . La situazione , ossia la profondità , larghezza, e declività de' fondi, la diversa loro natura, or d' arena,

(a) Pref. all' Arnot.

or di ghiaja, or di sassi, or d'altro, la rettirudine, o tortuosità degli alvei, l'estrescenza e decrescenza, lo sòocco d'un fiume in altro, gli effetti della loro unione, gli scoli delle campagne, le nuove inalvezzioni, tutto in somma quanto riguazda natura de fiumi, e l'arte di regolatii, è stato da kiu osservato on acutezza d'ingegno, e con maturità di giudizio; es non ha potuto cogliere in tutto la verità, in tutto però ha sparsi molti utili luani, ed ha aperte le vie, e segnate le tracce per rinvenità.

Le speculazioni degli or nominati idrostatici erano fondate nelle osservazioni e sperienze, e dirette da una piana ed elementare geometria tendevano all' uso pratico, ed alla popolare utilità; prese allora un più alto volo l'idrostatica, e guidata da una più sublime, e trascendentale geometria appoggiata alla natura stessa del movimento, ed alle proprietà particolari de' fluidi , stabilì principi più astratti , e dettò leggi più universali . Il Newton diede all' idraulica quella impronta di certezza, e d'evidenza geometrica, che soleva imprimere su quante materie prendeva a trattare [a]. La pressione de' fluidi per ogni verso sopra loro stessi, e sopra i solidi: la densità de' medesimi prodotta dalla pressione superiore; la resistenza al moto de' solidi; la forza per muovere questi , e mille altre verità furono in poche pagine da lui esposte e dimostrate colla solita sua severità. L'osservazione non tanto della cataratta, quanto della vena contratta nell' uscita dell' acqua per l'apertura d'un vaso ha corrette le misure degli anteriori idrostatici, ed ha fissate nuove leggi all'idometria . Il Maclaurin illustrò, e sostenne con tutto il rigore geometrico la cataratta, e tutta la dottrina idrauli-

ff

Newton .

(a) Princ. Math. ec. lb . 11 , sez V ec.

Tom. IV.

## SCIENZE NATURALI

ca del suo maestro [a]. Il Marchese Poleni [b], e Daniele Bernoulli [c] esaminarono con severo e giusto rigore la nuova misura del Newton, e la trovarono conforme alla verità; e sebbene credettero , come hanno anche creduto più recentemente il Bossut [d], ed il Mari [e], poterle apporre alcune, variazioni e ridurla a mazgiore giustezza nelle diverse circostanze de' vasi e de' fori : la scoperta però di quella misura sfuggita aeli altri idrometri tutta deesi alla sottile penetrazione del Newton . Che se Giovanni Bernoulli [f] , ed il d'Alembert [g] hanno rigettata, e combattuta la cataratta, e la dottrina del Newton, e del Maclaurin, non hanno perciò ottenuto, che venga affatto abbandonata dagl'idrostatici, ne lasciano eglino stessi di commendare con molte lodi l'ingegno dell' inventore. La velocità dell'acqua, che esce in qualunque siasi direzione e qualunque sia la figura del lume o foro la forza, da cui è generato tutto il moto dell'acqua, la pressione sul resto del vaso, e mille altre curiose ed utili teorie sono da lui colla solita sua sottigliezza discusse. Il conte Riccati., e Daniele Bernoulli . il Michelotti . e il Jurin hanno assai vivamente disputato a maggiore gloria del Newton su la verità d'alcune sue proposizioni ; e dopo le più sottili indagini , e le più attente osservazioni hanno dovuto arrendersi alle dimostrazioni di quel sublime maestro, e ricevere come assai sicura verità ciò, che da alcuni era stato rigettato come un paradosso. L'osservazione de' moti ritardati dall' acoua che esce da' lumi de' vasi, e le leggi di tali moti; l'esame del moto propagato per le particole de' fluidi , e del moto circolare e vorticoso de' medesimi, i bei corollari, e le interessantissime teorie, che quin-

.026

<sup>(</sup>a) Traité des flux, tom. II.

<sup>(</sup>b) De Castel- et Evist, ad Marin-

<sup>(</sup>c Hydrodyn, sex. 1V. (d) Hydrod, tom- II.

<sup>(</sup>e) Teor. idraul. tom. L.

<sup>(</sup>g) De la resist. des fiuid. Inteod., De l'equil. et du mouv. des fluid. §. 192.

di derivano, provano sempre più l'originalità e superiorità della mente del Newton , che si fa vedere ed ammirare nell' idrostatica, come in tutte le altre parti delle matematiche.

Nuovo aspetto prese la scienza de' fluidi dopo essere stata maneggiata dal Newton ; gl' italiani Grandi , Manfredi , Fo- Altti ecomo tri len, ed altri, padroni del calcolo, e della sublime geometria. e pieni altronde delle osservazioni, e delle pratiche scoperte de' loro nazionali, diedero maggiore ampiezza, e maggiore precisione e verità alle dottrine del Galileo , del Castelli , del Guglielmini, del Newton, e le arricchirono delle proprie loro speculazioni . Giovanni Bernoulli , l' Erman , ed alcuni altri trattarono con tutto il rigore geometrico alcuni punti di questa scienza, e prepararono gli animi de' matematici per ricevere la grand' opera di Daniele Bernoulli , l'originale e profonda sua Idrodinamica. La teoria del moto de' fluidi aveva nonla. occupati, come abbiamo finor veduto, i più illustri geometri, ed aveva pel loro mezzo ottenuta la risoluzione d'alcuni problemi, e la scoperta di varie verità, ma non si era ancor passato a stabilire principi, onde poterla dare in una maniera geperale , e poterla ridurre a scienza esatta . Daniele Bernoulli ebbe la gloria d'innalzarla a quest'onore . Egli fissò due principi, uno della conservazione delle forze vive, e l'altro di dividere il fluido, che si muove in istrati paralleli, e di supporre a tutte le particole di ciascuno strato un moto comune, che abbia per tutti la stessa velocità, e la stessa direzione; ed ajutato da questi principi sciolse tutti i problemi risguardanti il getto, e lo scolo d'un fluido, ch' esce da un vaso o per un

semplice foro, o per uno, o più tubi, o che si mantenga sempre pieno il vaso, o che si vada votando. Il moto de' fluidi ne' vasi di qualsivoglia figura , la pressione de' medesimi fluidi posti in moto contro le sponde de' canali, che li contengono, le leggi delle loro oscillazioni ne' sifoni, o ne' vasi comu-

nicanti , l'urto de' fluidi contro i piani esposti alle loro azioni , la teoria dell'aria, e de' fluidi elastici, tutto viene da lui assoggettato a que' due principj; e se talora qualcuno di questi punti sembra non poter essere compreso sotto i medesimi, la singolare sua accortezza lo sa raggirare con sì ingegnose e plausibili considerazioni fisiche , che finalmente lo conduce dove a lui piace, e lo mette sotto la direzione de'suoi principi . La volubilità del suo ingegno nel trovare risorse nell'analisi per sottomettere a' suoi calcoli tutte le circostanze d'un fenomeno, e l'arte di disporre le sperienze come al presente soggetto si richiedevano, che in tutti i suoi scritti si fanno vedere , spiccano quì particolarmente , e tutto presenta nel Bernoulli l'autore originale, il primo che abbia intrapreso, come dice il d' Alembert [a], di determinare il moto de' fluidi con metodi sicuri , e non arbitrari , il padre , ed inventore d'una nuova scienza. Non per questo restò esente di gravi opposizioni la dottrina di Daniele. Il Maclaurin ricusò d'accettare il principio della conservazione delle forze vive come verità pri-

Maclaurin .

Giovanni Ber

maria, e come base d'una soluzione, ne volle, che la teoria del Bernoulli fosse considerata com'esatta a tutti i riguardi, sesendo fondata in un'i potesta, che non può supporsi estatamene vera, e s'attenne alla dottrina del Newton, che cercò d'ampliare e difendere [6]. Giosnani Bernoulli aveva prima riccutto, ed applicato a' teoremi idrostatici il principio della conservazione delle fozze vive [c]; ma divenuto poi geloso, con esempio forse unico in tutta la storia letteraria, di suo figliuco lo Daniele, per essere entrato a parte con lui nell'ottene il premio dell' Accademia delle Scienze di Parigi, e per doverto forse nel cuor suo riconoscere per superiore nel meritarlo, volta ebabandonare come indiretto qual principio, su cui il figliuo-

<sup>« (</sup>a) De l'equil. et du mono des finid Prel. (c) Conn. And. Petrop. som. Il. (b) Traité des flux. tom. Il.

lo fondava l'idrodinamica, che l'aveva coronato di tanta gloria, e si rivolse a cercarne un altro più a suo giudizio diretto, ed universale, su cui inalzò la sua idraulica da contraporre all'idrodinamica del figliuolo [ez]. Il principio di Giovanni Bernouli Consiste in sortiutire alla somma del pesi di tutti gli strati del fluido una sola forza, che non agisca, che alla superficie, so-situirne un'altra simine alla somma delle forze motrici delle particole del fluido, e fare poi queste due forze uguali fra loro. La teorla di Giovanni Bernoulti ebbe bisogno anch'essa di ricorrere al principio della conservazione delle forze vive, su cui appoggiava la sua Daniele, e soggiaceva in oltre a parecchie difficoltà, che rilevò poscia il d'Alembert [b], nh a potto la sua idraulica superare la solori adl'idrodinamica del fieliuolo.

La questione su la vera figura della terra giovò anche a formare più esatte teorle su l'idrostatica. Ricercossi tale figura per mezzo della misura de'eradi, e per le osservazioni de'pendoli: zna si volle anche didurre dalla sua costituzione, e per mera teoria. A questo fine d'uopo era esaminare attentamente le leggi dell'equilibrio de' fluidi , e la situazione e figura, a cui nel moto e circolare, e di rotazione della terra colle forze centrifuga e centripeta si dovrebbono ridurre, d'uopo era riportare a più esatti calcoli moke teorie idrostatiche. L'Ugenio, ed il Newson furono i primi a ricercare per queste vie la figura della Terra. Il Maupertuis, e il Bouguer trovarono insufficienti per tale oggetto i principi dell'uno e dell'altro . Il principio del Newton era l'uguaglianza de' pesi delle colonne centrali, delle colonne cioè che si tirano dal centro al polo, ed all'equatore, ed alle altre diverse parti del globo . Il Maclaurin generalizzò questo principio, ne didusse molti nuovi teoremi, e li dimostrò rigorosamente col metodo sintetico degli antichi e con un'ac-

Figura della terra deserminara per le leg, gi dell'idrosta-

(a) Hydraul. opp. tem. 1V.

(5) De l'emil. ec. lib. 11 . cap. 11 L.

230

Clarraut .

cortezza ed eleganza, che fecero meraviglia à geometri [a]:
Maggiore generalità diede ancora a quel principio il Cloirau [b]:
egli fu il primo a didurre da esso le leggi fondamentali dell'
equilibrio d'una massa fluida, di cui trutte le parti sieno animate da forze qualunque esse sieno, e trovò le equazioni a differenze parziali, per le quali si possono esprimere queste leggi,
con che fece cambiare la faccia dell'idrostatica. Così dalla quessione tanto dibattuta della verzi figura della terra ricevè l'idrostatica molto maggior esattezza e perfezione, e si formò quasi
una nuova scienza.

Alember

Più avanzamenti le recò ancora il d' Alembert, il quale nel suo trattato dell'equilibrio, e del moto de' fluidi, in quello della risistenza de' medesimi, e negli opuscoli cercò di sostituire principi semplici e fecondi a' metodi degli anteriori geometri, e trattò tutta la scienza de' fluidi d'una maniera più elegante, più semplice, più diretta, più universale, Esaminò egli le proprietà de' fluidi diverse da quelle de' solidi ; e dalla proprietà, ch'essi hanno di ugualmente premere, ed essere ugualmente premuti da tutte le parti , dedusse chiaramente le leggi principali dell'idrostatica e la soluzione geometrica e rigorosa di molti problemi fin' allora non bene sciolti . Conosciuti i principi generali dell' equilibrio de' fluidi , pensò di farne uso per trovare le leggi del loro moto. A questo fine volle applicare al moto de' fluidi il metodo, che aveva stabilito per quello de' solidi, cioè di riguardare la velocità del corpo, che si muove, come composta da due altre velocità, delle quali una è distrutta, e l'altra non nuoce al moto de' corpi adjacenti; ed acciocchè nel moto del fluido le sue particelle non si nuocano mutuamente, supponendo, che la velocità verticale di tutti i punti d'uno strato orizontale è la medesima in tutti , tro-

<sup>(</sup>a) Men. var le flux, es le reflux, de (b) Theor. de la fig. de la terr, la mer.

vò , che la velocità dello strato dee essere in ragione inversa della sua lunghezza, perchè esso non muoca al moto degli altri . Ajutato da questo principio assongettò alle leggi dell'idrostatica ordinaria i problemi, che risguardano il moto de' fluidi come assoggettati aveva alle leggi della statica que' del moto de' solidi , e ridusse così tutte le leggi del moto alle leggi dell' equilibrio, e formò una nuova epoca nella scienza del moto. Il d' Alembert fu il primo, al dire del la Grange [a], che riducesse ad equazioni analitiche le vere leggi del moto de' fluidi , ed anche all' equazioni , che avevano date alcuni anteriori geometri , seppe sostituime altre più generali , e più rigorose ; ma nondimeno non bastava ancora la sua dottrina analitica e molte di quell'equazioni non sono che indicare senza portarsi l'analisi tant'oltre, quanto richiedevasi per avere de'risultati precisi, e che potessero soddisfare alla geometrica scrupolosità. Lo fece poscia l' Eulero [b], e trattò la materia sotto lo stesso punto di vista . ma con più chiarezza ed estensione; e il d'Alembert, e l'Eulero sembravano avere esaurite le risorse, che per la cognizione del movimento de' fluidi può prestare l'analisi. L'osservazione e la pratica fecero vedere a don Giorgio Juan molti elementi, che non erano stati conosciuti, non che curati ed adoperati dagli altri geometri per la costruzione delle loro equazioni; riformò in gran parte, e corresse i loro calcoli idrodinamici , e ci diede teorie non men aggiustate alla rigorosa geometria, e più conformi all' esperienza, e alla verità [c] . Finalmente il la Grange volle ridurre alla maggiore semplicità tutta la teoria de' fluidi ; e vedendo , che gli anteriori geometri per istabilire i lor calcoli abbisognavano di ricorrere ad alcune supposizioni, ed a principi fondati su le proprie-

Juan .

10

(a) Mich. analis. sec. pat., sepe. sect. (b) Acad. de Berl., an. 1755, Acad. de Pietr. 1796, e al. Scient. nav. ec.

tà patricolari de' medestini fluidi, cercò di formare i suoi senza veruna supposizione, stando soltanto su' generali principi, e
di sottomettere tanto i fluidi che i solidi alle medesime leggi
dell'equilibrio, e del moto, e di riunire così la statica e l'idrostatica, la dinamica e l'idrodinamica come rami degli stessi
principi, e come risultati delle stesse formole generali. Ha poi
trattato il la Place, nella meccanica celeste, dell'equilibrio
e del movimento de'fluidi [a]; ed egli non sa toccare matetia, soggetta ad equazioni ed a calcoli, che non l'illustri con
nuovi lumi. E finalmente il Prony nella sua meccanica filosofica [6] ha radunato, e disposto metodicamente quanto in
materia d'idrostatica, e d'idrodinamica conviene conoscerii, e
quasi può dirii quanto si conosce con certezza sulla meccanica de'fluidi.

Altri idrostati

Questi possono dirsi tutti i progressi dell'idrostatica nelle geometriche speculazioni, e nella parte puramente teoretica. Ma questa parte, benché possa forse riputarsi la più sublime e più nobile, è però troppo astratta e ideale per poter essere di qualche uso, ed è in oltre poco sicura. E perciò altri filosofi, volendo rendere questa scienza più giovevole alla società , non si contentavano di profonde speculazioni, ma cercavano d'avanzare nella pratica; ed alcuni senza curarsi molto de' calcoli e delle formole algebraiche correndo dietro i fatti e i fenomeni de' fluidi, e più attenendosi a' principi meramente fisici che a' matematici , altri più saviamente volendo unir l'uno e l'altro, gli analitici calcoli e le fisiche osservazioni hanno studiato di trovare le pratiche verità , non di stabilire le teoriche , e si sono applicati a lavorare macchine , formar ordigni , e porsi in istato di dominare le acque, e di farle muovere a loro grado . Così il Pitor , il Parent , il Papin , e vari altri hanno ritrovate alcune macchine non men utili al pubblico a che

(a) Lib. I cap. cap. IV VIII.

(b) Troisieme partie .

gloriote a' loro inventori , e più di tutti il Belidor nella sua Idraulica architettura ha insegnata scientificamente tutta la pratica di quest'arte. Non si contentavano i geometri di questa pratica, per quanto fosse ragionata e dotta, e vedevano altresì, che non bastavano i loro calcoli e le loro teorie per ben conoscere l'idrodinamica, e poterla assai giustamente applicare agli usi della società, anzi trovavano, pel contrario, che quanto era da Iodarsi la sagacità de' geometri , che avevano lavorato su questa materia altrettanto dovevasi confessare, che non era essa per anco illustrata abbastanza, e che abbisognava d'essere ancora meglio discussa per ricavarne vantaggio. Furono pertanto invitati i geometri a fare una serie d'esperienze in grande, a discutere attentamente queste sperienze, e a combinarle colle teorie; e finalmente nel 1775 il d' Alembert , il Bossut , ed il Condorcet secero per ordine del governo con pubblica autoria tà le sperienze, che stimarono convenienti per fissare la resistenza de' fluidi con esattezza ed utilità; e se ne videro infatti nuovi risultati alquanto diversi da provenienti da altre sperienze; e il Condorcet propose un metodo di trovare le leggi de' fenomeni didotte dalle osservazioni per potersi facilmente applicare alle loro. Ma non hanno pertanto queste sperienze soddisfatte pienamente le curiose brame degl'idrostatici, nè hanno esse avuta quell' estensione di mire, che richiedevasi, nè in quella stessa parte, che hanno presa per oggetto, della resistenza de' fluidi si sono replicate con quella varietà , e con que' riguardi , che abbiano potuto mostrarci i veri andamenti della natura , nè hanno infatti prodotta ne' matematici quella sensazione, che sembrava doversi sperare da' nomi illustri de' loro autori , e dall'apparato , e publica autorità , con cui furono fatte. Cercarono i dotti idrostatici di applicare alle sperimentali cognizioni le geometriche teorie, e darci opere, che c'istruiscono nella prattica e nella teorica idrodinamica . Il Bossut ,

Bossut .

che aveva già pochi anni prima nel 1771 publicato un trattato teorico e sperimentale d'idrodinamica, e che fu il principale e forse l'unico direttore delle ora dette sperienze, seguitò a studiare più attentamente la materia, e fare nuove sperienze, meelio calcolare le teorie consultare gli altri scrittori particolarmente el'Italiani e diede di nuovo la sua idrodinamica arricchira di tanti lumi teorici e prattici, che paragonata colla grande opera della Idrodinamica del Bernoulli, fece vedere a giudizio del Condorcet, quanto in pochi anni fosse avanzata tale scienza: piano più esteso, trattate questioni sconosciute al Bernoulli , e risolute molte altre con maggiore semplicità eprecisione. Dopo di lui ha ancora il Prony fatto altri avanzamenti in questa parte della meccanica. Egli ha spiegati i principi proposti da' precedenti geometri, tanto pel moto e velocità de' fluidi , che per le diverse resistenze , eli ha richiamati a rigorosi calcoli, ne ha confermati alcuni, e rettificati altri, gli ha applicati alla prattica , gli ha osservati , messi in opera nelle macchine e nelle idrauliche operazioni , ed ha prodotta un' opera molto pregiata da' prattici, e da' teorici, ne' suoi volumi della idraulica architettura.

Ma in questa parte di cognidoni teorico-pratiche delle acque bisogna dare la mano agli scrittori italiani i quali, ora beneficati, ora danneggiari dalle acque-, hanno dovuto continuamente studiare come regolare i movimenti di esse a maggiore vantaggio della navigazione e dell' agricoltura, misurarne gli scoli per le irrigazioni, deviarne l'urto, e reprimente l'impeto per impedire rotture ed allagamenti, riparare i danni, e promoverne l'utilità, ed hanno dato al pubblico, su quasi tutti i punti, operre importantisime. Dove trovare un' opera più utile dell' intostatica esaminata ne' suoi principi, e stabilita nelle sue regole della misura delle acque correnti, del Milanese P. Lecchi, che bea fondato nelle geometriche teorie, e

. 254.

Procy .

meninth Google

impiesato per lunchi anni in luochi ed in circostanze diverse in quasi ogni sorte d'idrauliche operazioni, godeva il vantaggio, che a' soprallodati scrittori mancava, di unite le teoriche speculazioni a' variati lumi di una oculata prattica? Egli chiama a rigoroso esame i principi dell' idraulica abbracciati dai precedenti scrittori, separa i veri e sicuri da' dubbi ed incerti, e confuta le teorie de' più celebrati maestri i quali, appoggiati a principi indiretti, e a supposizioni arbitrarie, non riescono coerenti co' risultati delle sperienze e delle osservazioni . Egli prende di mira l'uso delle sperienze per fissare le vere leggi in vari punti di questa scienza e spiega gli abbagli in cui si può incorrere . e le cautele che aver si debbono per venire alla determinazione. La velocità delle acque, la quantità che n'esce da differenti vasi, e per fori diversi, le pressioni de' fluidi, le resistenze de' solidi , le differenze del moto e della velocità delle acque che scorrono liberamente, e di quelle ch'escono per ristretti canali, e quanto può servire per la condotta, per la mi-· sura, e per la distribuzione delle acque, tutto si vede esposto con perspicuità e con sodezza, e forma della idraulica del Lecchi - una delle opere più istruttive, più giuste e più conformi alle verità che sieno uscite su tali materie. Non meno del Lecchi fu impiegato il Ximenez in idrauliche operazioni, e le intraprese ugualmente munito di geometriche cognizioni . I volumi delle varie consultazioni , che in tali circostanze dovè distendere, sono fregiati di molti ed utili problemi, che provano la profonda sua perizia nella scienza idraulica, e servono a maggiore rischiaramento della medesima. Egli ha inventati opportuni stromenti , ed adattate sperienze per verificare le leggi e i fenomeni delle acque correnti , e per prenderne , con qualche esattezza, la misura; e la sua grande opera delle Nuove sperienze idrauliche, a questo fine fatte ne' canali e ne' fiumi, sarà sempre un' opera classica per l'idrometrla. Successore del

Ximenez.

Lecchi nelle incombenze d'idraulico-imperiale in Milano Francesco Re, o de Regi, ha prodotta parimenti un'opera classica in altro oggetto molto importante per la società . Dopo molte osservazioni e sperienze, dopo attenti ed esatti calcoli, ha stabilito la quantità d'acqua di cui i differenti terreni abbisognano, ed ha scritta l'opera dell' uso della tavola parabolica per le bocche d' irrigazione, che a giudizio degl' intendenti della materia è una di quelle che maggiormente sono concorse alla perfezione dell'arte dell'irrigazione, e che ora fa riguardare il Re in tutte quelle parti d'Italia dove tanto è necessaria quest' arte, come il legislatore dell' irrigazione . Nomi illustri sono nella geometria il Frisio ed il Lorgna, e questi pure sono entrati in lavori idraulici, ed hanno ne'loro scritti accompagnati gli astratti calcoli colle prattiche osservazioni a Il Ferrari , il Mari , il Bonati , il Fontana , lo Stratico . ed alcuni altri hanno lasciate opere, dissertazioni, e trattati, dove vanno del pari le pratiche istruzioni colle sottili teorie, fondate sulle sperienze e su i calcoli, e che li fanno vedere non meno oculati prattici, che perspicaci teorici.

Ma dopo tante intigni opere, dopo tante sprienze e tante teorie, dopo tante intigni opere, dopo tante successor e teorie, dopo tante successor e teorie de ancora conosciutu abbastanza l'idrodinamica, e rimane aperto il campo ai valenti matematici, per recarle solidi e nuovi vantagaj, e condurla a maggiore perficione. D'uopo è ancora di molte convenienti sperienze, e di attente osservazioni, per ben cogliere gli atti e gli andiamenti delle acque, e per assicuraria de fatti; d'uopo è ritrovare equazioni e formole generali che, libere di ogni supposizione arbitraria, siano fondate solanno sulla verità de' fonomeni osservati, che diventino nemplici, e facili a tradursi in numeri, e che possano riuscire utili alla prattica. Dopo tante sperienze, e dopo tanti calcoli non sappiamo ancora accertatamente, se sia maggiore la velocità del-

le acque nella superficie, o nel fondo de' canali, nè in quale guisa si faccia l'accrescimento della velocità, nè pur si è trovato un metodo sicuro per misurare dette velocità a nè uno stromento infallibile per fare le giuste livellazioni. Ouanti elementi per le operazioni analitiche non ha osservati il Juan, sconosciuti agli altri geometri [a] ? E come senza curarli si possono formar calcoli, che non vengano contraddetti dalla natura ? Diverse sono le cognizioni, che richiedonsi per le acque ne' tubi e nelle macchine, ne' canali e ne' fiumi, ne' laghi e nel mare. Le sperienze de' fluidi in artifiziosi ordegni, ed in istudiate macchine potranno servire per far conoscere i loro moti, e le forze in alcune poche e ristrette circostanze ; ma non bastano certamente per mostrarli in tutti i loro stati , e ne' più comuni e naturali loro andamenti. L' osservazione attentissima ed oculata degli spontanei eventi, e de' fenomeni naturali replicata in varie circostanze, e con vedute diverse farà meglio conoscere i fluidi agli occhi eruditi , che le minute e. sforzate sperienze, le quali però potranno alle volte regolare le mire delle osservazioni, e verificarne i risultati. Così potranno trovarsi colle sperienze, e colle osservazioni molti fatti isolati, e scoprirsi molte particolari verità, e su la loro cognizione stabilirsi sicuri principi e sode teorie e ricevere la parte geometrica quella giustezza e perfezione, di cui ora non è capace. Che giova il vedere ingombre le pagine di sottilissimi calcoli. se fondati sopra falsi principi, e sopra arbitrarie supposizioni non possono avere la necessaria consistenza ? Il prurito di far pompa di calcolo più che il desiderio di stabilire la verità determina spesse volte i geometri nella scelta de' principi, senza curarsi prima d'esaminarli, e riconoscerne l'opportunità, quasichè dovesse la geometria comandare alla fisica, e non anzi-

<sup>(</sup>a) Exam. ec. tom. II., lib, III.

servita, e prestarsi ubbidiente alle sue disquisizioni. Si cerchino adunque principi veri e sicuri, semplici e fecondi, standiscasi ogni supposizione per quanto possa parere naturale ed evidente, e dieusi allora equazioni, e formole, che conducano a rusultati non ismenti dalla natura e da' fatto.

### CAPITOLO VIL

## Della Nautica .

alla meccanica, e dall'idraulica si forma la nautica, ossia quella parte di essa, che riguarda la costruzione e il maneggio delle navi, e questa può dirsi una scienza nuova, e il cui principio poco più conta d'un secolo . La parte astronomica ed idrografica, o l'arte del pilotaggio ha avuto alquanto prima qualche cultura scientifica : ma la meccanica , benchè sì tardi ridotta a scienza, ha fatto in breve molti progressi, ed ha ottenuti chiarissimi illustratori. Che immenso campo d'erudizione sacra e profana, e di curiose ricerche non ci offrirebbe la storia della navigazione, se noi potessimo esaminare i suoi principi e seguirne tutti i progressi? Ma il nostro istituto ci ristringe soltanto alla parte scientifica, e anche in questa la vastità della materia di rutta l'opera ci obbliga ad una strettissima brevità . Dall'unione di poche tavole, o dall'escavazione di qualche tronco, che servirono alle prime navigazioni, passarono gli antichi a fabricar tali navi, che il d'Alembert [a] sembra credere, che nella parte della costruzione fossero andati più avanti de' moderni; e dovrebbe certo così pensarsi, se le grandiose navi, che si pomposamente ci descrivono alcuni scrittori, fossero realmente state di qualche uso nautico, e non solo d'osten-

Origine della nautica -

a. De la retist. des fluid, Jotrod.

razione e di vanità. Quante pagine di citazioni e di testi non ci vorrebbono per discutere se fu Danao, ovvero Giasone, o qualche altro l'inventore della prima nave lunga presso gli antichi ; se fu Eolo realmente il primo ad usar delle vele , e venne perciò da' greci chiamato Dio de' venti : se i Focensi ebbero i primi il coraggio d'inoltrarsi in lunghe navigazioni ; se i Cartaginesi inventarono le quadriremi; se i Sidonj e i Fenici furono i primi a navigare di notte colla guida delle stelle . e tant' altre questioni non ancora esaminate abbastanza dagli eruditi? E dopo lunghi dibattimenti che altro potremmo ricavara che stiracchiate ed inconcludenti congetture? Noi dunque diremo soltanto, che l'arte di navigare presso gli antichi rimase molto inferiore alla nostra; più lenti, e più ristretti i loro corsi , senza mezzi e stromenti , con cui potersi reggere in alti mari lontani dalla terra : che la navale loro costruzione era anche dalla nostra molto diversa: che grand' uso facevano de' remi, poco intendevano il maneggio delle vele; che abbisognavano per le battaglie navali di puntute prore, di duri rostri, di forti fianchi, nè molto curavano gli alberi e le vele, il centro ed il metacentro, la figura della menoma resistenza, ed altresottili speculazioni de' nostri dì; che qualche cognizione avevano delle stelle per regolare i loro corsi, ma ch'era troppo imperfetta per ardire d'inoltrarsi nell'oceano, e discostarsi molto dalla terra; e che qualunque fosse la loro perizia nella costruzione delle navi, e nell'arte di navigare, tutta era opera della prattica, non derivava da stabiliti principi, e da fondate. teorie, non formava una vera scienza. E infatti nella gran folla di greci scrittori, che sopra ogni materia componevano libri infiniti, non vedo scrittore alcuno di nautica, ne so, che alcuno di essi abbia trattata l'arte di navigare. Sappiamo soltanto da Laerzio [a] che girava per la Grecia una Nautica Astro-

<sup>(</sup>a) In Thalete ...

240

Arabi prim

logica, da alcuni attribuita a Talete, ma più generalmente creduta di un certo Foco di Samo; ma che fosse questa nautica astrologica, se un libro di predizioni astrologiche pe' naviganti, ovvero un' arte di navigare, e libro realmente di nautica, ci è affatto ignoto . I primi autori di questa , che siano giunti a nostra notizia, sono stati gli Arabi, de' quali non pochi scritti rimangono, che abbracciano questa scienza. Il celebre Thabit ben Corrah, che ha illustrate tante parti delle matematiche discipline, scrisse anche su questa un' opera, descrivendo le stelle , ed il loro occaso ad uso dell' arte nautica [a]: trovasi nella biblioreca dell'Escuriale l'opera d'un anonimo, che tratta ancor più direttamente dell' arte di navigare ; ed altri dotti Arabi lasciarono su la medesima gli scientifici loro scritti. Onde vedendo tante opere degli Arabi su la nautica, e niuna degli anteriori scrittori , potremo con qualche fondamento asserire , che ad essi deesi l'avere ridotta a scienza matematica l'arte pratica , quale che allora si fosse , del navigare . Oltre di ciò noi abbiamo provato, che la bussola, qualunque siane la prima origine , può assai giustamente riporsi fra le utili invenzioni tramandateci dagli Arabi [6]. L'uso di questa, le cognizioni astronomiche, in cui tanto studiarono, come poi vedremo, e il maneggio della trigonometria che sì felicemente avanzarono c come abbiamo detto di sopra, avranno fatto nascere dalle loro meditazioni una scienza dell'arte di navigare. Infatti la sopra citata opera di Thabit contiene astronomiche cognizioni accomodate alla nautica; e i primi saggi di questa negli studi degli Europei non erano che nocturlabi , astrolabi , bussole , carte marine, stromenti, e metodi per dirigere le navigazioni coll' ago magnetico, colle astronomiche e trigonometriche cognizioni , colla vista del cielo , coll'ispezione delle stelle .

(a) Casiri Bibl. ar hisp. Esc. to. I , p. 318. (b) V. tom. I , cap. X.

Sangres, picciolo luogo del Capo di San Vincenzo, è stato la culla, dove è nata per noi questa scienza, dove al principio del secolo decimoquinto l'infante di Portogallo don Enrico stabilì un' accademia di nautica, e cogli studi di Giacomo di Majorica, di Giuseppe, e di Rodeigo, e d'altri versati nella marina e nelle matematiche s'inventarono [a] le carte idrografiche, che fanno una parte sì interessante della nautica; si trovarono nuovi stromenti, e nuovi metodi per condursi ne' mari coll'osservazione delle stelle; si fissarono leggi e principi per ben dirigere i rombi; si avanzò e migliorò la nautica colle cognizioni dell'astronomia e della geometria, e si ridusse pel loro mezzo a vera ed esatta scienza. Il Toaldo illustrando un oscuro opuscolo veneziano del secolo decimoquinto , intitolato Rason del martologio, ch' egli ragionevolmente suppone, che voglia dir marilogio, o regola del mare, vi spiega ingegnosamente certi numeri, che sembrano a prima vista inintelligibili , per numeri trigonometrici , e vuole quindi dare a' Veneziani la gloria d'essere stati i primi ad applicare alla nautica la trigonometria [6]. Sia pur vera, come è certo ingegnosa e dotta la spiegazione di quella regola, e di que'numeri; ma non so quanto possa sembrar giusta la sua conclusione a vanto de' Veneziani . L'autore di quell'opuscolo non dà che un prontuario per poter navigare a mente, come ei dice, o per eseguire materialmente le operazioni trigonometriche, che i geometri nautici avevano teoricamente ritrovate per eseguire i richiesti rombi , e regolarsi nella navigazione; ma non mostra d'essere stato lui , nè altro veneziano l'inventore di quelle operazioni . E siccome tutti i problemi , che tratta , i quali non sono che i più semplici del pilotaggio , tutti sono relativi alle carte idrografiche dette piane; e queste carte sono opera dell'. Tom. IV.

160 Applicazione della trigonometria alla pau-

(a) V. tom. III , lib. III , cap. II.

(b) Saggi di Studj Veneti 111.

probabile, che ad essa parimenti deggiasi attribuire l'applicazione della trigonometria alla nautica, quando non anzi si voglia dire esserle prima venuta da' Saraceni , scrittori dell' una e dell' altra. La cognizione delle latitudini e delle longitudini è troppo necessaria alla navigazione per non essere ricercata da' nautici. Non era questa difficile nelle latitudini, le quali coll'osservazione della stella polare, facile d'eseguirsi anche in mare, si può trovare assai giustamente. Ma il problema delle longitudini non voleva sì facilmente lasciarsi superare dalla diligenza de' matematici. Fin dal principio del passato secolo vediamo offerti grandiosi premi dal re di Spagna , e dagli Olandesi a chi proponesse un sicuro mezzo di ritrovarlé nel mare. Il Galileo si presenta all'uno e agli altri co'suoi satelliti di Giove, e cogli stromenti da osservarli in mære , colla barchetta piena d'acqua dentro la nave per tenersi a livello in mezzo a' moti di questa , col celatone per mantenere costantemente applicato all' occhio il telescopio, e coll'orologio a pendolo per contare esattamente le ore : ma diverse ragioni n'impedirono la conclusione, e il problema era rimasto da sciogliersi fino a' nostri dì. I mezzi immaginati dal Galileo erano certamente adattati alla soluzione e fanno grand' onore al loro inventore che fin da quel tempo seppe idearli; ma possiamo fondatamente pensare, che non sarebbe stata ugualmente felice l'esecuzione ; i replicati ed indefessi studi, che si sono voluti in questo secolo per metterli in uso colla dovuta esattezza e ci fanno temere e che non avrebbe potuto allora il Gilileo ridurre al bramato effetto ciò, che la feconda sua mente gli presentava. Nel principio di questo secolo propose un ricco premio il Parlamento d'Inghilterra a chi sciogliesse assai giustamente il problema delle longitudini . A questo bastava un finissimo orologio , il quale costantemente segnando l'ora precisa del mezzo giorno del luogo

donde è uscita la nave, mostri quanti gradi sia da esso lontano quel luogo dove si trova attualmente la nave, richiedendosi 15 gradi di longitudine per fare un'ora di differenza. Ma l'agitazione della nave sconcerta il moto dell'orologio, e perciò non se n'era saputo formar uno tanto perfetto, che conservasse in mare, come in terra, uniforme il suo moto. Bastava osservare le immersioni e l'emersioni de'satelliti di Giove , sapendosi dalle tavole in quale luogo ad ogni momento si debbano vedere questi fenomeni. Ma per queste osservazioni tanto sottili ci vogliono lunghi cannocchiali, e il moto della nave impedisce l'uso di questi. Bastava anche l'osservazione più facile dell' immersione , o dell' emersione di qualche stella zodiacale sotto il disco della Luna. Ma bisognava per questo conoscere esattamente il moto della Luna; e la Luna era stata ribelle , ed ostinata a non arrendersi a' calcoli matematici . La curiosità ingegnosa degli uomini , non meno che l'amore del premio ha saputo in qualche modo superare queste difficoltà. L'Arrisson ha fabbricato un orologio, che si è mantenuto in mare sì uniforme ed esatto, che ha superati i termini della giustezza, che richiedeva il programma del Parlamento, e ne ha riportato il proposto premio: l'Irvino inventò una sedia elastica , che secondando il moto della nave colla sua elasticità , tenesse sempre nello stesso piano l'occhio dell'osservatore, ed agevolasse così l'osservazioni de' satelliti di Giove : l'Eulero ed il Mauer formarono tavole tanto esatte del moto della Luna, che si meritarono, come pure l' Irvino, un premio dall' Inghilterra. Così in varie guise, ma principalmente coll'orologio dell' Arrisson si è sciolto a' nostri di quest' arduo problema, benchè in tutte esiga, o comporti ancora maggiore perfezione, ed ha molto giovato al miglioramento della navigazione. L'uso della bussola è il più valente ajuto, che abbia ottenuto la nautica. Questa è la guida, se non la più precisa e sicura, la

La bussola.

più pronta, più facile, e più comune, che ad ogni luogo, in ogni tempo, sotto qualunque cielo, indicando coll' ago magnetico il settentrione , accenna in qualche modo la via , che possono seguire i naviganti privi d'ogni lume di cielo e di terra . Infatti coll' ajuto della bussola s'inoltrarono nell' Oceano i Portoghesi e gli Spagnuoli , e colla scorta della medesima si scoprirono nuovi mondi. Ma l'ago magnetico, benchè sia sempre rivolto verso la parte settentrionale, soffre però le sue declinazioni, che lo discostano or più, or meno dalla linea, che tocca il polo. Che se fossero sempre costanti tali declinazioni , o se potesse aversi una regola di saperle determinare , si potrebbono calcolare queste determinazioni , e trovarsi ugualmente il punto polare . A questo fine s' inventò un compasso di variazione, che mostra in qualche modo coll'osservarsi ogni giorno il nascere, o il tramontare del Sole, quale e quanta sia in quel giorno la declinazione dell' ago magnetico. L' Allejo, che ha studiata più filosoficamente questa materia, presentò alla Reale Società di Londra una teoria delle variazioni magnetiche; propose un nuovo compasso, ch' ei chiama ozzimutale. il quale le segna con maggiore giustezza : e dopo avere per lunghi viaggi marittimi osservate attentamente tali variazioni , pubblicò le sue carte idrografiche , nelle quali , come dice egli stesso nella prefazione, v'è di propriamente nuovo il ritrovarvisi le linee curve tirate su differenti mari , per far vedere i gradi di variazione dell'ago calamitato. Oltre le declinazioni soffre quest' ago le sue inclinazioni , le quali pure ben conosciute potranno dare maggiori lumi per la sicurezza della navigazione . Il determinare queste inclinazioni fu proposto in annuo quesito dall' Accademia delle Scienze di Parigi, e venne distinto col premio accademico il metodo presentato da Daniele Bernoulli . Il Brander a quest' oggetto formò uno stromento chiamato da lui inclinotorio . Il la Hire , il Muschembroek, ed altri parecchi si sono molto studiati per dare la maggior perfezione ed esattezza alla costruzione dell'ago e della bussola; e sebbene le loro ricerche le hanno apportati alcuni miglioramenti , resta però ancora molto a' dotti osservatori da rettificare e perfezionare. Tutti questi studi diretti alla scientifica cultura della nautica riguardavano il regolamento del corso della nave, e l'arte del pilotaggio, e questa soltanto pareva che fosse presa di mira dalla scienza nautica . Infatti Pietro Medina, il Nonio, il Zamora, il Cespedes, i primi scrittori di qualche grido, e i primi veri maestri di quella scienza, tutti trattavano dell' osservazione delle stelle, della direzione de' rombi , della bussola , de' venti , delle correnti , dello studio e dell'arte del pilotaggio. Verso la fine del passato secolo cominciò ad occupare l'attenzione de' geometri la costruzione e il maneggio delle navi, e questo, ch' era prima soltanto opera di pura prattica, ha in questi anni prodotte dottissime teorie.

Il pilotaggio , come non esige che la semplice geometria elementare, poteva trattarsi ne' passati secoli assai giustamente; ed ha avuto infatti in questi due ultimi precedenti assai dotti la narescrittori : ma la parte del maneggio abbisognava di troppo fina applicazione della geometria sublime ad una meccanica complicata e spinosa per potersi esaminare senza l'ajuto de' moderni metodi geometrici . Il Pardies fu il primo , che ardisse darne un picciolo cenno, quando nel suo Trattato di mecconica. pubblicato nel 1663, trovò per modo d'esempio una dimostrazione della via, che dee seguire la nave spinta da un vento laterale. Questo sol cenno avrebbe dovuto eccitare l'attenzione de' geometri e de' marini : nuove geometriche teorie , nuove cognizioni di prattica marina, nuova scienza teorica e prattica vedevasi sorgere, e la geometria, e la nautica prendere nuova ampiezza, e nuovo splendore. Passarono nondimeno alcuni anni

Renau .

166

Ugcaio .

aperta il dotto gesuita; e il primo ad entrarvi coraggiosamente fu nel 1680 il marino e geometra cavaliere Renau nella sua opera originale su questa materia stampata per espresso comandamento del re nel 1680 [a]. Questa mise in agitazione la maggior parte de' matematici ; questa diede realmente la nascita alla nuova scienza del maneggio della nave; e questa produsse una nuova nautica. Due determinazioni contiene essa, difficili ed importanti : una della situazione della vela la più vantaggiosa per riguardo al vento ed al rombo; l'altra dell' angolo più conveniente del timone colla chiglia. La dottrina del Renau era conforme a quella del Pardies, ed ebbe molti illustri seguaci ; ma incontrò un troppo più forte e chiaro avversario nel dotto Ugenio , il quale mostrò in quella dottrina alcune contraddizioni, e fece vedere, che secondo i principi del Renau le velocità dirette della nave dovevano essere molto maggiori e che da quelli non diducevasi come più vantaggioso l'angolo, ch' egli assegnava alle vele [b]. Rispose il Renau [c], facendosi forte colla regola della decomposizione delle forze, che pareva essergli affatto favorevole, e pubblicò poi una memoria, dove crede dimostrare il principio della meccanica de' fluidi, di cui s'era servito, e che gli era stato contrastato dall' Ugenio [d]. Molti furono i partigiani dell' uno e dell'altro, e molti più si dichiararono pel Renau che per

esaminata in se stessa, si dichiarò per l'Ugenio. Giacomo so-(a) De la théor, de la manoeuvre des (c) Journ. des Sarans . 1694. Vaisseenn . (d) Mamoir. où est demontré un prin-(b) Bibl. univere., ann. 1699.

l'Ugenio . Ma questi contava a suo favore Giacomo Bernoulli, che valeva per molti; ed anche Giovanni, che per la relazione della questione fattagli dal marchese de l'Hôpital si mostrava prima inclinato alla dottrina del Rengu, ma avendola poi

stenne con qualche modificazione la dottrina di questo, e discostossi sì da lui che dal Renau nel non voler considerare la velocità del vento come infinita rispetto a quella della nave [a]. Giovanni trattò più ampiamente la materia [b], e vi apportò più apparato di geometria e di calcolo, che fin allor non s'era veduto. Non volle egli seguire il sentimento di suo fratello nel limitare la velocità del vento, e questo gli tolse il poter determinare con giustezza la velocità delle navi; ma portò per altra parte vantaggio avendo riguardo all'obbliquità a con cui il vento urta la nave, ciò che nè Giacomo, ne l'Ugenio, nè altri non avevano fatto. Cercò l'angolo, che dee formare la vela colla chiglia; dato quello, che forma: la vela col vento, esaminò le resistenze sofferte dalla nave, non solo supponendola, come facevano gli altri, come un rettangolo, ma passando anche a considerarla come formata da un rombo, da una romboide, e da segmenti circolari : calcolò la curvità delle vele, le loro forze, e l'asse, dove queste possono supporsi riunite; trattò in somma questa parte della nautica colla dovuta ampiezza, e colla conveniente dignità ; e sarebbe stata di somma utilità la sua dottrina, se avesse unita qualche prattica alla sublime geometria, che possedeva si pienamente. Ma al contrario il P. Hoste, professore per molti anni nel real Collegio nautico di Tolone, ed autore di due opere molto lodate, e favorevolmente accolte da' marini [c], avrebbe recato molto maggiore vantaggio alla prattica della navigazione, se alle cognizioni, che col lungo studio s'era acquistate di questa, avesse applicato il sodo fondamento di più giuste e fine teorie. Coll' attenta ed indefessa lettura delle storie e de' viaggi, a fine di meglio erudirsi nella nautica, aveva osservate le ingegno-

a68 Hoste

manoeuv. des Vaiss.

<sup>(</sup>a) A.t. Lips, 1696. (c) Theor. de la constr. des Vaiss., et (b) Essai d'une nouv. théor, de la l'Art des Armées navules.

se e sagaci operazioni de' più valenti capitani di marina, e de' più felici viaggiatori; e queste osservazioni gli davano molti lumi per istituire le sue leggi sul costruire le navi , maneggiare le vele, ordinare le squadre, prendere i cambiamenti de' venti, e su infinite operazioni utili, ed anzi necessarie nella prattica della marina. Quindi in tutte quelle materie, che non esigono principi geometrici, o più recondite cognizioni meccaniche, si è meritata l'approvazione de' periti nella nautica, sì prattici, che teorici : ma dov' era d'uopo di sottili indagini su le resistenze de' fluidi contra la superficie, che eli urtano, su le forze delle vele per resistere al vento, e così su altri arcani meccanici, non valse a sostenere il peso della difficoltà anè potè ottenere alla sua dottrina l'approvazione de' teorici, nè la confidenza de' prattici .

Rimaneva dunque ancora da farsi un'opera pienamente istruttiva, e che potesse servire di sicuro codice per le opportune leggi della costruzione e del maneggio della nave. Scrisse brevemente il Parent sopra alcuni punti particolari; ma fondando i suoi calcoli su' principi adoperati da Giacomo Bernoulli, e trascurandone altri troppo necessari, non potè ricavarne i convenienti risultati [a]. Scrisse il Pitot cercando di ridurre a prattica la teorica di quest' arte [b]: ma seguendo egli la teorica de' Bernoulli, ed essendo questa poco adattabile alla prattica, non ne didusse che regole smentite dall'esperienza, e contradette da' fatti. Scrisse il Maclaurin da quel gran geometra che egli era, ma perfuntoriamente soltanto, e toccando un solo problema de' molti, che v'erano da trattare [c]. Tutti questi scritti però si riducevano soltanto ad un limitato numero di sciolte proposizioni, non formavano opere compiute, non ci davano

<sup>(</sup>a) Essais et Rech. de Mark et de (b) La théor. de la manoeuv. des Vaiss. Phys. tom. III. reduite en prat.

<sup>(</sup>c) Traité des fluid. tom. II.

un corpo di dottrina , non presentavano un'esatta scienza . Il Bouguer fu il primo, che si possa realmente chiamare autore classico in questa parte . Ardentemente impegnato per coprire degnamente l'impiego, a cui era destinato, di regio idrografo, aveva egli già scritto fino dal 1727 con gran corredo di geometria su l'alberatura delle navi ; e volendo poi seguitare a compiere la dottrina della navigazione, diede nel 1746 un trattato della nave , della sua costruzione , e de' suoi movimenti . Quindi nel 1753 scrisse un libro del pilotaggio più facile e piano, ed alla portata de' piloti ; e finalmente nel 1757 pubblicò la grand' opera del maneggio delle navi , che diede il complemento al corso di marinerla. Ho segnate forse troppo minutamente le epoche di queste opere per far vedere quanto sia recente la nascita di questa scienza, e quanto essa debba stimarsi fanciulla , e lontana dalla sua maturità . Il Bouguer cercò d'unire le verità scoperte dagli anteriori geometri, singolarmente da' Bernoulli; abbandonò alcuni loro principi, che gli parvero o falsi, od inconcludenti : aggiunse le sue riflessioni, e i suoi ritrovati ; e si studiò di migliorare la prattica , e di proporre una compiuta teorica. Contemporaneamente l'Eulero nel 1740 diede alla pubblica luce la grand' opera della scienza navale, nella quale guidato sempre dal suo genio analitico ridusse al più stretto calcolo, e sollevò alla più sublime geometrìa tutte le operazioni del costruire, e del dirigere le navi : la figura, la collocazione, e il maneggio d'ogni parte; il timone, le vele, gli alberi, i remi, tutto fu da lui contemplato con geometrica severità , tutto venne sottomesso alla diletta sua analisi : e le soluzioni , ch' egli ne ha date , se non sempre sono conformi alla verità, servono nondimeno di guida per ricercarla in quante disquisizioni siano. da farsi ad illustramento dell' arte nautica. Il Bouguer, e l'Eulero hanno in qualche modo oscurati i precedenti scrittori , e sono rimasti i maestri di Tom. IV. i i

171 Enisto Juan -

questa scienza: singolarmente il Bouguer, come ha studiato d'accomodarsi alla prattica, e si è reso più intelligibile a tutti, e più a portata de' geometri, e de' marinaj, così ha ottenuta una fama più universale, ed è divenuto più classico, e di maggior uso nella marina. Ma sì egli che l'Eulero mancavano della prattica osservazione, senza la quale non basta la più sublime e severa geometria a stabilire vere teorie ; onde insegnarono dottrine poco adattabili alla prattica, e proposero regole contraddette dall' esperienza , nè possono pertanto servire di sicure guide nell'arte della navigazione. D'uopo era a questa d'un uomo, che versato nell'algebra e nella geometria, profondo nella meccanica e nell'idrostatica, allevato fra l'onde del mare, ed entro le tavole delle navi, e padrone delle più dotte opere de nautici scrittori si prendesse ardentemente a sviscerare questa materia, e ci desse un'opera contenente tutta la nautica, dettata dalla più oculata prattica, ed attenta osservazione, aggiustata a' più sodi principi della meccanica ed idrostatica, ridotta all' esattezza della più severa geometria, sposta colle più semplici e generali formole d'una sicura analisi. Tale era il dotto geometra, e perito nautico don Giorgio Juan, il quale fornito di tutti gli ajuti geometrici , ed illuminato da una continua e variata prattica, internato negli arsenali, e ne' porti della Spagna, della Francia, e dell' Inghilterra, si mise a contemplare tutte le operazioni della marina, e ad esaminarne i principi, rettificò le regole o false, od inutili, e ne stabilì altre migliori , e così finalmente nel 1771 presentò nel vero suo aspetto la scienza nautica [a]. Come questa non si può reggere sodamente, se non è fondata su'sicuri principi della meccanica e dell' idrostatica . volle il Juan saviamente premettere questo fondamento, e stabilirlo, e fissarlo senza pericolo

(a) Enam. marit. theorico-pratt, vc.

di rovina, e diede nel primo tomo un pieno trattato di tali scienze, dove co' lumi della lunga sua prattica potè correggere vari errori, in cui erano caduti i precedenti geometri, verificare le sottili loro teorle, e ridurle coll'ajuto della geomemetrìa e dell'algebra a più certi ed utili calcoli , e diventare anche in questa autore classico e magistrale. Ouindi venendo immediatamente alla nautica descrisse le navi nelle varie lor parti , ne' loro usi , nelle loro figure , ed assegnò per ciascuna le più opportune misure, ricercò i centri delle navi, e determinò il centro del volume, il centro di gravità, il metacentro : le resistenze , i momenti , le forze , le velocità , il timone , i remi , le vele , gli alberi , le inclinazioni , gli angoli , tutto in somma quanto è da considerare nell'arte della navigazione , tutto è da lui contemplato con penetrante e sicuro occhio, tutto guardato nel vero suo aspetto, tutto sposto con precisione e giustezza y tutto ridotto ad opportune formole ed equazioni , tutto segnato coll' impronta della geometrica e della prattica verità . Gl' inglesi , e i francesi hanno voluto rendersi propria un' opera sì preziosa, ed illustrarla, e arricchirla con traduzioni e comenti; e tutti i posteri venereranno il Juan come il maestro della navigazione, come il regolatore de' venti, come l' Eolo ed il Nettuno de' nautici, il Dio della marina. A maggiore perfezione ed utilità di questa opera, nº ha voluto posteriormente D. Gabriele Ciscar , anch' esso dotto geometra e illuminato navigatore dare una nuova edizione arricchita di molte sue annotazioni ed aggiunte a dove non solamente ha esposti i principi dell'autore, sviluppata la dottrina, e spiegato quanto può servire agli studiosi addetti alla marina, per l'intelligenza di quell'opera magistrale, ma vi ha aggiunte giudiziose riflessioni , vedute generali , nuove applicazioni , ed alcune correzioni. Le forze vive e le morte, la rotazione di un sistema di corpi , i centri di gravità e di oscillazione , la forza i i 2

Ciscar -

della percossa , l'urto de' corpi elastici , e quasi tutti i punti della meccanica, ch' è la parte dell' opera da lui finora illustrata a ricevono nuovi lumi a proposizioni più generali a osservazioni non fatte da altri , teorie più esatte, e molte importanti verità che in vano si cercarebbero nelle celebrate opere de' più stimati matematici : e il Ciscar con questa sua edizione del Juan, più che dotto commentatore, si fa vedere sublime geometra, e scrittore originale. Così voglia e possa egli compiere la sua opera , e pubblicare i tre tomi mancanti , conformi al primo, da tanto tempo desiderati, avremo un'opera su questa materia piena e perfetta, e sederà il Ciscar a fianco del Juan , legislatore della marina . Non è sì profondo nè ha preteso di esserlo, ma è istruttivo ed utile pe' giovani, dedicati alla marina . Don Francesco Ciscar , fratello dell' or lodato Gabriele, nel suo trattato delle macchine e delle operazioni a bordo delle navi [a] . Chapman . Dumaite . Vial de Clairbois , Romme , Gerlae , e qualche altro , hanno dottamente trattato della costruzione delle navi , e d'altri argomenti della scienza nautica, e meritano d'essere letti e studiati dagli applicati a quelle materie. Ma l'oracolo della marina , quello che dovranno su ciascun punto consultare i professori della nautica , sarà il celebrato D. Giorgio Juan , e il suo interpetre D. Gabriele Ciscar. Questi sono i progressi, che in breve tempo ha ottenuta la nautica : i nuovi miglioramenti, che si faranno nella meccanica e nell'idrostatica, maneggiati da prattici osservatori, come Juan e Ciscar, apporteranno vie più avanzamento a questa scienza; e se dessa cercherà sempre di procacciarsi ugualmente gli ajuti delle matematiche, e delle prattiche cognizioni, potremo noi fondatamente sperare di vederla a lunghi passi accostarsi alla desiderata perfezione.

(a) Tratado de las maquines y maniobras a bardo ec.

## CAPITOLO VIII

# Dell' Acustica .

A ristosseno fra gli antichi [a], e fra' moderni Eximeno [b], e può anche dirsi il d'Alembert [c], hanno vigorosamente sostenuto, che la musica è opera dell' orecchio, non ha correlazione colla matematica, e che dee solo riporsi fra le arti piacevoli, nè può avere luogo fra le scienze esatte. Sarebbe stato per noi molto comodo il seguire quest' opinione, e risparmiare il presente capo in un libro, che riuscirà più disteso, che la nostra opera, non comporta; ma il vedere fino da' tempi di Pitagora, fin dal principio stesso della cultura delle matematiche riposta fra queste la musica, anche con preferenza all'ottica, e alla meccanica, e costantemente poi conservata nell' Enciclopedia de' greci , e nel Quadrivio de' latini , trattata in tutti i secoli ne' corsi di matematica, e illustrata sino a' nostri di dall' Alembert , dall' Eulero , e da' più rinomati matematici, non ci permette, lasciando ad altri l'esame della questione, d'abbracciare il sentimento di que' filosofi, e d'escludere dalla storia delle matematiche quella dell'acustica, o della musica. Speriamo nondimeno, che ci possa servire di qualche scusa, se tratteremo troppo ristrettamente questa materia, che , secondo l'opinione di sì illustri scrittori e maestri della medesima, non dovrebbe aver luogo nella nostra opera. Lasciamo dunque a' dotti e diligenti storici della musica il ricercare in Jubal l'inventore di alcuni stromenti di suono, o de' canti accompagnati da questi ; lasciamoli scorrere l' Egitto , la Palestina, la Frigia, la Grecia, ed altre antiche nazioni, ed

musica rista fra le ienze mateariche.

278 Origine della

<sup>(</sup>a' Harm. elem. hib. I.
(c) Elem. di music., Disc. pré(b Dell'origine, e delle regole della lim.
musi ca lib. 1, cap. II.

esaminare in esse la loro musica; lasciamoli trattenere a lor grado co' Thautr, cogli Osiridi, cogli - Apollini, co' Mercurj, cogli antichi Dei, cogli eroi favolosi, benemeriti dell' umanità per l'invenzione di qualche stromento musico; lasciamo ogni curiosa disquisizione de' primi avanzamenti dell' arre musica; e veniamo a riguardarla soltanto quando ci si presenta ridotta a calcolo con qualche apparenza di scienza estata.

176 Pitagora

Osservazione del suono attributo a Fa-

Questo si attribuisce generalmente a Pitagora, il quale vuolsi, che abbia trovato le giuste ragioni, che aver deono le corde , e gli altri stromenti per dare suoni , che sieno armoniosi e musicali . Nota è la favola raccontataci da Nicomaco [a], da Macrobio [b], e da mille altri dei suoni armonici de' martelli d'un ferrajo, trovati da Pitagora di pesi diversi di 6, 8, 9, 12, e dall'applicazione di questi pesi a corde uguali in lunghezza e grossezza, colla quale formò sempre l'armonia de' suoni in quarta, quinta, ed ottava, cioè co' pesi 6 e 12 in ottava, 6 e 9 in quinta, e 6 e 8 in quarta. Per quanto sia stato ricevuto questo racconto da' Greci e Latini . dagli antichi e moderni , dee nondimeno riporsi fra le favole greche, e rigettarsi come privo di verisimiglianza, non che di verità. Tolemmeo osservo la difficoltà, o anzi l'impossibilità di ben accomodare le ragioni de' suoni con quelle de' pesi che tirano le corde [c] . Lo Stillingfleet [d], il Montuela [e], il Burney [f], ed alcuni altri moderni vi hanno osservata l'impossibilità di formare co' martelli battuti su l'incudine un' armonia sensibile, e molto più colle corde tese da tali pesi, i quali avrebbon dovuto essere non nella ragione semplice, ma nella quadrata de' suomi. Ma può in oltre osservarsi in tale vacconto, che non solo si vuol mostrare Pitagora

<sup>(</sup>a) Enchir, harmon, lib. I. (b) Saturn. lib. II, cap. I. (c, Harmon. lib. I, cap. VIII.

<sup>(</sup>d) Princ. and prouv. of harmony.
(e) Hirt des math. part. 1, lib. 111,
(f) Hist. of music. tom. c. V.

poco intendente d'acustica , ma eziandio falso ragionatore. Se i martelli , che battuti rendevano tali suoni armonici , erano di que' pesi , perchè applicar poi i pesi a tendere le corde , e non anzi metterli nelle stesse corde, e renderle più o meno grosse secondo tali ragioni? Ma quantunque una simile narrazione non sia realmente derivata dal fatto, vero è nondimeno, che, cambiata qualche circostanza, era conforme alla dottrina del filosofo musico Pitogora . Piena è l'antichità di fatti simili de' suoi discepoli co' quali pretendevano di mostrare le proporzioni de' musicali intervalli . Teone di Smirna [a] dice , che Laso ermoniese, ed Ippaso di Metaponto ritrovarono tali intervalli col porre in due bicchieri intieramente somiglianti differenti porzioni d'acqua cioè lasciando l'uno vuoto e l'altro mezzo pieno s formavano l'ottava o il diapason, il diatessaron o la quarta coll' empire d'acqua una quarta parte, e il diapente o la quinta col porne una terza. Non so quanto sarà vero il fatto di tali eonsonanze negl'immaginati bicchieri, e temo assai, che possa essere smentito da chi ne faccia un'accurata sperienza. Non so se potrà parere più conforme alla verità altra invenzione del medesimo Ippaso, che ci viene narrata da uno scoliaste di Platone in un frammento pubblicato recentemente dal More li [b]. Prendeva egli quattro piatti di bronzo del medesimo diametro . ma di grossezza diversa, sicchè il primo fosse sesquiterzo del secondo , sesquialtero del terzo , e doppio del quarto , e battendo questi quattro piatti formava una sinfonìa. Questi ed altri simili fatti, se non sono affatto veri, venendo però raccontati da Nicomaco, da Teone, e da altri matematici, e maestri di musica, e creduti da tutti gli antichi, provano certamente quali fossero le loro idee in queste materie, e fanno vedere quanto grossolanamente pensassero nella parte acustica, ossia nella

378 Altre simili scrvazioni »

(a) De muit. esp. XII.

(b) Arist, Orae, etc. ex Bibl. Ven. D. Marci , Pracf.

256

meccanica delle vibrazioni sonore, o della produzione de' suoni, e come opinassero su le armoniche proporzioni.

Diverse sette

Molte furono su queste le sette diverse de' greci : dove sì universale era l'amore, e la cultura della musica, dove tanta parte aveva nella pubblica e privata educazione lo studio della medesima, dove non solo i musici, e i poeti, ma i filosofi, i matematici, i legislatori prendevano a cuore la perfezione di questa scienza, dovevano immancabilmente nascere intorno ad essa differenti opinioni, e contrarie sentenze, dovevano formarsi diversi partiti , e sorgere varie sette . Noi lascieremo al Martini , al Burney , e ad altri storici della musica il parlare della setta Agenoria, della Damonia, dell' Epigonia, dell' Eratoclea, e d'altre anteriori ad Aristosseno, e dell' Archestrazia, dell' Agonia, della Filiscia, dell' Ermippia, e d'altre a lui posteriori , e presenteremo brevemente le tre sole , che in tutta l'antichità ottennero maggior grido , la pitagorica , l'aristossenica, e la tolemmaica. I pitagorici, portati per le ragioni numeriche, e per le metafisiche sottigliezze, volevano regolare tutta la musica co' loro ragionamenti , niente curavano il giudizio de' sensi . Fissarono quindi non poter essere consonanze se non d'intervalli, che s'esprimessero per ragioni estremamente semplici , come quarta , quinta , ed ottava , perchè comprese nelle ragioni 4, 2, 5. Erano curiose e seducenti le molte e bellissime combinazioni di numeriche ed armoniche ragioni, che sapevano ritrarne i pitagorici, e che davano qualche peso al loloro sistema; ma non erano meno patenti gli errori, a cui venivano condotti da un tale ragionamento. La doppia ottava, per esempio, o la decimaquinta, siccome espressa per la semplice ragione di +, era ricevuta per consonanza; ma la quarta sopra l'ottava, ossia l'undecima ottava della quarta, perchè espressa per la ragione 3, veniva rigettata come dissonante, tuttochè l'orecchio ne giudicasse diversamente, e la ri-

1º itagorica

cevesse per consonanza. Così parecchi altri errori derivavano dalla pitagorica teoria, che la facevano comparire poco sicura, quantunque abbracciata da tanti e sì profondi filosofi. Abbandonolla pertanto Aristosseno, e stabili una nuova dottrina, ch' ebbe anch' essa molti seguaci, e formò una setta ugualmente celebre che la pitagorica. Aristosseno, figlio d'un musico, e discepolo d' Aristotele, doveva attenersi più al giudizio dei sensi che a' matematici ragionamenti ; e infatti disprezzava le numeriche calcolazioni e le ideali ed astratte consonanze di Pitagora, fondate su le ragioni degl' intervalli, e quelle soltanto abbracciava, che potevano determinare l'orecchio per la differenza de' tuoni . Supponeva egli , che un tuono fosse un intervallo ben conosciuto, che l'orecchio pel paragone della quarta colla quinta potesse giudicare con sufficiente esattezza e facilità : e perciò faceya il tuono la misura degli altri intervalli, de' più grandi per aggiunta, e de' più piccoli per detrazione ; la quarta era secondo lui composta di due tuoni e mezzo, la quinta di tre e mezzo, e l'ottava di cinque tuoni e due semituoni, o di sei tuoni. E così, come osserva Porfirio [a], gli aristossenici, non meno che i pitagorici, applicavano i numeri alle dimostrazioni della loro dottrina musicale. Gli antichi, sì pitagorici che aristossenici, non conoscevano che tuoni maggiori in ragione di 🕇 , qual' è ora fra quarta e quinta, o fa, sol, ch'è dire 32, 36 : quindi le terze erano per loro dissonanti, come lo sarebbono anche per noi, stando a quelle ragioni : sebbene , come alcuni moderni osservano, ciò fosse più in apparenza che in realtà per le scale da quelli usate diverse dalle nostre [b]. Ma era ben facile di riflettere, che un qualche temperamento in quel sistema di tuoni poteva produrre molto accrescimento nell'armonia; e que-

Tom. IV.

(a) Comment, in Prol. harmon, Pract. (6) V. Sacchi Spec. shear, mur. ed altri . Tolemmaica

sto infatti fu procurato da Tolemmeo . Didimo alessandrino , famoso grammatico del tempo di Nerone, erudito filologo, ed indefesso scrittore , fra le molte centinaia di libri , che lasciò scritti su ogni materia, si prese anche a trattare della musica, e compose un' opera della differenza della pitagorica, e dell' aristossenica [a]. Quest' opera, dalla quale, al dire di Porfirio [b], ricavò Tolemmeo i più utili insegnamenti, conteneva l'invenzione d'introdurre nella scala il tuono minore, e così rendere la terza veramente armonica e consonante. Tolemmeo senpe profittare di quest'invenzione, e ne formò il principale ornamento del suo sistema. Diduno collocò nella scala dopo il semituono maggiore of il tuono minore to, e poi il tuono maggiore 2: Tolemmeo cambio quest' ordine mettendo il tuono maggiore dopo il semituono, e dopo il tuono maggiore il minore, per avere in questo modo il minor numero possibile di terze alterate. Sembra, che Tolemmeo preso fosse da intensa voglia di formare nuove scale, e di cambiar quelle de' musici anteriori : perchè infatti otto forme differenti ha lasciate della scala diatonica , tre affatto sue aggiungendone , e molte novità introducendo nelle altre cinque dagli anteriori musici ricevute . Il numero de' tuoni fu anche da lui riformato; e di tredici, o quindici , che se ne contavano a' tempi suoi , li ridusse soltanto a sette, credendo riuscire più comodo il far tanti tuoni, quante sono le spezie dell' ottava [c]. Queste, ed altre verità formarono il sistema musico di Tolemmeo, che fu in alcune parti trascurato, ma ch'ebbe in altre quasi tanti seguaci come l'astronomico del medesimo. Siccome il terracordo era il fondamento, su cui innalzavansi le teorie de' Greci intorno alla musica, così diverse opinioni fra loro pascevano riguardo alle scale de' tetracordi, ossia ai generi della musica. Tre erano que-

Diversità : tetracordi , di scale loro

(a) Porphyt. Comment. in harm, Ptol. (5) Comment. ec. (c) Harmon, lib. II., cap. IX.

sti presso i Greci; il diatonico, che adoperava soltanto i tuoni , il cromatico , che procedeva anche per semituoni , e l'enarmonico, che faceva uso eziandio de' quarti di tuono : e sul sistema di corde, su la costituzione, o su la scala de' tuoni di ciascuno di essi si dividevano i sentimenti. Diverse erano le ragioni numeriche, e diversi gl'intervalli d' Archita da quelli d'Aristosseno: Eratostene , Didimo , Tolemmeo , e mille altri ne proponevano altri diversi . Plutarco dice [a] che , al principio , tutta la musica era diatonica e cromatica , e che i musici , al dire di Acistosseno , credevano Olimpo inventore del genere enarmonico. Ciò che vediamo negli scritti di Aristosseno è che prima di lui non si riguardava dai musici altro genere che l'enarmonico, e in pochissima considerazione tenevansi gli altri due [6]. Ma poi, al contrario, restò questo dimenticato : la difficoltà dell'esecuzione di quei quarti di tuono e la facilità di dare in urli e strilli al volersi eseguire , lo fece abbandonare dagli stessi Greci , nè più usavasi a' tempi di Plutarco, di Gaudenzio, e di Tolemmeo. Su la diversità de' modi lidi, frigi, dori, e tant' altri, e su la com- Direni binazione di tali modi erano anche molto differenti le opinioni de' Greci , come differenti pur erano su la forma , e su le proporzioni degli stromenti musicali : e in tutto vedevasi quanto occupasse la musica le meditazioni, e lo studio di quella singolare nazione.

Che se entrar volessimo nell'immenso pelago degli scrittori, che s'impiegarono in illustrar questa scienza, come potre- musica. mo trovar fine a questo solo trattato? Fortunatamente per noi il Fabrizio [c] ci ha dato un assai pieno catalogo di tali scrittori ; e posteriormente il Martini [d] non solo ha raccolti k k a

(a) De musica . (6) Lib. 1,

(e) Bibl. er. v. II , lib. III , cap X. (d) Stor della musica t. III, c.VII, VIII.

quanti scrittori e quante notizie di essi ha ritrovato in Fabrizio, in Meibomio, in Vossio, e in altri scrittori, ma trasportato dal giusto amore per la sua diletta arte vi ha anche aggiunti altri uomini illustri , che forse una severa critica non vi avrebbe introdotti : ma ad ogni modo la diligenza di questi scrittori ci dee dispensare d'una simil fatica, tuttochè qualche nuova notizia sebbene poco importante a potessimo ancor addurre. Diremo soltanto, che dopo Laso ermoniese, contemporaneo di Senofane, e di Simonide, verso l'olimpiade LVIII, creduto dagli stessi Greci antichissimi il primo che avesse scritto di musica, fino a' più recenti tempi della greca letteratura vi sono stati infiniti e musici, e matematici, e filosofi, e politici e grammatici e storici e d'ogni maniera scrittori che hanno impiegate l'erudite loro fatiche in illustrare quest'arte . e potrà dirsi con verità, che forse di nessun' altra se ne potrà contar tanta copia, e di nessuna certo ce n'è rimasto ugual numero. Dove trovare scritti greci della pittura, e della scultura ed architettura? Che ci resta della poetica oltre l'opera imperfetta d'Aristotele ? E della stessa retorica , che ha conservati più monumenti didattici , non abbiamo tanti scrittori . quanti tuttora si leggono della musica , pubblicati , o raccolti dal Meursio, Meibomio, Wallis, ed altri. Le stesse matematiche discipline . l'aritmetica , e la geometria , e forse neppure l'astronomia non possono vantare tanti greci dottori, quanti n'abbiam della musica. Anzi gli stessi maestri dell'altre parti delle matematiche lo furono anche di questa; e l'aritmetico Nicomaco , il geometra Euclide , l'astronomo Tolemmeo divisero i loro studi fra la favorita loro scienza, e la musica. Questi, Aristosseno, Aristide Quintiliana, Plutarça, Gaulenzio . Alipio . Bacchio seniore . Porfirio . Teone . e gli altri scrittori finora conservati formano un'assai voluminosa biblioteca della musica greca. Ed oltre tanti scritti rimasti nelle biblioteche, e pubblicati dagli eruditi, abbiamo veduto a' nostri giorni uscire dalle vulcaniche lave di Ercolano , ove era stata sepolta per molti secoli un' opera sconosciuta su la musica dell'epicureo Filodemo , rischiarata colle dotte illustrazioni di Monsignor Rosini , la quale ci fa vedere quante questioni e intorno a quanti argomenti diversi si agitavano sulla musica [a]. Ma in tanta copia di scritti musici dobbiamo pur confessare , che v'è ancora molta scarsezza di buona dottrina , e riconoscere in tanta fecondità di scrittori non poca sterilità. Il solo fragmento della poetica d'Aristotele è anche oggidi venerato da' poeti come il codice delle lor leggi. La sua retorica, e i libri di Demetrio, di Dionigi d'Alicarnasso, di Longino, e d' Ermogene sono i libri classici degli studiosi dell' eloquenza . Euclide , Apollonio , Archimede , Tolemmeo si guardano tuttora come gli oracoli de' matematici. Solo della musica in tanta copia di dotti scrittori non abbiamo un vero maestro. Aristosseno è considerato dal Burneu come il greco Rameau, ch' ebbe in Euclide il suo Alembert [b]; ma sì Aristosseno, ch' Euclide poc'altro insegnano che nomi e definizioni . Nicomaco è l'unico fra molti scrittori della musica pitagorica, che siasi conservato [c]: ma che altro reca Nicomaco della musica, che vani confronti delle voci, e degli astri, ed inutili calcoli delle ragioni de' suoni ? Aristide Quintiliane, al dire del Meibomio [d], raccolse ne' suoi tre libri su la mui sica quanto gli aristossenici insegnarono delle parti musicali di quest' arte, e quanto tutta l'antichità fantasticò su la morale, e su la fisica cosmologica della medesima, e può dirsi aver egli unita la dottrina e la gloria di cutti gli antichi musici . Infatti Aristide ci da qualche idea più distinta del ritmo, e d'altre parti della musica greca che gli altri greci scrittori non fan-

Loso merito .

(a) Philodemi de musica. (b) Hist. of music, cap. V. (e) Meibom. Proeft in Nicom. (d) In Aristid. Quiot. Ep. ad Dett. no: ma oltre che gran parte della sua opera si perde in vané dottrine dell'armonia dell'anima, de' paragoni de' polsi co' ritmi, della sessualità de' musici stromenti, e d'altre simili inezie, tutto ciò poi che la parte veramente armonica e musicale riguarda, non è che spicaazioni, e definizioni, e dottrina meramente teorica, che poco o niente conduce alla vera prattica di quell'arte . Tolemmeo , come ci dice Porfirio [a] , prese la maggior parte di ciò che scrisse dagli scritti degli altri greci , e fu , secondo il giudizio del Burney [b] , il più dotto , più preciso, e più filosofico scrittore in questa materia. Ma Tolemmeo stesso si rende in molti punti inintelligibile, e passa in altri da ragionamenti e dimostrazioni in sogni e deliri . Generalmente in tanto numero di scritti di musica non se ne può trovar uno, che sia realmente sodo ed istruttivo, nè v'è fra tanti illustri scrittori un Aristotele, un Demetrio, un Longino , un vero maestro . Noi lasciamo ad altri più ricchi di cognizioni, e meno stretti dal tempo l'indagare filosoficamente le vere ragioni di questo letterario fenomeno, ed accenneremo soltanto , che forse l'avere tutti trattata la musica come una scienza teorica più che come arte prattica, ha prodetto ne' loro scritti que' vani ragionamenti, e quella sterile aridità.

san Scienza acustica de greci . Ma potremo dir nondimeno, che ad alto grado fosse realmente venuto il loro sapere in questa materia ? Veramente le
loro cognizioni meccaniche nella formazione del suono non possono dirai molto avanzate. Nicomaco [c] lingamente ci spiega la dottrina de' picagorici, e lo strepito e suono, che volevano produrii da tutti i eopi moventisi, e le acustiche proporzioni de' suoni musicali, che credevano poter didurre dal motò circolaze de' sette pianeti. So, che il Gregary [d], il Ma-

<sup>(</sup>a) Comment. in Harm. Ptol. (b) Hirt. ec., l. c. (c) Eachir. harmon, lib. L.

<sup>(</sup>d) Astron. Phys. et Geometr. Elem., Praci.

claurin [a], e qualch' altro moderno hanno preteso di ritrovare in questo sistema pitagorico la sublime scoperta del Newson delle leggi dell'attrazione de' corpi celesti; ma confesso che non so vedervi che somma scarsezza d'astronomiche cognizioni, ed ignoranza delle meccaniche ed acustiche. Questa ignoranza ci viene in oltre mostrata in tutti i Greci dagli spacciati e creduti racconti de' martelli , de' bicchieri , de' piatti , i quali provano nondimeno, che una qualche confusa idea pur v'era de' principi del suono, e degli elementi di lunghezza. grossezza, e tensione, che deono entrare nel suo calcolo. Aristotele nel picciol trattato Dell'oggetto dell'udito, e delle cose ad esso spettanti; ed Eliano nel secondo comentario del Timeo di Platone, riportati da Porfirio [b], sono gli unici antichi , ch' io sappia , oltre lo stesso Porfirio , ch' abbiano trattato della meccanica del suono; ma que' profondi filosofi altro non seppero discoprire, se non che il moto dell'aria è la cagione del suono, che grave producesi col moto tardo, acuto col celere, e che perciò le corde più lunghe e più grosse daranno un suono più grave, grossolanamente sbagliando nel farne l'applicazione agli stromenti da fiato, e generalmente poco sapendo della meccanica del suono.

Ma della finezza, delicatezza, e gusto della greca musica Merito spaccinsi pure portenti, non avrò difficoltà di prestarvi fede . I Greci d'una sì fina sensibilità per le bellezze delle arti, che fanno la meraviglia di tutti i secoli ; i Greci sì delicati particolarmente nell'udito, che anche negli scritti e discorsi prosaici non potevano sofferire pazientemente una dura parola un' aspra collisione di sillabe o di lettere, una clausola disarmonica, un periodo poco sonoro, una pronunziazione meno soave, e in tutto cercavano l'eufonia, i numeri, la sonorità : i Greci

(a) Expos. de la Phil, Newton, lib. 11 . (a) In harm. Ptolom. CD. 11.

sì propensi alla musica, che negli studi scolastici, e nella civile educazione non la perdevano mai di vista; che non solo ne' tempi , e ne' teatri , ma nelle tavole , ne' conviti , nelle conversazioni, ed in ogni incontro adoperavano la musica come il più degno culto degli Dei, e il più soave diletto degli uomini ; i Greci sì prattici nella medesima, che non v'era nobile, nè plebeo, grande, nè piccolo, militare, politico, letterato, che non ne facesse il suo studio la sua occupazione le sue delizie; i Greci che a sì alto punto portarono tutte le arti e le scienze, a qual perfezione non avrann' eglino condorta la musica ? Dicansi pure mancanti e ristretti i loro stromenti , e credasi semplice e piana la loro melopeja; la fina, animata, esatta, e perfetta esecuzione è quella, che dà valore al canto ed al suono, che compensa qualunque pregio degli stromenti, e della composizione, è quella alla fine che forma la perfezione dell' arte musica. Ma noi lasciamo agli storici di questa lo sviluppare distintamente le sue vicende, il distinguere più accuratamente, che finor non si è fatto, quale unione avesse la musica colla poesìa, quali sieno stati i miglioramenti ad essa prodotti, tanto celebrati da alcuni scrittori, quale il corrompimento pianto da altri, e quale la vera indole, quale l'epoca della sua perfezione, e della sua decadenza, e il darci un'idea più chiara ed esatta, che non abbiamo, della musica di quella nazione che sì giustamente interessa l'erudita curiosità. Degli effetti medici , morali , e politici della greca musica si è scritto tanto in questi tre ultimi secoli , e particolarmente in questo nostro, che inutil cosa sarebbe il volerne ora ulteriormente parlare. Qualunque siasi la verità de' fatti descritti dagli antichi, potrà pur dirsi, che essi non deggiano chiamarsi a prova della raffinatezza del gusto greco : effetti simili non tanto vengono dalla perfezione della musica, quanto dalla disposizione di chi l'ascolta; e più se ne sono veduti, e se ne vedranno sem-

Efferri della

pre in popoli rozzi con musica informe, che in polite nazioni, dove sieno giunte l'arti ad acquistar qualche perfezione.

Nè più ci fermeremo su la musica de'romani, i quali se nella prattica , e negli stromenti ebbero qualche diversità da' mani. greci , che possa interessare la curiosità degli storici dell'arte , niente avanzarono nella teorica nè lasciarono scritti che illustrassero questa scienza, e che possano meritare le nostre ricerche . Sant' Agostino , Cassiodoro , Marciano Capella , e più di tutti Boerio sono gli scrittori latini della musica , scrittori però, che più non dissero di ciò, che avevano imparato da' greci, cui ciecamente seguivano. Maggiori lumi si potrebbono forse ricavare dagli scritti degli Arabi , i quali più che i Latini illustrarono cogli scritti la musica e vi apportarono l'ajuto delle matematiche cognizioni . Infatti da un codice d'Al-Farabi intitolato Elementi di musica [\*], che si conserva nella biblioteca dell' Escuriale , si vede , che gli Arabi , benchè seguaci della dottrina de' Greci , non l'abbracciarono senza esame; ch' ebbero forse più giuste cognizioni della parte meccanica de' suoni, che gli stessi loro maestri, e che in vari pun-

198 Degli atabi

(\*) Al Farabi nel libro secondo di quest'opera espone li sentimenti de'teorici ch' erano giunri a sua notizia , e mosrra quanto ciascuno di essi si foste avanzato in quella scienza , ne corregge gli errori . e, come dice egli stesso, emple il vaoto della loro dorrrina a profitto de' censori di queali autori. Diretto de lumi della fisica deride la vanità dell'immaginazione de pitagorici su i suoni de' pianeti , c su l'armonta de cieli. Spieza fisicamenta come per le vibrazioni dell'aria si producano i sunni plu o meno acuti degli stromeori, e quali riguardi debbano aversi nella figara, e nella costruzione di essi per avere i sooni, che si richicagono, L'uso frequentissimo, ch'egli fa delle parole gre-

Tom. IV.

che scritte lo arabo , mostra quanto fosse greca la dortrina arabica della mosica, e la fignes d'ons scala, o dell'armonla di quiudici ruoni , che ci presenta, mentro prova, che non aveva abbracciata la serta de rolemmaich, non facendo consonanti le terze; prova altresi, che non era tampoco della piragorica , poiché faceva consonanti l'undecima e la duodecima, ossia le ottave di quarta e di quinta. Ho creduto di fare cosa gradita a' dotti lettori col eiportare queste brevi notizie per date una qualche idea degli scritti arabici su la musica, e per rendere un pubblico arrestato della mia riconoscenza all' eruditissimo sig. Cariri . che corresemente mi favori di compilarmene uo lungo estratto.

trina. Ma degli scritti arabici su la musica rimasti sepolti nelle biblioteche, poco, o nulla sappiamo, per poterne ritrarre qualche lume, e conoscere i progressi, che dovrà fare quella scienza all'erudite loro fatiche, ma che sono a noi poco noti . Più distinte e chiare notizie potremmo dare della musica della chiesa, se il mero uso di canto e di suono, se qualche varietà, e qualche cambiamento in varie chiese, ed in diversi tempi introdottisi nel medesimo, e non il solo corso della dottrina acustica e musica fosse l'oggetto delle nostre speculazioni. Rimettiamo adunque i curiosi ricercatori di queste notizie alla grand' opera del Gerbert sul canto e su la musica della chiesa [a], al Lebeuf [b], al Burney [c], e ad altri scrittori storici, o didascalici della musica, che molto parlano della sacra, ed accenniamo soltanto, che dalla profana e gentilesca musica de' greci passarono alla chiesa greca i modi de' sacri canti; che dalla chiesa greca ed orientale, come dice sant' Agostino [d], gl' introdusse sant' Ambrogio nella sua di Milano, e quindi nelle altre occidentali; che quasi due secoli dappoi riformò san Gregorio il canto, e lasciato il molle, ed alquanto raffinato, che in molte chiese s'adoperava, altro ne introdusse più piano, e serio, o per dir così cambiò il canto figurato in canto fermo, o che egli fosse inventore della nuova musica ecclesiastica o fosse soltanto come alcuni vogliono. compilatore di vari modi adoperati in varie chiese più confacentisi al divoto suo spirito; che dalla chiesa romana si sparse in diversi tempi per tutte l'altre dell' occidente la musica gregoriana; che nelle orientali introdusse san Giovanni Damasceno una riforma nella musica simile alla gregoriana: che le chie-

(a) De contu et musica sacra. (b) Traité hist, et prot, par le chant

(c) Vol. 11. (d) Confesc, lib. IX cap. VII.

se greche hanno anche modernamente ritenuta la loro musica. senza sdegnare di adottare qualche parte della nostra [\*]; e che lasciando i greci posteriori, che poca, o per dir meglio niuna influenza hanno avuta nella nostra moderna musica. Beda, o chicchessiasi sotto il suo nome, Ubaldo, Odone, ed altri latini de' bassi tempi scrissero su la musica a stando alla prattica delle chiese occidentali , ma adoperando spesso parole tecniche greche, che mostrano chiaramente la derivazione della musica ecclesiastica dalla greca : e che finalmente nell' undecimo secolo il celebre Guidene d'Arezzo formò in qualche modo una nuova epoca in quest'arte, che la rese differente dalla greca, e la fece comparir nuova, e diede in qualche guisa principio alla moderna musica.

Molte sono le opere, che scrisse Guidone su questa ma- Guidone arctiteria , le quali sono rimaste per la maggior parte nascoste nelle biblioreche mentre le sue invenzioni musicali ottennero tosto la fama universale, e gli hanno poi meritato un nome immortale nella posterità. Le produzioni del genio , non i lavori d'una pesante fatica si tramandano a' futuri secoli, e alle rimote nazioni ; e Guidone per alcune invenzioni musicali viverà immortale, e sarà celebrato in tutti i popoli colti, mentre tanti venerati dottori, e gravi scrittori del suo tempo giacciono eternamente sepolti nella polvere cogli scolastici loro libri , sconosciuti , ed oscuri alla dotta posterità , Guidone prese , come i Greci , per fondamento della musica il tetracordo diatonico: ma come i Greci avendo uniti due tetracordi trovarono conveniente d'aggiungervi una corda, che si chiamava proslambanomenos, così egli n'aggiunse un'altra, e fece un esa-

#### 112

(\*) Lampadario, Leone, Allazio, ed aleri. La biblioteca Naniana in Venezia contiene alcuni codici colle note musicali -Altri se ne vedono nella R. Biblioteca di

Napoli , ed altri in varie altre Biblioseche , onde avere una quari continuata serie di monumenti per compiere la storia della musica ecclesiastica greca.

cordo dove varie modificazioni di tuoni felicemente si combinavano: e questa corda segnata da lui col G. greco è la famosa Gamma celebrata fra le invenzioni di Guido. Su l'esacordo dovè questi stabilire il suo solfeggio, e prese a tal fine le sei sillabe tanto rinomate dell' inno di san Giovanni ut , re. mi, fa, sol, la, volendo, che la corda fondamentale di ciascuna delle tre proprietà del canto s'intonasse coll'ut, e l'altre successivamente colle seguenti , e dispose in guisa gli esacordi, che obbligò i cantori a non passare di salto dalla proprietà, che dicono di Bi quadro, a quella di Bi molle, nè all' opposto, senza passare per la proprietà, che dicono di naguro. La mano armonica tanto celebrata dagli scrittori di que' tempi, la scrittura, o i caratteri musicali, cioè i punti, le righe, e le chiavi si credono anche ritrovati da Guidone; e il contrappunto, o com' ei dice la diafonia, su cui vuole vantarsi la moderna musica sopra l'antica, accresce eziandio i meriti musicali di quel famoso maestro : e sebbene il Burney [a] metta ragionevole dubbio su la piena originalità di Guidone in alcune di queste invenzioni , conviene però nell'attribuirgli in tutte tanti miglioramenti che può con qualche diritto passarne per l'inventore. Dopo le novità musicali attribuite a Guidone, la più importante è stata quella delle note, o de' caratteri de' tempi , che segnano quanto su ciascuna sillaba si deggia fermar la voce. Questa generalmente si riferisce da' moderni a Giovanni di Muris nel secolo decimoquarto, benchè lo stesso Giovanni, ed altri scrittori più antichi la derivano da Francone di Colonia, dotto monaco del secolo undecimo, e il Burney [b] da alcune espressioni dello stesso Francone, e da altre contemporanee memorie creda doverle dare ancora maggiore antichità. Altra novità introdusse posteriormente Filippo di Vittà, se vero è, come si vuole comunemente, ch' egli ag-

Francone , Giovanni ,

Filippo di Y

(a) Tom. II , cap. II. (b) lvi cap. III.

giungesse alle note musicali la minima, la quale per altro viene già anteriormente nominata dal Papa Giovanni XXII in un suo decreto del 1322. Il medesimo Filippo si crede pure il primo compositore de' mottetti, che tanto uso hanno poi avuto nella musica moderna: e la prima raccolta e pubblicazione di mottetti notati in musica colle sue parti, che sia giunta a mia notizia, è stata quella del Vittoria d'Avila fatta in Roma nel 1585 [a]. Noi lasciamo a' dotti storici della musica l'esaminare questi punti eruditi, e concludiamo soltanto, che anche in que' secoli di tenebre e d'ignoranza, in que' secoli vuoti per la storia dell'altre scienze può contare la musica molti illustratori, e vantare molti utili avanzamenti : il servigio ecclesiastico, e il culto divino eccitavano l'ardore de' devoti e religiosi scrittori per procurare de' miglioramenti a quell' arte, che si credeva quasi necessaria al suo decoro. Infatti Guiclone e Feancone erano monaci, e nel lungo catalogo, che si potrebbe formare degli scrittori di musica di que' tempi, pochi s'incontreranno, che non sieno monaci od ecclesiastici. Non per erudizione e cultura, non per compiere il quadrivio delle scuole, non per illustrar le matematiche discipline, ma per cantare degnamente i divini uffizi si coltivava lo studio della musica; e i più antichi monumenti, che abbiamo di tutte le varietà, che s'introducevano in quella scienza, tutti vengono da<sup>2</sup> libri di coro, e da canti delle chiese.

Ma coltivandosi anche allora con ardore la volgare poesia, ed occupandosi in questa molti nobili signori, e perfino gli stessi principi, si cominciò a cercare exiandio l'ajuto della musica a maggiore ornamento della volgare poesia; e spesso i poeti non solo componevano la poesia, ma n'inventavano anche il tuono, con cui doveva cantarsi, e talor altresì eglino stessi no

Introduzione della musica nella pocsia volgare.

(a) Thomas Ludovici a Victoria Abu Communi Sanctorum a 4, 5, 6, et 8 polensis Mocteta festorum totius anni cum cibus .

tavano in musica i loro poetici componimenti . Il più antico monumento, a mia notizia, è uno, che si ritrova nella Vaticana , d' Anselmo Faidit del principio del secolo decimoterzo per la morte di Riccardo primo , detto Cuor di Lione , anch' esso poeta, se vero è, come dicesi, che le note musicali sieno dello stesso poeta Faidit . Posteriore a questo , ma di più autentica legittimità , è la cantica del re di Castiglia Alfonso il Savio della metà di quel secolo , la quale esiste nella biblioteca di Toledo colle note musicali , e colle correzioni o postille dello stesso re . Il Burney riporta un altro poema della Vaticana, composto da Tibaldo re di Navarra, il quale sarebbe anteriore alla cantica del re Alfonso, se la sua scrittura musicale fosse certamente opera del medesimo tempo del poema; ma il codice della Vaticana, al dire dello stesso Burney [a], è una copia troppo scorretta per doverla credere molto vicina al tempo della produzione dell'originale; ciò che può anche levare non poco della credenza da prestarsì all'antichità della musica della canzone del Faidit . L'Arreaga [b] cita il monaco Francone, che riporta un verso provenzale, od anzi francese posto in musica, il qual forse potrà somministrare qualche pruova d'altro poema anteriore a quello del Faidit colle note musicali . Non so in qual guisa , ne a quale oggetto riporti Francone quel verso : se l'applicazione delle parole alle note musicali è realmente presa dallo stesso poema, sarà certo una pruowa, che non potrà essere contrastata; ma se è solamente fatta dal Francone secondo che portava il suo argomento, non potrà addursi per esempio di tale anteriorità. Infatti osservo, che il Burney, il quale ha fatto una diligentissima, e minutissima analisi de' trattati musicali di Francone, non fa pur motto del poema, onde questi ricava il detto verso, ma riferisce soltan-

(a) Lib. C.

(b) Le Rivol. del Teatro music. ital. vomo I, cap. IV.

to come il primo monumento a lui noto di poesla volgare posta in musica la sopraddetta cannone del Faitit. Ma checchè sia dell'antichità della musica nella poesla volgare, cero è, che detra applicazione, la quale or è il principale oggetto degli studi musicali, non meritava a que' rempi gran fatto l'attenzione de' dotti, e che questa era intieramente rivolta al miglioramento della musica della chiesa. Per questa si trenvano private scuole più pratiche che teoriche nelle cattedrali, e ne' monasteri, e a questa si riferivano tutti gli seritti di musica, che allora uscivano, al pratitici, che teorici.

Era nondimeno anche a que' tempi guardata da alcuni la musica come una scienza speculativa, ed una parte delle matematiche, più che come un' arte dilettevole, o uno stromento della divozione, e non solo nelle chiese, e ne' chiostri religiosi , ma era anche accolta nelle letterarie Università . La prima , a mia notizia, che l'abbia onorata di gentile accoglienza, fu l'Università di Salamanca, nella quale, secondo il testimonio autorevolissimo in questa materia del celebre Francesco Salinas [0], fu eretta sino dal secolo decimoterzo dal re Alfonso il Saggio una cattedra per la musica . Intellexit enim , riporterò per maggior peso d'autorità le stesse sue parole, Alphonsus Castellae rex hujus nominis decimus cognomento Sapiens, non minus musicae disciplinam, quam carterarum mathematicarum, in quibus ille maxime excelluit, disci oportere. Quamobrem inter primas, et antiquissimas cathedram illius erexit. Nelle Università d'Inghilterra si vedono sin dal secolo decimoquinto alcuni laureati di musica o baccellieri o maestri . o. dottori . come Hunbois , Habengion , Saintwix , ed alcuni altri. Scuola di musica aveva parimente fin dalla metà dello stesso secolo l'Università di Bologna , erettavi dal papa Niccolò V: e infatti nell'anno 1482 stampò in essa un'ope-

Pubbliche seunle di musica -

(a) De Musica Pract.

ra di musica Bartolommeo Rumos [a], dove si vede , che avendo egil per alcuni anni occupata la cattedra di musica di Salamanca, reggeva da qualche tempo quella di Bologaa, chiamatovi con onorevole invito. Nè vedo come mai il Sussi [b], ed il Tirabotohi [c] abbiamo potuto lasciani sedurre di un epigramma, forse non bene inteso, del Biffi, per asserire, che niun principe aveva ancora pensato a fondare pubblica scuola di musica; che Ludovico Sfurzo duca di Milano fu il primo a darne l'esempio; e che Franchino Gifurio fu il primo professore in quella città; ciò che non potè essere che alla fine del secolo decimoquinto. Per tutto quel secolo, ed anche prima v'erano pubbliche scuole in molte Università, e in case spie asvasi comunemente l'opera di Boerio, la quale, com'egi scoso confessa, non è che una compilazione della dottrina di Nicomaco, e d'altri pitagorici; onde quanti allora studiavano fa musica, tutti si formavano co' pitagorici insegnamenti su le tagioni de' tuoni; nè gli scrittori ecclesiastici avevano pensato d'inordurre in esse alcuna riforma. Ma in quel secolo is rese più comune la lingua greca, e i greci scrittori divennero più familiari e domestici, e si diedero pertanto i profesori etudi- a studiare non solo Boerje, on attutti i musici greci; ed in-

Ristoramenti della musica Mecomaco, e d'altri pitagorici; onde quanti allora studiavano la musica, tutti si formavano co' pitagorici insegnamenti su le ragioni de' nuoni; n'e gli scrittori ecclesiastici avevano pensato d'introdurre in esse alcuna riforma. Ma in quel secolo si rese più comune la lingua greca, e i greci strittori divennero più familiari e domestici, e si diedero pertanto i professori eudi-ti a studiare non solo Boezici, on attutti i musici greci; ed introdurre nella lor arre qualche maggiore raffinamento. Fra' moleti sistemi musicali de' greci v'era il sistema remperato, che noi abbiamo brevemente accennaco nel tolemmaico; cioè un sistema, e per formare migliore armonia introduceva una qual-ten alteraziono negl'intervalli [d]; e i oltemmaici infatti alteraziono la ragione del tuono aggiunçando il tuono minore. Ma i latini tutti justagorici, o boeziani giuravano ciecamente nella dottrina de' loro maestri, nel pensavano d'abbracciare il tempe-

(a) Tract. de Musica. (b) Hist. typ. Mediol. (c) Storie della Letter. Ital. tom. VI, part. I, lib. III, cap II. (d) V.Rousseau Diet. de mus., Tempéram.

(d) V.Rociscas Dict. at miss., Temperatus

ramento de' tolemmaici , che forse neppure lo conoscevano . non che d'introdurne degli altri . Il Ramos , guardando con occhio filosofico la musica, ebbe maggiore abilità, o maggiore coraggio, e ritrovò un utile temperamento, volendo alterare le ragioni della quarta, e della quinta; e sebbene dovè soffrire le opposizioni del Burzio, e del Gafario, pur fu poi dopo quasi un secolo sostenuto e promosso dal Zuelino, e trionfo alla fine sì nella prattica, che nella teorica de' musici. L' Eximeno dottamente spiega la necessità de' temperamenti negl' intervalli musicali, e i miglioramenti riportati alla musica colla dottrina del Ramos , del Fogliani , e del Zarlino [a] ; e quella sua copiosa e giusta spiegazione ci dispensa di più fermarci in questa materia. Vasto campo s'offrirebbe alle nostre investigazioni , se volessimo dare qualche notizia degli scrittori di musica , che dopo la metà del secolo decimoquinto , dopo l'introduzione de' lumi della greca letteratura, dopo l'incominciamento della nuova cultura e raffinatezza apportata alle belle arti, si sono veduti sorgere in tutta la colta Europa. Il Lampillas ne accenna parecchi degli spagnuoli, che bastano al suo intento, ma che potrebbono accrescersi molto più [b], L' Arteaga infatti ne nomina molti altri , e ci fa sperare una sua opera su la scienza musica degli spagnuoli, che non solo sarà di gloria alla sua nazione, ma darà molti lumi per tutta la storia della moderna musica [c]. Noi rimettendoci a questi, e ad altri autori d'altre nazioni , che hanno parlato degli scrittori musicali di tutte, diremo soltanto, che sebbene è stato in ciascuna infinito il numero di tali scrittori in que' due secoli decimoquinto e decimosesto, furono nondimeno rispettati fra tut-

Scrittori e

(a) Dublio sepra il Saggio di Con- Spagn par. Il, tomo II, diss. III, 5. V.
trappunto cc. pag. 85. 86. (c) Rivol. del Test. cc. com. I. E. poi

(b) Saggio Istor. Apol. della Lett. morso senz'averla pubblicata.

Tom. IV.

274

vengono anche oggidì riguardati con molta stima dagl' intendenti di quella scienza. Le istituzioni armoniche del Zurlino, tuttochè troppo cariche di vane e fantastiche ragioni , divennero nondimeno il libro classico per gli studiosi della musica prattica e tutte le sue opere musicali servirono ad illustramento della diletta sua arte. Ma i sette libri De musica del Salinas ebbero ancora una fama più universale, e hanno poi conservata più durevole riputazione. Quel celebre cieco, profondamente istruito nella musica prattica, e nella teorica, ed altresì erudito filologo, poeta, filosofo, e matematico, che giustamente viene detto da molti il moderno Didimo , e potrebbe anche chiamarsi lo spagnuolo Saunderson, dopo lungo studio de' greci e de'latini , dopo lunghe meditazioni , e dopo continuo esercizio lasciò a' posteri in quella dotta opera quanto l'erudite ricerche, e l'attente speculazioni, e replicate sperienze nel lungo corso di cinquanta e più anni gli avevano suggerito su la prattica e su la teorica della musica. Non occuparono nondimeno questi dotti scrittori tutto il campo della dottrina musicale, nè chiusero ad altri ogni via di distinguersi in utili e curiose investigazioni. L'illustrazione dell'antica musica, ed il parallelo e l'applicazione di quella alla moderna, diventò lo studio non solo de' musici , ma più anche degli eruditi . Vincengo Galilei , il Doni , il Vossio , il Meursio , e sopra tutto il Meibomio, ed il Wallis, e più recentemente il Burette impiegarono felicemente in questa parte le gloriose loro fatiche, e agli eruditi loro lavori dobbiamo noi le più chiare e sicure cognizioni, che della musica greca abbiamo presentemente. Le dotte dispute, le opportune scoperte, e i felici avvenimenti, che in questi secoli hanno molto contribuito a' mag-

giori avanzamenti della musica, darebbono ampia materia per un copioso trattato, se l'istituto del presente capo, e la vasti-

tà degli argomenti, che restano da trattare, non ci pizzicasse continuamente l'orecchio, e ci tirasse la mano per richiamarci al proposto assunto, e tenerci ristretti entro i confini delle matematiche. Ed appunto nel passato secolo comincia la scienza del suono ad essere trattata con qualche rigore matematico, e assoggettarsi l'acustica alle leggi della meccanica.

Il Galileo dee riporsi alla fronte di questa scienza, come l'abbiamo finora veduto di quasi tutte l'altre . Dalla dottrina de' pendoli ricava egli i principi fondamentali della musica [a]. Con essa risolve il problema delle due corde tese all'unisono, che al suono dell'una si muove l'altra, e risuona; spiega molti fenomeni fisici acustici, appoggia la sua dottrina delle vibrazioni sonore, e prova chiaramente consistere il suono nelle ondulazioni dell'aria prodotte dal moto delle corde, e pervenute alle nostre orecchie. Se tali ondulazioni s'uniscono regolarmente a ferire l'orecchio, nasce una consonanza, e questa è maggiore, quanto, più spesso accade la riunione. L'ottava è formata da due corde, delle quali una fa due vibrazioni mentre l'altra non ne fa che una, nella quinta una ne fa tre, e l'altra soltanto due; nella quarta una quattro, e tre solamente l'altra; e così delle due terze ec.; e quindi le vibrazioni delle corde nell' ottava ad ogni due dell' acuta arrivano unite all' orecchio, ad ogni tre nella quinta ec.; e perciò la più perfetta consonanza è l'ottava, e poi la quinta, e così delle altre. Ma se le vibrazioni delle corde sono incommensurabili , cioè che mai non si uniscano, o non lo facciano che dopo lungo tempo, nasce allora la dissonanza; e perciò dissonante è la seconda, che ha la ragione di 8, 0, ed ha d'uopo non meno che d'8 vibrazioni della corda grave, e o dell'acuta, perchè concorrano a colpire amendue unitamente l'orecchio. Per formare questa va-

m m 2

(a) Dial, I della nuova Scienza.

rietà di suoni, e questi tuoni diversi bisogna stabilire la varietà che tali suoni richiedono nelle corde . Lunghezza , grossezza, e tensione della corda fissano l'acutezza del suono, ch'essa dovrà produrre : lunghezza e grossezza in ragione inversa, e tensione nella diretta. Questa dottrina era già conosciuta da' pitagorici , ma grossolanamente , e senza la dovuta precisione : il Galileo fu il primo a trattarla con esattezza, e diede i primi elementi dell'acustica, che hanno poi servito di base alle sublimi teorie de' più sottili geometri. Determinò dunque il Galileo, che due corde ugualmente lunghe, grosse, e tese suoneranno all'unisono; ma che per formare per esempio un'ottava, o due suoni, l'uno doppiamente più acuto dell'altro, dovrà la corda più acuta essere di doppio minore lunghezza , o di doppio minore diametro , ovvero di quadruplo maggiore tensione, o sia tesa con quadruplo peso, ch' è dire, che l'acutezza del suono seguirà la ragione semplice inversa della lunghezza e del diametro della corda, e la quadrata diretta della tensione, o sia de' pesi, che la tirano. La dottrina del Galileo tanto nella parte armonica, che nella meccanica de' suoni è in generale quella de' pitagorici : ma qual differenza dalla dottrina pitagorica alla galileana ? Innalzata dalla popolare inesattezza alla matematica precisione, appoggiata non a false e grossolane sperienze de' martelli , de' bicchieri , e de' piatti , ma a finissime e giustissime osservazioni de' moti de' pendoli , delle ondulazioni de' fluidi , e delle vibrazioni sonore , levata da una metafisica tenebrosa , e da una misteriosa oscurità alla più chiara luce di semplici ragionamenti, e di palpabili sperienze, si era resa solida e ferma, e degna dell'attenzione de' filosofi anche nello splendore della matematica e fisica de'nostri dì. E che hanno detto in questa parte di più del Galileo il geometra Eulero, e il fisico Nollet ? Il Sauveur istesso, tuttochè creatore d'una nuova scienza, appoggia la sua dottrina alla dottrina or accennata del Galileo. Che se il filosofo musico Eximeno, giustamente impegnato in sottrarre la diletta sua scienza da' ceppi della matematica, rigetta la ragione della consonanza proposta dal Galileo come non abbastanza generale, nè applicabile a tutti i casi dell'armonia [a], confessa però concorrervi tante sperienze, e tante apparenze di ragione, che non è da far meraviglia, che il Gatileo, e gli altri filosofi si sieno indotti ad abbracciarla; nè trova a ridire contro la sua dottrina meccanica della formazione de' suoni diversi a benchè ne provi smentita dalla prattica l'applicazione negli stromenti. La dottrina musica del Cartesio è tanto conforme a quella del Galileo, che il Cartesio stesso pare che voglia schivare la taccia di plagiario , e cerchi di rifonderla nel Galileo [b]; e il Poisson illustratore della sua musica più uso fa delle ragioni e delle sperienze del Galiteo, che di quelle del suo autore Cartesio [c]. Sotto l'ombra di questi due sommi filosofi cresceva la musica, e chiamava l'attenzione del Mersenno, del Gassendo, del Wallis, e d'altri chiarissimi scrittori occupati nell'illustrazione delle più nobili scienze. L'accademia del Cimento, senza entrare nell'esame dell'armonia, prese pur in considerazione la cognizione del suono, e istitul opportune sperienze, e ci diede importanti lumi su la celerità e propagazione di questo . Il Boyle , il Flainsteed . l' Allejo , e vari altri hanno con replicate sperienze cercata la giusta determinazione di tale velocità.

Intanto il Newton ascoltando gli ammateramenti della natura più nelle geometriche sue rasioni , che nelle impressioni de' sensi, per una teoria molto ingenosa e dotta, ma complicita ed oscura, delle vibrazioni dell'aria, e per conseguenza della velocità del suono , dimottro la proposizione, che ", pro-

Newton.

fa Orig. a reg. della Musica lib. I, cap. 11.

<sup>(</sup>b) Fp. XCI , par. II. (c, Elocid. pays in Careeli Musicam

», pagate pel fluido le vibrazioni , tutte le particelle del fluido con moto reciproco brevissimo avanzandosi e ritirandosi . a, s'accelerano sempre, e si ritardano secondo la legge d'un , pendolo, che oscilla ,, e trovò colla sua teoria una velocità di suono pressochè la medesima di quella, che ci dà la sperienza [a]. La teoria del Newton parve tanto ingombrata a Giovanni Bernoulli il figlio, che nel discorso su la Propagazione della luce, premiato dall' Accademia delle Scienze di Parigi nel 1736, non lusingandosi di poterla intendere chiaramente, in vece di studiarla con attenzione stimò meglio di proporre un altro metodo più facile, e più agevole da seguire. e giunse per mezzo di questo alla stessa formola, che il Newton aveva data col suo. Ma sì l'uno, che l'altro metodo hanno incontrate delle opposizioni ne' geometri , perchè amendue suppongono, che il suono si trasmetta per fibre longitudinali vibranti, che si formano successivamente, e sono sempre uguali fra loro, e questa supposizione nè è dimostrata, nè appoggiata su sode pruove. Si vuole anche opporre, che il Bernoulli col suo metodo avrebbe dovuto in quell' ipotesi rinvenire una velocità diversa da quella ch'ei trova, e che è realmente la vera . L' Eulero prima in una tesi difesa in Basilea nel 1727 , e poi nella Dissertazione sul fuoco, che divise il premio dell' Accademia delle Scienze di Parigi nel 1738, ebbe sospetto di falsità su la teoria del Newron, e propose un'altra formola per determinare la velocità del suono diversa dalla newtoniana : ma nè mostrò il difetto di questa, nè diede la dimostrazione della sua. Il Cramer sece alcune dotte osservazioni su la teorla del Newton, e mostrò, che la sua dimostrazione non ve-

aiva dalla natura della cosa, ma soltanto dall'ipotesi, che s'era presa, e che applicata ad un'altra proposizione affatto diversa

(s) Princ. Math. ec. tomo II, prop. XLVIL

avrebbe retto ugualmente . I dotti comentatori del Newton . Jacquier e le Seur, riportano distesamente questa obbiezione loro comunicata dal Cramer; ed eglino stessi confessando. che la dimostrazione del Newton non va esente di difetto, cercano di sostenere la sua proposizione prendendone altronde la dimostrazione; ma i loro calcoli sono così complicati, che non possiamo pienamente affidarci nelle loro conclusioni; e i posteriori geometri infatti non hanno abbracciata la dottrina del Newton; e il la Grange dopo profondo esame l'ha trovata fondata in ipotesi incompatibili fra loro, e che necessariamente portano al falso [a]. Tutti questi punti però, la dottrina del Galileo, e del Cartesio intorno la musica, le sperienze de' fisici , e le teorie de' geometri sopra il suono non erano che piccioli saggi de' moltissimi argomenti , che offre questa materia, e delle infinite speculazioni, che restavano a fare. Il bisogno, che hanno avuto i filosofi de' telescopi e microscopi, eli ha obbligati a studiare con estrema applicazione le differenti vie, e gli accidenti diversi della luce, e formare intorno ad essa una scienza, che avendo per oggetto la nostra vista, prende il nome di ottica: ma come non hanno avuto uguale bisogno di conoscere esattamente ciò che appartiene al suono, nè hanno riguardata la musica che pel piacere dell'udito, pel quale non credevano necessario il cercare le regole nel fondo della filosofià, non avevano rivolte da quella parte le loro speculazioni, ne avevano pensato di fare una scienza per l'orecchio, come l'avevano per l'occhio.

Il Suuveur volle entrare in questo quasi affatto sconosciuto paese, e a misura che più s' inoltrava, tanto più trovava che esaminare, tanto più credeva necessario di formare una scienza acustica, la quale parevagli dover essere più vasta, e non meno curiosa ed importante dell'ottica, che tanto occugos Sauveur

<sup>(</sup>a) Ac. de Turin tom. I.

pava gli studi de' matematici. Le sperienze, le osservazioni, i calcoli , le riflessioni lo condussero a mille nuove scoperte , e presentarono al filosofico e penetrante suo sguardo molte belle ed interessanti novità. La scoperta del suono fisso, la distinzione del suono fondamentale e dell'armonico , l'osservazione delle ondulazioni , o sia delle vibrazioni parziali e separate d'una stessa corda, de' nodi, e del venire di tali ondulazioni e delle curiose diduzioni che ne derivano l'invenzione di certe macchine acustiche che sarebbero state sì utili ed eccellenti, come quelle dell'ottica, nuova lingua musicale più distesa, e più comoda, nuovi caratteri, nuove regole, nuove divisioni de' suoni , nuovo sistema d'intervalli , ed in somma una nuova musica, o, per dir meglio, un'acustica, di cui la musica non è che una sola parte, sono i frutti delle sue speculazioni, ch' egli presentò come in abbozzo all' Accademia delle Scienze di Parigi [a], e che voleva portare alla sua maturità e perfezione. Egli era in verità un fenomeno strano e maraviglioso, the il Sauveur, il quale, come dice il Fontenelle [b], non aveva voce, nè orecchio, non ad altro pensasse che alla musica, e ridotto a prendere in prestito la voce e l'orecchio altrui ne rendesse in cambio dimostrazioni sconosciute a' musici, che gli prestavano quell' ajuto. Qual vantaggio per l'umanità, se la filosofia giungesse a recare tanti soccorsi all' udito, quanti ne ha dati alla vista? Se il Saureur avesse potuto condurre al bramato termine le divisate teorie, se la morte non l'avesse rapito nel corso delle sue meditazioni, sarebbe egli stato il Newton dell'acustica, e noi avremmo questa scienza ridotta alla perfezione dell'ottica. Or nondimeno dobbiamo alla sua diligenza molte scoperte su vari accidenti della propagazione del suono, molte osservazioni su gli stromenti da corda e da fiato, e molte curiose ed utili cognizioni su varie parti del-

(a) Aug. 1700 = 1701 ec.

(b) Eloge de Monsieur Sauveur.

la musica, e dell'acustica; e da alcuni punti della sua dottrina sono poi derivati il sistema fisico del suono del Mairan [a]. e l'armonico del Rameau , e dell' Alembert . I tentativi del Sauveur, e più ancora i brevi cenni del Newton su le vibrazioni delle corde sonore indussero i matematici a trattare questo problema col rigore geometrico, e vincere le difficoltà, che presentava la loro complicatezza. Il primo , che ottenesse la gloria di risolverlo felicemente, fu il Taylor, il quale giunse a dimostrare con esattezza le differenti leggi di tali vibrazioni, e sottomettere al calcolo il moto delle corde oscillanti [b]. Considera egli la lunghezza e la massa di questa, e poi la lunghezza d'un dato pendolo a secondi, e il rapporto della circonferenza d'un circolo al suo diametro, e dà quindi una formola , che esprime il numero delle vibrazioni della corda , durante una vibrazione del pendolo. Cerca la figura, che prende la corda quando forma le vibrazioni , e trova , che non è che una specie di cicloide allungata, ch'ei chiama compagna della cicloide, ed altri geometri dicono curva degli archi. Per determinare questa figura suppone, che tutti i piunti della corda arrivino allo stesso tempo alla situazione rettilinea: e sebbene questa supposizione pare mostrata abbastanza dalla sperienza , vuole pur dimostrarla anche senza il soccorso di essa . Giovanni Bernoulli , che esaminò il problema delle corde vibranti dopo il Taylor, ne diede anche la medesima soluzione. Pareva forse a que' geometri, che tale ipotesi fosse bastante per rendere ragione de' principali fenomeni de' tuoni musicali , o forse credevano , che non bastassero le loro forze per risolvere il problema fuori di quell'ipotesi in tutta la sua generalità. Questa soluzione, tuttochè del Taylor e del Ber-Tom. IV.

(a) Acad. des Scien. , an. 1727.

(b) Math. increm. directa et inver-94 , 1785.

982

Alember

noulli, non contentò la scrupolosa dilicatezza dell' Alembert, e si prese a provare, che anche in quell'ipotesi può prender la corda infinite altre figure, che ugualmente soddisfanno al problema, e che anche senza quell'ipotesi si può determinare in generale la curvità, che ad ogni istante dee avere la corda facendo le sue vibrazioni ; e fece in seguito molte ingegnose ricerche su la natura di queste curve , ch'ei chiama generatrici, e della maniera come esse possono generarsi, che hanno recati molti lumi a' meccanici , a' geometri , ed agli algebristi, e fu il primo, che risolvesse il problema nella sua generalità [a]. La soluzione dell' Alembert era realmente generale, ma sempre supponendo, che la curva generatrice fosse regolare e che potesse essere compresa in una equazione continua. L'Eulero trattò il problema con un metodo analogo a quello dell' Alembert ; ma gli diede maggiore generalità ; e conchiuse, che qualunque curva serpeggiante, continuata dall' una e dall'altra parte alternativamente di sopra e di sotto all' asse, sia regolare od irregolare, sarà propria per la soluzione di quel problema [b]. Questa soluzione, benchè fatta con un metodo molto analogo a quello dell' Alembert , e simile alla sua in molti punti essenziali, era nondimeno diversa, più diretta, più analitica, più applicabile a tutte le questioni di questa spezie, ed evidentemente più generale. Non potè sofferire quietamente l'Alembert il dover partire con altri la gloria d'una sì bella scoperta , nè vide nella soluzione dell' Eulero che i tratti di somiglianza colla sua, nè la crede sufficiente per tutti i casi, in cui nella curva generatrice non si seguisse la legge della continuità [c]. Ma non tardò a rispondergli l' Eulero, e sostenne avere la sua soluzione tutta la necessaria esat-

(a) Acad. de Berlin., an. 1747. (b) Acad. de Berlin. 1748. (e) lvi ann 1710.

tezza, e la conveniente generalità [a]. Mentre in questa guisa si dibattevano que' due eroi della matematica, venne in campo un altro non meno valente atleta, il profondo e sodo Daniele Bernoulli, e volle in qualche modo togliere ad amendue la gloria, che tanto si contrastavano, e darla intiera al Taylor , primo risolutore di quel problema . Egli crede di dimostrare, che la soluzione del Taylor è capace di soddisfare a tutti i casi possibili , e stabilisce la proposizione generale , che qualunque possa essere il moto d'una corda tesa; essa non formerà mai altro che una, o un complesso di due, o più cicloidi allungate. Quindi vuole, che i calcoli dell' Alembert, e dell' Eulero niente più insegnino che que' del Taylor, e riduce il merito della soluzione, che dà egli stesso, a quello soltanto d'avere saputo applicare al metodo del Taylor un' analisi tutta nuova, che non esisteva al tempo di lui, cioè quella delle differenze parziali . Rispose l' Eulero alle obbiezioni del Bernoulli , e il calore della disputa fra due sì profondi geometri fece germogliare molte nuove ed interessanti verità su le oscillazioni delle corde e dell'aria su la formazione del suono su eli stromenti da corda e da fiato e su molti altri punti risguardanti questa materia. Era da vedersi con piacere accompagnato da maraviglia e rispetto quella lunga e gloriosa lotta di que' due geni sublimi [b]: uno spiegava tutte le forze dell'analisi, l'altro per potersi reggere senz' averne di bisogno impiegava tutta l'arte, e tutta la sagacità d'uno spirito inesauribile in risorse ; uno profondeva prodigamente sforzi e calcoli, perchè niente costavano al suo genio fecondo ed istancabile : l'altro sempre semplice , elegante , e facile metteva la sua gloria in fare molto con poche forze, senza dover teme-

(a) Ivi ann. 175\$.

(b) V. Eloge de Monsieur Daniel Bernoulli . Ac. des Scien, de Paris 178 s.

nevano sospesa di meraviglia del sublime loro sapere tutta la matematica Europa [a]. Dopo il Newton, il Taylor, i due Bernoulli, il d'Alembert, e l'Eulero, entrò coraggiosamente nel campo il giovinetto la Grange, e toccò a lui il raccorne gli allori. Egli esamina la dottrina del Newton su la propagazione del suono, espone l'analisi pura ed esatta del problema secondo i primi principi della meccanica, e fa conoscere l'insufficienza e la falsità del metodo newtoniano, e propone un'altra via per la soluzione fondata su principi sicuri ed incontrastabili . Discute le teorie del Taylor , dell' Alembert, dell' Eulero, e le riforme e le obbiezioni di Daniele Bernoulli ; e , pesate le ragioni degli uni e degli altri , conchiude, che i loro calcoli non bastano a decidere tali questioni, e propone una soluzione, che sembra avere tutto il merito della sodezza, e della generalità. Passa poi a sviluppare la teoria generale de' suoni armonici , degli stromenti da corda e da fiato, e per una formola semplice determina il suono fisso ed i suoni armonici, che propose il Sauveur, con quell' esattezza e facilità, a cui quegli non potè giungere; e dà nuovi e sicuri lumi per la cognizione del suono , applicabili anche alla prattica della costruzione , e del maneggio degli stromenti, alla teoria dell'eco semplice e composto, e ad altri curiosi e difficili punti dell'acustica. Le formole sì semplici e generali l'integrazione di tante equazioni , l'analisi sì fina , chiara, ed esatta, la penetrazione del suo ingegno, la sodezza del suo giudizio chiamarono l'attenzione di tutti i geometri : gli stessi atleti di quella nobile lizza l'Eulero, il d' Alembert, e il Bernoulli , i venerati oracoli di questa scienza ascoltarono

con rispetto la voce del nascente geometra, nè sdegnarono di metterlo al loro lato nel seggio, ch' essi occupavano nel ma-

<sup>(</sup>a) V. Acad. de Berlin, 1749 co.

tematico impero. Tutti e tre scrissero tosto al giovine la Grange, abbracciando molti punti della sua dottrina, domandando d'altri maggiori rischiarimenti, e venerandolo in tutti quasi come loro arbitro e giudice; e se l'Accademia di Berlino era stata pochi anni prima il campo di battaglia fra que'tre illustri campioni . l' Accademia di Torino divenne nel suo nascere il teatro d'onore , dove fecero luminosa comparsa l'acustica e l'algebra, e dove concorsero, si può dire, a corteggio del la Grange l'Eulero , ed il d'Alembert , i sovrani , i principi delle matematiche discipline. Qual gloria per un giovine geometra vedersi alla prima produzione portato su l'ali della fama per tutte le accademie e le scuole , ricevere gli applausi de' più applauditi geometri , e gl'incensi e le adorazioni di tutti gli altri? Questa singolar gloria, che ottenne allora il la Grange, l'ha sempre mantenuta ed accresciuta costantemente perfino a' nostri di , spargendo ognor nuovi lumi anche su la presente materia, che sì copiosamente aveva illustrata [a]. E' pure lode grande del conte Giordano Riccati il meritare d'essere nominato anche dopo il la Gronge, e gli ora celebrati geometri: il terzo suono osservato dal Tartini, il suono falso, ed alcuni, altri nuovi punti sono stati da lui solo geometricamente trattati; e se egli non ha uguagliati gl'illustri suoi antecessori nella finezza dell'analisi, e nella profondità de' calcoli, gli ha forse superati nelle nuovità d'alcune materie nell'estensione delle ricerche e nello studio di conformare alla prattica le sue teorie, ciò ch' è un pregio non molto comune in tali speculazioni [b].

iordano Rie-

Intanto che questi geometri si attentamente contemplavano la parte meccanica del suono, altri rivolgevano la loro attenzio-

<sup>(</sup>a) V Acad. de Turis v. 1., 111. 111. (b) Delle corde eleuiche, 1749 ; Suo-Recherches cc., e Mechan. anal. sec. part., no folso artic, del Prodromo della nuova sect. 1X. Euc. ital.

.....

ne alla parte fisica, ed altri alla parte armonica del medesimo. Il Mairan, trovando alcuna analogia tra i suoni e i colori, volle portarla più oltre, e propose un'ipotesi su la propagazione del suono, che molto s'assomigliava al sistema del Newton su la spansione del lume e de' colori. Il suono non è che le vibrazioni delle particelle dell'aria prodotte dal corpo sonoro e comunicate al nostro orecchio. Voleva dunque il Mairan, che le particelle dell'aria sossero di diversa elasticità, e che al muovere la corda sonata tutte le particelle d'aria, che la circondano , in quelle soltanto seguisse la vibrazione , che fossero analoghe alle vibrazioni di quella, e non d'altre corde; come se posti all'unisono due clavicembali vicini , se suona una corda dell' uno , si sente nell'altro un picciolo eco , solo però nella corda unisona, e non nelle altre. Con questa diversa elasticità delle molecole aeree, e con questa analogia d'alcune colle vibrazioni ch' esige un tuono, e d'altre con quelle d'un altro, spiega assai speditamente molti fenomeni della propagazione de' suoni diversi , che in qualunque altro sistema sono molto imbarazzanti e difficili e rende assai probabili ragioni di vari accidenti dell' armonla. Ma nondimeno quest'ipotesi del Mairan non è stata abbracciata da molti fisici : la diversa elasticità delle molecole dell'aria troppo contraria al loro equilibrio, e la infinita varietà , che ci vorrebbe di tali molecole , poco conveniente alla semplicità della natura, sono sembrate di maggiore difficoltà di quante ne può sciogliere tale ipotesi . L'Eulere - non contento d'avere risoluto analiticamente il problema delle corde sonore , volle anche trattare fisicamente del suono , e formare eziandio un sistema de' principi dell'armonia, e una ! nuova teoria musica [a]. Il suo principio è, che i tuoni saranno più consonanti o piacevoli all'orecchio, quanto più facilmente la ragione delle loro vibrazioni sonore si lascerà com-

(a) Tensamen, nov. theor. mus. sc.

prendere dalla mente; e forma quindi la scala de' gradi diversi di soavità ne' diversi tuoni, e stabilisce tutto il sistema dell' armonla musicale. Molti inconvenienti nella teorica, e molti più nella prattica rileva giustamente l' Eximeno nel sistema musico dell' Eulero [a], al quale noi rimettiamo i lettori, che bramino di vederli. Maggiore celebrità s'è acquistato il Rameau. eccellente musico, ed utile scrittore di musica, non solo nella Francia, ma eziandio nelle altre nazioni; fortunato per aver ottenuto ad illustratore e riformatore della sua dottrina non meno che un Alembert [b]. Ed è ben da far maraviglia, che i due più rinomati geometri dell' Europa, mentre si dibattevano su gli aridi calcoli della parte meccanica del suono, si occupassero eziandio quasi contemporaneamente su le dilettevoli amenità dell'armonica; più savio, a mio giudizio, l'Alembert per essersi attenuto al sistema d'un musico, senz' impegnarsi a farne di nuovo uno suo , e per avere schivati i difficili calcoli , senz' affastellare, com' egli dice, cifre sopra cifre nel suo scritto. Dal fenomeno osservato già dal Saureur, che al suonare una corda si sente oltre il suono proprio di questa la duodecima e la decimasettima maggiore di quel tuono, ricavano il Rameau e l' Alembert i principali punti della melodia e dell' armonia, e molti utili insegnamenti su tutte le parti della musica. La scoperta del terzo suono, cioè, che quando da due istromenti simili si fanno due suoni diversi, se ne sente un terzo differente da tutti due, ha dato più nome al Tartini, benchè da alcuni vengagli contrastata [c], che l'oscurissimo suo Trattato dell' armonia, che fondò su tale scoperta, e che vanamente volle appoggiare ad aritmetiche e geometriche ragioni. Coi soli principi del buon gusto trattò la musica il celebrato Rousseou, e benché non sempre proponga verità da se-

Rameau

lembert.

517 Farrini

<sup>(</sup>a) Orig della Musica lib. 1, c. III, (c) Alembett Elem. de Musique, Disc. (b) Elem. de Musique, prél.

-83

guirsi, e quelle stesse ch'espone le presenti in articoli soltanto distaccati in un dizionario, dà nondimeno alcuni bei lumi, che risaltano molto più co' tratti dell' energica sua eloquenza. E filosoficamente per la parte del gusto, e matematicamente colle ragioni di numeri e di linee, ed anche pratticamente per le regole dell'accompagnamento, per la misura delle corde, e per la divisione del tempo non solo nella musica, ma eziandio nella poesia e nel ballo e per molti altri punti riguardanti la musica , trattò quell'arte il Barnabita Saechi , che per le varie sue operette su tali materie, e più pel lungo trattato pubblicato negli atti dell' Accademia di Bologna [a] ricevè gli applausi di molti, e le objezioni di alcuni altri, e si mostra, al dire del Canterzani segretario di quell' Accademia [b], non solo istruito nella materia, che tratta, e nitido ed elegante scrittore a ma anche acuto filosofo e perito nelle matematiche discipline . Contemporaneamente al Sacchi , dopo tanti musici illustri , dopo i valenti filosofi , e sì sottili matematici comparve alla luce l' Eximeno assai versato nella matematica e nella mu-

sica per conoscere intimamente la natura dell' una e dell'altra, e assai sincero filosofo per aver il coraggio di dite senara iguardo ad altri scrittori la sua opinione, e di togliere alla matemanica ogni influenza sopra la musica. Espone egli e, e rifutta i sistemi musicali de' matematici e de' musici, che l'averano preceduto, e non sopra cifire e figure, non sopra matematici ragionamenti, ma su l'osservazione soltanto della natura vuole fondare il suo sistema. I tuoni della musica non sono per lui che' gli accenti della favella: e sette sono soltanto i tuoni delle voi e delle corde armoniche, perchè per quante sieno le persone, cui si faccia intonare la voce, che loro è più facile e na tutale, non se nestriano altre che quelle de' sette tuoni:

Exmeno.

(a) Spec, theor. musicae . Acad. Bon. (b) Ibid. Comment. p. 61.

e così pure perfetta è l'armonia di terza, quinta, ed ottava, e consonanti sono gl'intervalli, che fra quelle corde si trovano , perchè quest'é l'accordo dettato dalla natura , e quello che senza regole di musica faranno più persone, che vogliano formare naturalmente un concerto. Da queste semplicissime osservazioni ricaya egli le regole della musica, e fa rientrare quest' arte nella vera filosofia . L' Eximeno , ed il Sacchi , e più d'essi il Martini, e il Burney, e prima il Burette, e ne' secoli precedenti il Gaffuri, il Zarlino, il Doni, il Kirchero, il Meibomio, il Wallis, ed altri moltissimi trattarono della natura, e della perfezione della musica de' Greci; posteriormente il Requeno ha creduto di poterla mettere in miglior lume, e renderla più sensibile, studiandosi di non asserire proposizione, che non fosse appoggiata all'autorità de' greci armonici, e confermata colle sue sperienze. A questo fine fece costruire l'istromento canone usato dagli antichi, e con esso andò verificando ciò ch' ei credeva che avessero insegnato eli antichi, e ci diede due saggi, uno storico, l'altro prattico del ristabilimento dell'arte armonica de' Greci , promettendone anche degli altri , che le circostanze de tempi non gli hanno permesso di ridurre a compimento. Non so quanto saranno gradite dagli eruditi e dai prattici musici le sposizioni della dottrina musicale, dateci da Requeno; certo la via da lui presa d'appoggiarsi all'autorità de' greci scrittori, ed alla sperienza al loro modo istituita, sembra l'unica che possa condurre a scoprire la verità. Ma io osservo, che già fino da' tempi di Porfirio, e forse d'altri anteriori, non più si conosceva la musica greca , nè sapevansi ben distinguere le dottrine delle sette diverse; e temo non sia per riuscire vana ogni fatica degli eruditi moderni per presentarci nel vero suo aspetto , dopo tanti secoli, e tante vicende dell'arte, la musica greca, e la dottrina della loro armonia. Il Vallotti, il Martini, il Laborde, Tom. IV.

310

il Rousset, il Momigny, il Barca, sititutore d'una nuova teoria di musica [a], e parecchi altri hanno scritto, ed alcunit d'esti tuttora scrivono della musica; ma noi non possiamo següire tutti i passi di questa scienza, e forse n'abbiamo parabo più che al nostro sistituto non conveniva. La musica è più da riguardarii come arte dilettevole che come scienza matematica; l'acustica, che dee comprendere tutta la dottrina del suono, si può ancora considerare come nascente, e appena toccata in pochi suoi punti i impieghino in essa i loro studi i geometri e i fisici, che cerco con isperienze, e con calculo scopriranno molte utili verità, che vi sono ancora nascoste, e ci formeranno una vera scienza nell'acustica, come l'abbiamo nell'ottica, che ora vereme noi el sentinera.

## CAPITOLO IX.

## Dell' Ottica .

Primi scritto ri d'ottica , Dell'ottica degli antichi non abbiamo tanti stritti, në tante memorie, come della lor musica. Sappiamo, che Democrito ed Massragora scristero della prospetiva [6], che un filosofo del tempo di Filippo macedone lasciò alcuni libri di cose ottiche [c], che Platone [d] ed Aristotele [7] parlarono della luce, s de clonir, de della vista, e che Aristotele in oltre compose un libro distintamente dell'ottica [7]; e tutto questo pub provare abbastanza, che assia per tempo cominciarono i greci a fare le loro speculazioni su questa scienza. Ma di tutte queste, e d'altre antiche opere ottiche non ci resuato che alcune poche espressioni di Platone e d'Aristotele;

(a) Acad. di Padova tom. I, II, IV. (b) V Vitruv. lib VII, cap. I. (c) Suida V. Philoso, hus. (d In Tim Three, et alibi . (e) De Anima probl. al. (f, Lacre. in Aristot.

troppo oscure ed equivoche, 'ne abbastanza fra loro convenienti , per poterci dare qualche idea de' loro progressi nelle ottiche cognizioni . Più forse proverebbe a loro favore il passo d'Aristofane, se appunto non si potesse dire, che proverebbe troppo, e più assai che non si possa prudentemente accordate Para d'Arialle scienze nascenti di quell'età . Noto è , che Aristofane fa parlare nelle Nuvote Strepsiade , dicendo di voler comprare dagli speziali o droghieri una pietra diafana, che è il vetro, col quale s'accende il fuoco, e standosi da lontano, applicando al Sole quel vetro, scancellare la scrittura della sua condanna [a]. Questo pare in realtà una lente ustoria, e suppone la cognizione della rifrazione del lume pel mezzo del vetro necessaria per accendere il fuoco tanto comune, che si faceva un pubblico commercio di vetri preparati a tale effetto, ed era cosa usuale e frequente l'accender con essi il fuoco; anzi Strepsiade suppone una cognizione più intima d'una rifrazione capace di produrre anche da lontano un simile effetto , ciò che i nostri ottici stenterebbero ad eseguire. Ma è ella credibile a que' tempi una sì recondita cognizione ? Avrebbono parlato del lume con tanta incertezza, per non dire con tanti errori , Platone ed Aristotele , se prima del loro tempo fosse già diventata volgare e pubblica una sì sottile diottrica? Osservo all'opposto, che lo Scoliaste d' Aristofane ci dà al detto luogo un' idea di tale effetto col mezzo del vetro troppo differente da quella della rifrazione, dicendo, che que' vetri rotondi e grossi si ungevano coll'olio, e si riscaldavano, vi si applicava un lucignolo , o checchè deggia intendersi per le greche parole πρισαγεσι θουαλλιδα, e così accendevano il fuoco . Non parmi , che deggiasi prestare gran fede al detto dello Scoliaste; ma questo però può proyare non didursi

(a) Act. II , se. I.

Speechio s

assai chiaramente dal passo d' Aristofane, che fosse conosciuta a que' tempi la rifrazione del lume nel vetro , per poterne formare da quello un convincente argomento. Del prodigioso effetto dello specchio o degli specchi ustori di riflessione d' Archimede s'è scrirto tanto, che sarebbe ora affatto inutile il volerne istituire una nuova disquisizione. Noi allasciando ad altri il disputare eruditamente su la possibilità e sul fatto, diremo soltanto al nostro proposito, che anteriori al tempo d' Archimede si spacciano scritti d' Eurlide dell' ottica e della catottrica , onde dovevano aversi su queste materie assai più giuste notizie, che a' tempi d'Aristofine, e di Platone; che lo stesso Archime le aveva particolarmente trattato degli specchi ustori, ed egli non sapeva accostarsi ad alcuna materia senza profondarvisi intimamente ; che di quel genio sublime e fecondo di portentose invenzioni niente ci dovrà parere incredibile; che se Proclo posteriormente potè operare un simile, ed anzi maggiore prodigio, come racconta Zonara [a], se Antemio , ne' suoi Paradossi meccanici , ne fa un problema , e , secondo l'idee comuni , sugli specchi ustori lo crede impossibile , ma riflettendo alla lode da tutti data ad Archimede , ed osservando che gli scrittori di tale fatto non dicono d'essersi eseguito con uno , ma con più specchi , trova che con quattro o cinque o anche sette specchi piani potè realmente prodursi l'incendio [b]; se Tzerze, affatto alieno da tali materie , pure seppe , benché imperfettamente , descrivere il fatto in quell'unico modo in cui potè operarlo Archamede [e], non dee far maravielia che Archimede la sapesse inventare: ne pare verisimile, che i Greci potessero immaginare tale invenzione, se non l'avessero prima ricevuta da Archimede, quando, anche dopo la tradizione di tanti scrittori, riputavasi

(a) Annal. lib. XIV.

(e) Chil. Histor. 11 , n. 16.

da' matematici , al dire d'Antemio , il fatto impossibile ; e conchiuderemo, che ad ogni modo sarà sempre vero, che i Greci ebbero questa cognizione catottrica di produrre con molti specchi piani ad una lunga distanza un forte e gagliardo effetto, che ha fatto poi onore al Kircher, ed al Buffon, ai sublimi ingegni de' secoli posteriori . Veramente che gli antichi avessero molte cognizioni de' fenomeni diottrici e catottrici , oltre l'or recate memorie, ne abbiamo la pruova in Seneca [a], il quale non solo parla di vari accidenti, che ne'diversi specchi, e ne' vetri vedevansi, ma fa l'osservazione generale, che le cose vedute pel mezzo dell'acqua e del vetro compariscono molto maggiori, e la prova con diverse sperienze [b]: ma che avessero giuste teorie delle cagioni di tai fenomeni, questo nè in Seneca, nè in verun altro antico si conosce assai chiaramente. Seneca si riporta talor a' geometri come più esatti e precisi, e più convincenti nel loro ragionare : ma appunto de' geometri non ci rimangono in questa materia che pochi opuscoli sotto il nome d'Euclide , e d'Archimede ; e questi stessi al giudizio di buoni critici non sono di tali autori, e certamente non ne sembrano molto degni. Più sarebbono da desiderarsi i libri d'ottica di Tolemineo, che sono tutti periti , ma che possiamo credere contenessero utile e soda dottrina . Perciocchè da quel poco , che vediamo in Alhazen , Vitellione, e Ruggiero Bacone, conosceva egli chiaramente la rifrazione della luce, e qualche cagione di essa, la rifrazione astronomica, e l'illusione dell' occhio sul vero luogo delle stelle verso l'orizonte, come pure la ragione della maggiore grandezza apparente degli astri all'orizonte che al zenit.

Seneca .

olemmeo.

Qualunque però sia stata la dottrina ottica di Tolemmeo, e de' Greci, a che ci avrebbe servito, se gli arabi, e i latini loro discepoli non ce l'avessero trasmessa? Smarriti sono i lor libri.

(a) Nat. quaert. lib. 1.

(b, 1bid. c. VI.

në altro ci rimane dell'ottica greca che i libri non assai fondatamente onorati co' rispettabili nomi d'Euclide, e d' Archimede, un frammento de' paradossi meccanici d' Antemio sopracciato, che quattro problemi contiene risguardanti gli specchi ustori, ad un picciolo opuscolo de' Copi d'ottica d'altro greco col nome di Damiano o d'Eliodoro larisseo, che poco o niente c'insegnano; e possiamo dire, che la scienza ottica, tuttochi coltivata da' Greci, non incomincia per noi che dall' epoca degli Arabi. Questi, seguaci sempre de' greci, spesso copisti, talor corruttori, e talor anche correttori, e da ampliatori, scrissero parecchie opere su l'ottica; e libri di prospettiva, e su eli specchi ustori d'Altasson, libri ottici d'Altaidi, prosuntano de la contro de la contro d'Altasson, libri ottici d'Altaidi, pro-

blemi ottici di Zarkalli, e scritti, e trattati ottici e catot-

Arabi ser ttor

Alhazon .

trici di vari arabi si vedono citati nelle biblioteche orientali: ma solo Alhazen si è fatto conoscere pubblicamente dalla dotta posterità, e le sue opere sono state la scorta, che presero a seguire gli altri scrittori. La rifrazione astronomica conosciuta da' greci è stata da lai spiegata più chiaramente; anzi ha egli anche proposto un metodo di osservarla e determinarla assai giustamente col mezzo dello stromento astronomico delle armille [a]. Dalla dottrina di Tolemmeo, e d' Alhazen formò It sua ottica Viteliione, più profondo geometra, che non fosse da sperarsi in quell' età; e la medesima diresse ne' suoni ottici paradossi il famoso Ruggiero Bacone, genio superiore al suo secolo, che fra i pregiudizi e gli errori allor dominanti seppe travedere molte utili verità. La teoria della rifrazione della luce da lui conosciuta per le opere di Tolemmeo e d'ethazen, la notizia de' varj fenomeni sì della rifrazione, che della riflessione, e de' maravigliosi effetti pel loro mezzo prodotti già dagli antichi . il vivace suo ingegno , e la calda im-

maginazione gli paravano innanzi mille nuovi portenti degli spec-

Rupp cio Ba-

Vitellione

chi e de' vetri, alcuni possibili, ed altri no, ed eeli poi gli spacciava con franchezza, e senza riserva, e prorompeva in espressioni e promesse [a], che l'hanno fatto riconoscere da alcuni per l'inventore degli occhiali, e de'telescopi. Veramente ciò ch'egli dice su' vetri convessi e concavi, e su l'aggrandimento degli oggetti prodotto per essi nella vista, tuttochè fondato su una dottrina non sempre vera poteva nondingeno bastare per fabbricare gli occhiali; ma dalla stessa sua dottrina si ricava assai chiaramente, che egli non conosceva per esperienza tali effetti de' vetri, e parlava solo per pura teoria, e talor anche per vana immaginazione. Pe' telescopi poi sono sì false alcune sue asserzioni, ed altre, quantunque vere, sì vaghe, ed inesatte, che mostrano evidentemente quanto fosse egli ancora lontano non solo dali' esecuzione, ma dalla vera idea di tali stromenti, e della loro costruzione. Lasciamo dunque al Bacone la gloria d'un alto ingegno, e di una vastità di cognizioni molto superiore al suo secolo, ma non vogliamo profondergli troppo largamente l'onore d'autore, e padre di queste invenzioni. Invenzioni Gli occhiali in verità furono a que' tempi scoperti, cioè verso la fine del secolo decimoterzo tra 1280 e 1300 : poiché fra Giordano di Rivalto in una predica nel 1305 diceva .. non an è ancor vent' anni , che si trovò l'arte di far eli occhiali ": ed il Redi cita un codice della sua biblioteca, dove nel 1200 scrivevasi ., mi trovo si gravoso d'anni, che non avrei valen-.. za di leggere e scrivere senza vetri chiamati occhiali , tro-, vati novellamente "; e un altro codice della biblioteca di santa Cararina di Pisa , dove leggevasi di frate Alessandro di Spina morto nel 1313 : Ocularis ab aliquo primo facta, et communicare nolerte, ipse fecit, et communic vit: e benchè non ci sia incontrastabilmente palese chi ne fosse il primo inventore, è però molto probabile, che sia stato un Sal-

occhiali .

(a) Per spece, part. 111, dut II ec., et alibi .

vino d'Atmato degli Atmati di Firenze, il quale veniva lodato in una sepolerale iscrizione, che or più non esiste, come
inventor degli occhiali, o almeno qualche altro toscano [o].
Ma quest' invenzione, benché molto utile alla società, e depinazione della teoria, allora già assai conosciuta e comune, della rifrazione della luce per mezzo al cristallo, niente però accresceva i luni della diottrica, n'e produsse all'ortica scienza
alcun ripuardevole avanzamento. Alla fine soltanto del secolo
decimosesto s' incominciò a recarle qualche miglioramento, e
poi nel seguente si vide sorgere per essa una nuova epoca, o,
per dir meglio, nel secolo XVII si formò l'ortica, quale non
era ancora una vera ed estatta sienza.

Maurolico .

Per quanto studio si fosse fatto da' Greci , dagli Arabi , e da' Latini su la maniera di formarsi ne' nostri occhi la visione , non si avevano ancora che storte ed erronee idee : il Maurolico diretto dalle sue geometriche speculazioni [b], ed il Porta coll'invenzione della sua camera oscura, e col suo vivace ingegno [c] furono i primi a darle assai vere e giuste, benchè non le conducessero neppur essi alla dovuta esattezza e perfezione, e seppero spiegare alcuni fenomeni ottici, ch' erano stati inintelligibili agli anteriori geometri e fisici . L'arco-baleno aveva occupato per molti secoli lo studio de'fisici, e de' geometri : ma come tutti volevano derivarlo unicamente dalla riflessione, non potevano darne che spiegazioni lontane dalla verità. Un fisico tedesco Fletcher cercò di aggiungere alla riflessione la doppia rifrazione, ma non seppe farne la giusta applicazione; e toccò la gloria di questa ad Antonio de' Dominis, che ad essa soltanto dee la celebrità, che conserva nella storia

<sup>(</sup>a) V. Manni De Florent. inventis c. XXV; Smith Cours d'opt. L.E. c. III.

<sup>(</sup>b) Photismi de lumine et umbra ec.(c) Magiae natur. lab. XVII.

delle scienze, benchè la sua spiegazione abbia abbisognato di nuovi lumi recati posteriormente dal Cartesio, e dal Newton La prospettiva era stata trattata dagli antichi fino da Democrito, e da Anassagora, e da' moderni Pietro della Francesca , e Alberto Durer , Peruzzi , Barocci , ed altri , e sopra tutti singolarmente dall' erudito Daniele Barbaro: ma questi non la trattarono che per la prattica; e il ridurla a principi certi, a rigorose dimostrazioni, ed a geometriche teorie, e formarne una scienza esatta , fu merito unicamente del dotto geometra Guidobaldo. Dopo questi ed altri scrittori di ottica Guidobaldo. comparve a suo illustramento il Keplero, trattolla da genio vasto e profondo, quale egli era, e colla piena ed esatta spiegazione della vera maniera, onde formasi la visione, e de' fenomeni fisici ed astronomici non intesi dagli altri, e d'altri nuovamente da lui osservati, co' tentativi ingegnosi per dare una giusta legge della rifrazione della luce , e con altre utili scoperte le recò egli solo maggiore vantaggio, che tutti insieme i precedenti scrittori [a]. Pure con tutte le scoperte, e con tutti i lumi del Keplero, e degli altri geometri e fisici riceveva bensì l'ottica maggiore lustro e splendore, ma restava nell'antico suo stato, non prendeva ancora un nuovo essere, non trasformavasi in una scienza, che si potesse dir nuova. Questo sì notabile cambiamento, questa gloriosa trasformazione non venne all' ottica che coll' invenzione de' telescopi .

Egli è realmente obbrobrioso alla storia, e alle scienze, che gl' inventori delle più utili ed interessanti scoperte restino co- telescopi. munemente sconosciuti ed oscuri , privi di quella gloria e chiarezza di nome che si accorda prodigamente a tanti altri poco benemeriti , talor anche nocevoli all' umanità . Per quanti discorsi e argomenti vogliamo ricavare dalle memorie lasciateci dal Tom. IV.

(a. Paralio, in Vitelliones

208

Borel [a], dall' Ugenio [b], e da altri, non potremo venire in chiaro del vero nome del primo inventore de' telescopi [c]. Ma sia Giacomo Mezio, o Zaccaria Jans, ovvero Giovanni Lapprey, o qualunque altro siasi, la sua scoperta non fu dovuta che al caso, nè servirono i primi telescopi olandesi che per mero trastullo e divertimento. La gloria di ritrovare per ejusta teorla la costruzione di tali stromenti , d'applicarli alle osservazioni celesti , e di renderli sommamente utili all'astronomia, fu tutta del Galileo. Questi, udita appena la notizia di tale invenzione , cominciò a riflettere , che la superficie concava de' vetri diminuisce gli oggetti ; la convessa gli accresce , ma li mostra assai indistinti ed abbagliati; la piana punto non eli altera e conchiuse, che l'accoppiamento del vetro concavo col convesso doveva dargli l'intento. Fece dunque la pruova, e con un tubo di due vetri, l'obbiettivo convesso, e concavo l'oculare a trovò ingrandirsi straordinariamente gli oggetti a e incoraggito dalla felice riuscita seguitò a migliorare i cannocchiali e dagli oggetti terrestri passò ad applicarli a' celesti e rese così fecondo d'astronomiche e fisiche scoperte quello stromento, che sarebbe rimasto sterile nelle mani dell'artefice olandese, e possiam dire, che quante diottriche novità si sono poi ritrovate, più deonsi al razioncinio del Galileo, che alla sorte del primo inventore . Nuovi cieli si svelarono tosto alla vistà degli osservatori, e i miracoli del nuovo occhiale erano l'oggetto dell' attenzione, e della curiosità di tutta l'Europa. Il Keplero col solito suo entusiasmo chiamava Ercole il Galileo, e il telescopio la clava, e alla passione e al trasporto, con cui riguardava questo stromento, dobbiamo i bellissimi lumi, che ci diede nella sua dotta opera della diottrica. Su questa tentò

di nuovo il Keplero di fissare la giusta legge della rifrazione,

Keplero .

(a) De vero telescopii inventore . (b) Dioptrie.

arentore . (c) V. Montucla Hist. des Math. par. IV, lib. 111.

che, non aveva potuto determinare precisamente nella prima sua opera ottica de' Paralipomeni a Vitellione; e se non giunse a stabilirla con geometrico rigore, prese colla sperienza una determinazione congetturale, che trovò sempre conforme a' fatti, e coerente alla verità . Esaminò le proprietà de' vetri lenticolari , determinò esattamente il foco de' pianoconvessì , e di que' che da' due lati sono ugualmente convessi , contentandosi d'un' approssimazione pe' disugualmente convessi, ed applicò a' concavi la stessa misura, ma dall'opposto lato. Quindi ritrovò senza difficoltà il cambiamento, che un vetro convesso opera nella direzione de' raggi, che vengono da punti diversi, e mostrò in quale caso dovranno divenire convergenti, in quale divergenti. Esaminò l'immagine degli oggetti, che si forma per mezzo de' vetri convessi, e ne spiegò il necessario rovesciamento; stabilì la grandezza dell'immagine , che alla diversa distanza del vetro dal luogo dell' oggetto, e da quel dell'immagine sarà conveniente; e diede geometricamente tutta la teoria de' telescopi. Questo profondo esame gli fece vedere, che due vetri convessi darebbero ancora maggiore ingrandimento degli oggetti , che uno convesso , e l'altro concavo , ma che presenterebbero l'immagine rovesciata . Questa scoperta rimase sterile nelle mani del Keplero, nè allor si conobbe altro telescopio che il batavico, o galileane d'un obbiettivo convesso, ed un oculare concavo; ma poco di poi lo Scheinero mise in opera felicemente questa cognizione, e fece telescopi , che or chiamansi astronomici di due lenti convesse, che davano molto maggiore ingrandimento e chiarezza; e perchè in essi gli oggetti presentansi rovesciati, osserva egli, che tale rovesciamento niente pregiudica alla visuale configurazione delle stelle, essendo queste rotonde; e per gli oggetti terrestri trovò la maniera di farli con un pezzo di carta vedere raddrizzati; e dice, che in quella guisa era egli solito di far vedere a molti le macchie e le facule del Sole,

Scheinero .

e in quella stessa più di tredici anni prima aveva fatto vedere vari oggetti all' arciduca d'Austria Massimiliano. Colla stessa arte, soggiunge, è nato il microscopio, il quale maravigliosamente ingrandisce gli oggetti, che per la loro picciolezza sfuggono la nostra vista, e conchiude, che con tre lenti convesse si presenterà l'oggetto ingrandito, ed anche diritto. Tutto questo dice lo Scheinero nella sua Rosa Ursina [a]; ed essendosi incominciata la stampa di quel libro nel 1626, benchè finita soltanto nel 1630, prova, che almeno fino dall'anno 1613, cioè quando ne fece uso coll'arciduca Massimiliano adoperava già lo Scheinero i telescopi detti astronomici di due lenti convesse, e che non molto di poi si conobbero anche que' di tre vetri convessi, e che è privo di fondamento il volerne attribuire al cappuccino Reita l'invenzione, al quale forse saranno dovuti i telescopi di un obbiettivo, e di tre oculari tutti convessi, ch' egli prima d'ogni altro descrive [6], quando non voeliono attribuirsi al Campani, ed i binocoli, ne' quali per due tubi diversi si guarda co' due occhi lo stesso oggetto. quando anche di questi non vogliasi riconoscere l'origine dal celatone inventato dal Galileo per osservare in mare le stelle. L' invenzione de' microscopi composti di due vetri convessi si vede anche dal citato passo dello Scheinero essere nata a que' tempi; e non ebbe questo presente il Montucla [c], quando asserì non avere noi vestigio di microscopio composto di due vetri convessi che solo nel 1646 in un' opera del Fontana, il quale volle attribuirsene l'invenzione [d]. Il Viviani [e] dà al Galileo la lode dell'invenzione del microscopio di una, e di due lenti, e dice, che fino dal 1612 ne inviò uno in dono al re di Polonia. Bisogna dir nondimeno, che quell'inven-

Invenzione del microscopi

(a) Lib. II, csp XXX.

(b) V. Ocales Enoch et Elias et [in fact. IV, lib. IV, \$1.11].

(a) De locie estiels Acissei en lauriptiants et.

zione fosse alfora molto imperfetta, perchè ancora nel 1624 mandandone uno il Galileo al principe Cesi , gli scrive , ho », tardato a mandarlo , perchè non l'ho prima ridotto a perfe-, zione, avendo avuto difficoltà in trovare il modo di lavora-2 re i cristalli perfettamente". Questo microscopio da quel poco ch' ei ne descrive , non fu che semplice , formato soltanto d'una picciola sfera, o lente di vetro, e prese sbaglio il per akro accurato Montucla quando disse non essersi fatti questi di picciolissime tenti, che verso la metà del passato secolo [a]. Il Viviani [b] dice, che il Galileo inventò, ed anche lavorò microscopi di una, e di due lenti; ma non per questo si dovrà credere, che inventasse il microscopio composto di due vetri convessi, perchè egli non conobbe altra combinazione di vetri per ingrandire otticamente gli oggetti che d'uno convesso, e l'altro concavo, com'egli stesso lo dice nel Saggintore, e come gli rimprovera lo Scheinero [c]. Forse l'invenzione di questi microscopi di due vetri convessi sarà stata opera del Drebbel, al quale si dà comunemente, non so il perchè , la lode d'inventore de' microscopi : ma prima del 1621 . in cui vuole l'Ugenio [d], seguito dallo Smith [e], che fabricasse egli in Londra tali stromenti cita già il Viviani quelh del Galileo . ed osserva akronde il Montucia . che dalla stessa lettera del Borel, onde si prende questa notizia del microscopio del Drebbel, si rileva altresì, che il microscopio usato da questo in Londra non era fatte che da Zaccarla Jans [f]. Diamo dunque al Galileo la gloria della prima invenzione de' microscopi, o lasciamo quest' invenzione ugualmente sconosciuta ed oscura che quella de' telescopi , Ma è ben da far maravielia, che mentre in tante quise si lavorava da mol-

<sup>(</sup>a) L. C. (b) Ubi supra. (c) L. C.

<sup>(</sup>d) Dioper. co.
(a) Cours d' Opt. remar. 1. I , c. IV.
(f) Hist. des Math. 1. C.

ti al miglioramento de' cannocchiali, scrivesse ancora il Cartenie, che quanti se n'avevano al suo tempo, tutti erano soltanto sul modello dell'olandese. Con più verità potè dire il
medesimo Cartesio, che di quanti avevano trattate quelle materie, nessuno aveva bastantemente dimottrato quale figura esigessero tali vetri [a]; e a questa curiosa ed unle sua ricerca dobbiamo la dotta ed interessantissima opera, che ce ne diede alla luce, e il muovo aspetto, che prese allor questa scienza.

Cartesio

Ouante nuove e belle dottrine non ci presenta nella sua diottrica quel sublime e fecondo ingegno ! La natura del lume sposta se non con tutta l'esattezza della verità, con chiarezza almeno, e giustezza di filosofici ragionamenti, la costruzione dell' organo della vista, e tutto il meccanismo della visione illustrata con quella pienezza e perfezione, che non le aveva potuto dare il Keplero; la legge della rifrazione della luce data da questo soltanto per approssimazione, fissata poi con precisione dallo Snellio, trovata per una via diversa ampliata con maggior distinzione, e da lui prima di ogni altro assai chiaramente spiegata la figura de' vetri più propria per unire in un punto più raggi paralleli all'asse creduta per congettura dal Keplero una sezione conica dimostrata da lui realmente un'ellisse ed un' iperbole : la geometria arricchita d'una nuova spezie di curve da noi sopra accennate, dette evali di Cortesio; spiegate varie condizioni dell'arco-baleno non toccate dal primo suo spiegatore Antonio de Dominis; e molte altre utilissime cognizioni furono il frutto della diottrica del Cartesio, uno de'libri più pieni e più ricchi di scoperte, e di verità, che siano usciti dalle dotte sue mani . La spegazione della rifrazione eccitò a Carresio molti oppositori , fra quali il celebre Fermat l'attaccò con maggiore ardore, e non solo con lui vivente, ma ancor dopo la sua morte ebbe a contendere co"

(a) Dioper, e, 1.

suoi partigiani. La spiegazione del Cartesio era assai vera nel fondo , ma sposta in guisa da soggiacere a molte difficoltà; e le opposizioni, che gli mossero contro que' grand' uomini, e la risposte date da lui , e da' suoi seguaci servirono grandemente ad illustrare la diottrica e rischiarare alquanto quella materia. che ancora dopo le spiegazioni del Gregoru , dell' Ugenio , dello stesso Newton, e di molti altri non lascia abbastanza paga e contenta la mente critica de' filosofi . La dottrina diortrica di Cartesio recò molto lume alla teorica; ma non produsse alla prattica quel notabile miglioramento, ch'egli con qualche ragione si era lusingato di dovervi operare . Per unire în un punto più raggi, e schivare quel difetto, che chiamasi l'aberrazione di sfericità , pensò giustamente il Cartesio di sostituire alle lenti sferiche l'ellittiche o l'iperboliche; ma la difficoltà di lavorare i vetri in tali figure, più che alcune ragioni contrarie a queste figure , non lasciò ridurre a prattica gli ammaestramenti del Cartesio e i vetri seguitarono a lavorarsi come prima in porzioni di sfera senza cercare altre figure . Non fu più fortunato nel suo tentativo il Gregory; ma giovò nondimeno assai più alla prattica di quell'arte per l'eccitamento, che diede ad una nuova sorta di telescopi . Sono degne della riconoscenza degli ottici , e de' geometri le nuove verità non osservate da altri, che scoprì egli per dare a' vetri lavorati maggiore chiarezza, distinzione, ed ingrandimento; ma il principale suo merito fu l'invenzione de' telescopi di riflessione , benchè non glie ne riuscisse l'esecuzione con troppa felicità [a]. Oltre l'imperfezione de cannocchiali di lenti sferiche, che pretese di correggere il Cartesio, osservò il Gregory un' incurvazione dell' immagine, che cercò di levare. Trovò in oltre, che i vetri iperbolici riceverebbero bensì molto lume , onde ingrandire di più gli oggetti , ma sarebbero troppo spessi , e non

Gregory .

elescopi gramiani -

(a) Optica promota.

l'avrebbon trasmesso tutto. Per ovviare a tutti questi inconvenienti pensò prima a' vetri ellittici e parabolici; ma la difficoltà di lavorare tali vetri lo fece rivolgere agli specchi di riflessione. Propose pertanto d'applicare due specchi concavi , parabolico l'uno e l'altro ellittico che credeva sarebbero stati più facili a lavorarsi che i vetri e che avrebbono tolta l'incurparione dell'immagine, e gli altri difetti de' vetri sferici. Ma vane furono le sue lusinghe : gli specchi non si mostrarono più docili de' vetri nell' arrendersi a prendere quelle figure , nè i telescopi di riflessione ebbero dalle mani del Gregory il desiderato riuscimento. Questa lode, come molte altre, era riservata al gran Newton; e l'ottica come quasi tutte le scienze sublimi , attendeva da lui la sua perfezione . I vantaggi , che ognor più si trovavano de' telescopi, e de' microscopi impegnavano l'attenzione de'fisici, e de' geometri per cercare all'ottica maggiori lumi, sì prattici, che teorici. Il miglioramento de' vetri pel cambiamento della figura in ellittica, od iperbolica, non era sperabile di ottenersi : la lunghezza del foco de medesimi poreva arrecare altri vantaggi doveva dare più lume i soffriva oculari più forti, ed ingrandiva di più gli oggetti. Studiavansi pertanto gli ottici di accrescere sempre più la lunghezza del foco, e di lavorare lunghissimi telescopi. Il primo a distinguersi in questa parte fu il Divini, il quale però restò vinto in breve dal Campani, i cui lunghissimi cannocchiali ottennero l'onore di servire al Cassini nelle sue grandi scoperte, ed hanno conservato anche posteriormente maggiore riputazione presso gli astronomi. Altri ajuti, e maggiori vantaggi ricevè l'ottica dal dottissimo geometra, e sublime meccanico Ugenio . Le profonde speculazioni , che fece questo grand' l uomo su la natura, e su la rifrazione della luce, su l'organo della vista, su la formazione della visione, su la politura de' yetri , su la costruzione de' cannocchiali produssero le diverse

Divini, e C

Vgenic

opere, ch' egli lasciò su queste materie, e che hanno molto servito per accrescere i lumi di tutta l'ottica, e particolarmente della diottrica [a]. Ma forse più che colle opere, e più che colle teorie giovò egli a questa scienza colla sua prattica . e collo stromento, che regalò all'astronomia, quale non ancora l'aveva avuto, d'un nuovo e particolar telescopio, e d'un mezzo di maneggiarlo con sicurezza e facilità. I telescopi diotrrici dono l'introduzione de' catottrici sono molto caduti di prezzo : amasi la picciolezza , e la comodità di questi , e si rende quasi insopportabile la lunghezza, e la difficoltà degl' immensi tubi diottrici . Pur come questi hanno sopra i catottrici il vantaggio di ricevere il micrometro, e dare così maggiore esattezza alle osservazioni , seguitarono ancora gli astronomi ad usarli, e gli ottici a procurare il loro ingrandimento e miglioramento; ed Aurout, Hook, Hartzoecker, e parecchi altri ne diedero altri, o maggiori, o più facili a maneggiarsi, o che compensassero la mancanza di maggiore ingrandimento co' pregi di maggiore chiarezza e distinzione. L'Hook in oltre si fece un merito particolare in quest' arte col pensiero d'unire al vetro un liquido meno rifrattivo [b], il quale se restò allora inutile pel suo intento, ha poi felicemente servito ad altre invenzioni ottiche. I microscopi seguirono anch'essi quasi gl'istessi passi de' telescopi. Noi abbiamo detto di sopra, che dopo il principio del secolo XVII il Galileo, il Drebbel, ed altri usarono de' microscopi semplici e composti; ma realmente la finezza e perfezione del lavoro degli uni e degli altri non fu conosciuta che posteriormente. Alle picciole lenti di cortissimo foco difficilissime a lavorare si sostituirono piccioli globetti fusi alla fiamma; e Butterfield, Hook, Gray, e parecchi altri ne Tom. IV.

Hook :

figlioramenti c'microse opi

(a) De lum. Dioptr. Var. de Opt.

(b) Transact. philos. 1666.

lavorarono in guise diverse . Il Gray in oltre introdusse una sottilissima goccia d'acqua a fare le veci di vetro finissimo, e formò due sorti diverse di microscopi d'acqua. Altra maniera di microscopi inventò il Wilson , altra il Marsham , e così molti altri che possono vedersi descritte nell'opera dello Smith [a]. Celebri sono i portenti de' picciolissimi animaluzzi osservati con essi dal Leeuwenhoek dall' Hartzoecker dal Gray, e da altri, che noi non possiamo qui riferire, ma che provano abbastanza quanto si fosse avanzata a que' tempi la costruzione de' microscopi . Nè minori progressi faceva l'ortica nella parte teorica, e nell'acquisto di nuove ed utili cognizioni. Gli ottici non conoscevano nella luce che due deviazioni o cambiamenti di direzione cioè la riflessione al giungere a' corpi opachi, e la rifrazione al passar pe' diafani, o per mezzi di spezie diversa . Due altre ne scoprì il Grimaldi : la dispersione de' fili luminosi d'un raggio solare, e la detta da lui distrazione, e dal Newton poi inflessione, quando la luce passando liberamente per l'aria s'accosta vicinissima

Crimaldi.

corso piegandosi verso quel corpo. E queste due scoperte aprirono agli ortici la via di molte nuove ed utili speculazioni [6].

11 Cavalieri esaminando gli specchi ustori trovò varie proprieti delle diverse figure coniche applicabili a tali specchi; e de-

Pattow.

fini in oltre il foco de' vetri disugualmente convesi, che il Keplero non seppe determinare [c]. Il Brrow, più profondo geometra, portò più avanti la teoria de' fochi de' vetri diversi, e della combinazione diversa di convesità e concavità differenti; diede nuovi principi per determinare il hugo apparente degli oggetti veduti per rifiessione, o per rifrazione, ed il-

ad un corpo senz' arrivare a toccarlo, e declina dal diritto suo

(a) Cours d' Opt. lib. III , c. XVIII . (e) Exercitat. ec. (b) De lumine , coloribus , et iride .

lustrò con nuove teorie, e con nuovi lumi molti punti dell' ottica curiosi ed interessanti [a].

Così i più dotti geometri impiegavano le loro meditazioni nella cultura dell'ottica; così i più valenti artefici si studiavano di recarle qualche miglioramento : così in varie guise illustravasi quella scienza, e preparavasi a ricevere la nuova forma, che le doveva apportare il Newton. La luce presentatasi agli occhi di tutti, e da nessuno veduta, si lasciò non solo vedere, ma toccare e manegeiare dal Newton: a lui svelò volentieri la sua natura, e parve, che si compiacesse di vedersi contemplare nelle più minute sue parti da' fissi seuardi di quel genio sovrano. Non dirò le sagaci sperienze, le attente osservazioni, le finissime diligenze usate dal Newton per penetrare ne più intimi suoi seni, e vederla ne suoi impercettibili atteggiamenti . Allor finalmente si scoprì la luce un corpo come gli altri, agilissimo bensì, e quasi d'infinita velocità, ma che impiega pur qualche tempo nel suo moto: si vide come si slancia dal corpo luminoso; trapassa i corpi diafani, e sente l'attrazione delle lor particelle, declinando più, o meno dalla sua direzione secondo la varia densità di que' mezzi: passa vicina ad altri corpi, e si difrance, o si piega attratta verso di loro; urta ne' corpi opachi, e mostra la suaelasticità nella pronta e regolare riflessione; e s'assoggetta in somma alle leggi tutte del moto de' corpi . Allora parimenti comparve la luce sottilissima sì a ma pur composta di particelle eterogenee, e sottomesse nelle mani del Newton ad una rigorosissima dissezione, mostrò i suoi raggi composti di sette raggetti primigenj ed inalterabili, tutti fra lor differenti, di massa o densità diversa, diverso colore, e diversa rifrangibilità e fece così vedere i germi stessi de' colori i fenomeni

Newton .

leno, gli accidenti delle immagini degli oggetti presentateci per mezzo de' vetri , e mille oscurissimi arcani della natura , e dell' arte [a]. Meccanica della luce, anatomia della luce, fenomeni grandi , dettagli insensibili agli altri occhi , vaste osservazioni , minute sperienze , tutto ciò che è verità , tutto è fatto pel Newton, il dio della luce, il vero Apollo della Filosofia. La decomposizione della luce , l'osservazione della costante e perpetua diversità di rifrazione ne' raggi diversi , l'esame dell' inalterabile loro rifrangibilità gli fecero riflettere, che il maggiore difetto de' telescopj diottrici consisteva nell' iride , che formano i vetri, derivata dalla diversa rifrazione; diverse sperienze riuscite con poca felicità l'indussero a credere, che non vi fosse rimedio per questo male; e il suo genio fecondo di opportune risorse gli suggerì il mezzo d'ottenere gli stessi effetti di moltiplicazione de'raggi di luce, e d'ingrandimento degli oggetti senza esporsi agl' inconvenienti della rifrazione de' vetri . A' telescopj diottrici sostituì i cattotrici; in vece de' vetri, che rifrangono il lume, che rompono i suoi raggi, e separano i 'suoi colori, adopero specchi, che lo riflettono, e rimandano i raggi senza scomporli, senza presentare distintamente colori diversi, senza produrre confusione. Chiuse una estremità del tubo, e vi collocò uno specchio concavo, che riceveva gli oggetti per l'altra estremità aperta, e ne mandava l'immagine ad uno specchietto piano e inclinato posto avanti il punto del foco, che la rimandava ad un picciolo foro nel lato del tubo, dove l'occhio la riceveva per mezzo d'una oculare. Non più iride, non più colori, non più confusione; in picciolo tubo, e facile a maneggiarsi , s'ingrandisce l'oggetto quanto negl' immensi ed intrattabili tubi diottrici. Furono pertanto i telescopi newtoniani ricevuti dagli astronomi con curiosa avidità, e con

<sup>(</sup>a) Newtoni Opt. , Lett. opt.

piena soddisfazione. La dottrina del Newton dell'emissione della luce , e dell' immutabilità de' sette colori ha avuto , ed ha anche presentemente di tanto in tanto i suoi oppositori : ma ha sempre parimenti trovati più e maggiori difensori ed illustratori; e si può dire, che ha sempre trionfato de' suoi avversari e regna tranquilla e gloriosa nella filosofia. L' invenzione de' telescopi catottrici gli è stata contrastata da molti : alcuni italiani ne hanno voluto dare la gloria ad un P. Zucchi, autore d'un' ottica, e d'altre opere matematiche or poco conosciute: molti francesi al Mersenno, il quale ne propose uno al Cartesia, e questi lo rifiutò [a]. L' inglese Gregory ha realmente più diritto di tutti gli altri alla gloria dell'invenzione . Fu suo il pensiero di applicare a' cannocchiali gli specchi in vece de' vetri, credendoli più facili da lavorarsi in figura ellittica e parabolica , che avrebbe corretti i difetti de' vetri sferici , ed anche della troppa grossezza degl'iperbolici , se mai si fosse riuscito nel lavorarli. Ma a che servono i pensieri quando non possono ridursi ad esecuzione ? Le idee del Gregory rimasero senza effetto. Solo il Newton ebbe l'accortezza di riflettere, che i difetti d'aberrazione e d'incurvazione restavano quasi insensibili in picciole porzioni di sfera, quali sono i vetri de' telescopi, e che il difetto principale di questi non è che la rifrazione diversa de' raggi della luce, la quale sarebbesi ugualmente tolta cogli specchi sferici , che con que' di qualunque altra figura conica. La semplicità e verità de' pensieri, e la facilità d'eseguirli è l'opera del genio; e se noi abbiamo telescopj di riflessione sì utili all'astronomia, e alla fisica, non li dobbiamo che al Newton, il quale prese l'idea della loro utilità pel vero suo aspetto, e ne diede l'esecuzione. Al pubblicarsi nell' Inghilterra l' invenzione del Newton [b] volle tosto

retensioni di ari all' invenione de' tele-

(a) Cart. ophs. XXIX , c XXXII , (b) Transact. philos. an. 1672. part. II.

il Cassegrain nella Francia riclamame l'anteriorità [a], e propose il suo telescopio catottrico, nel quale lo specchio del fondo, che il Gregory voleva concavo, dovera essere convesso. Natj furono su questi punti i dibattimenti [b]; ma il telescopio del Cassegrain non fu mai ridotto ad esecuzione, e rimase soltanto stimato e trionfante quello del Newton. Questo stesso per lungo tempo non venne molto adoperato, finchè in questo secolo Gioranni Hivilley si prese a lavotarne alcuni, e diede loro universale eclebrità. Il medesimo giunse poi anche a formarne de' gregoriani. Il Short ne lavorò altri ancor più perfetti il Molineux, e dal altri parecchi cercarono di dare maggiori comodi, e maggior perfezione a' telescopi, ed a' microscopi di riflessione, e venne ognora più la catottrica guadagnando maggiori lumi, e da equitando miglioramenti.

Specchi ustori

Per altra via s'arricchiva questa di nuove cognizioni, e si rendeva più utile allo scoprimento della natura, ed a' lavori dell'arti . Gli specchi ustori adoperati già dagli antichi furono dal Magini professore di Bologna portati a gran perfezione; e vuolsi, che questi eccitassero il Cavalieri a darci le belle teorie su' fochi delle diverse loro figure, che leggiamo nella sua opera su guesta materia [c]. Il Settala li lavorò ancor più perfetti; e poi il Villette superò il Settala, e quanti l'avevano preceduto. Ma tutti doverono ceder la mano al celebre specchio ustorio dello Tschirnousen, del quale si vedevano effetti sì straordinari , che movevano la maraviglia di rutta l'Europa [d]. Maggiori eziandio furono i portenti, che operò lo Techienausen nella dioruica . Le famose sue caustiche , delle quali abbiamo altrove parlato , sono frutto delle attente meditazioni , che fece su la riflessione , e su la rifrazione del lume . Queste lo portarono a desiderare vetri convessi più grandi , e

Tschirnausen.

(a) Journ. des Savans 1672. (b) V, Newton Opuse. ton- II. (c) De speralis asseriis .
(d) Ast. Lips. 1687 , 1692.

più perfetti, i quali esposti al sole fossero nuovi fornelli, che dessero una nuova chimica; ed egli ne lavorò sì grandi e sì attivi . che il Fontenelle li chiamò novità quasi miracolose di diottrica e di fisica, ed enimmi per gli artefici più intendenti [a]. In questo secolo gli specchi ustori, e la dottrina della riflessione del lume ha ricevuti ancora nuovi vantaggi. I famosi specchi d' Archimede , che avevano un foco si lontano da poter abbruciare le navi romane, erano stati creduti da tutta l'antichità : ma Cartesio ed altri moderni nesarono apertamente il fatto per non saperne concepire la possibilità . Il Kircher fu il primo, che riflettendo su la descrizione di tale fatto dataci da Tzetze, volle colla prova verificare la possibilità, e gli riusci di produrre con soli cinque specchi piani ad una distanza di più di cento piedi un calore non sopportabile [b]. Ma il Buffon portò più oltre la pruova, e rese molto più utili le sue sperienze [c]. Egli mostrò quanto sieno più opportuni per la riflessione i vetri stagnati , che gli specchi metallici per quanto sieno puliti : egli fissò quanta sia la forza, che perde il lume riflesso paragonato al diretto : egli immaginò una combinazione di specchi piani, che porta il foco all'alto, al basso, dove si vuole, siò che riesce molto comodo e vantaggioso per parecchie fisiche e chimiche sperienze. Questa artifiziosa collocazione di diversi specchi piani gli diede anche il bramato intento di portare il foco di tutti ad una lunga distanza, ed abbruciare un corpo rço piedi lontano, e di far vedere pratticamente, che potea realmente Archimede operare dalla città nel porto di Siracusa il descritto effetto dell'incendio delle navi . Altre scoperte fece il Puffon , akre il Cassini , altre il Courtieron , ed altre parecchi altri [d]: ma noi non possiamo seguire minutamente ogni cosa, e veniamo al più

Spitos -

<sup>(</sup>a) Eloge de Monsieur Tschirnausen . (b) Ars magna lucis et umbrae .

<sup>(</sup>e) Acad, des Sc. 1747. (d) Acad, des Sc. 1748 ec.

interessante ritrovato diottrico di questo secolo, che è quello de' telescopi acromatici tanto famosi.

Telescopiaci matici . 157 Eulero .

Dall' Eulero prende l'origine quest'utile e gloriosa scoperta . L' Eulero può in qualche modo chiamarsi il secondo Newton, che ha formata una nuova epoca in ogni classe delle matematiche. Alcune sperienze indussero il Newton ad asserire, che solo, se i raggi emergenti saranno paralleli agl'in-, cidenti, potrà aversi il lume bianco, e che se gli emergen-, ti saranno obbliqui agl' incidenti , il lume vi prenderà sempre vari colori [a]"; e quindi, sebbene ebbe qualche pensiero, che oggettivi composti di due vetri, il cui spazio intermezzo fosse pieno d'acqua, potessero correggere l'aberrazione della sfericità, non pensò mai nondimeno, che potesse servire questo mezzo per levare, o diminuire la dispersione de' raggi, o l'aberrazione, che dicesi della rifrangibilità. L' Eulero colse opportunamente tale idea ; parvegli molto probabile » che una 39 certa combinazione di differenti corpi trasparenti potesse es-» sere capace di rimediare a questo diferto, e che ne' nostri 29 occhi si trovino i differenti umori disposti in modo, che ne nisulti alcuna diffusione nel foco ". Diretto da queste riflessioni cominciò a cercare le dimensioni degli oggettivi formati di vetro e d'acqua da poter imitare la combinazione, che si fa nell'occhio naturalmente [b]. S'oppose il Dollond a' calcoli dell' Eulero, ed appoggiato alle leggi della rifrazione e della dispersione del Newton, conchiuse, che nel caso dell' Eulero la riunione de raggi di differenti colori non poteva formarsi che ad una distanza infinita [c]. Cadde adunque il progetto dell' Eulero, e il nome del Newton, tanto benemerito dell' ottica , fu questa volta pregiudiziale al suo maggiore avanzamento. Allora il Klingenstierna si fece coraggio, senza lasciar-

Dolland

(a) Ore. patt. II . lib. 1 . prop. to (c) Transact, philosoph. 1752.

(a) Ope. patt. II , lib. I , prop. 3.

si sgomentare dalla contraria autorità del rispettabile Newton: ardì attaccare la sua sperienza, a cui si appoggiava il Dollond; e provò, che la legge newtoniana s'accosterebbe assai più alla verità nelle piccole rifrazioni, che nelle grandi. Le ragioni del Klingenstierna obbligarono il Dollond a replicare le deti te sperienze, e l'esito corrispose alle teorie dell'oppositore. Non ebbe il Dollond difficoltà di darsi per vinto, e confessò ingenuamente, che il progetto dell' Eulero era realmente eseguibile, e che con mezzi diafani di diversa densità potevasi correggere l'aberrazione de' raggi . Adoperò egli prima i mezzi del vetro e dell'acqua proposti dall' Eulero; ma essendo troppo picciola la differenza delle rifrazioni fra que' due mezzi, bisognava dare a' vetri troppa curvità, onde cresceva l'aberrazione della sfericità, o lasciarli con troppo poca apertura, e privarsi de' principali vantaggi, che erano da sperarsi da tali telescopi. Si rivolse pertanto a due sorti di vetro, che davano maggiore differenza nelle rifrazioni, uno molto bianco e trasparente, chiamato flintglass, e l'altro verdastro simile al nostro comune, detto crownglass, le rifrazioni de' quali sono come 3 e 2; e col mezzo di questi corresse la dispersione de' raggi, fece sparire l'importuna iride, ed ottenne il bramato intento [a]. Quest'interessante scoperta diottrica mise in agitazione tutti i geometri: i tre più distinti, il Clairaut, l'Eulero, e l' Alembert vi applicarono tutta la forza de' loro calcoli per determinare la differente rifrangenza de' due vetri , le curvità più opportune per distruggere l'aberrazione della rifrangibilità, e quella della sfericità; le dimensioni più giuste per ottenere tutto l'effetto, ed altri punti complicati e difficili, che abbisognavano di tutte le risorse della tanto allor avanzata Tom. IV.

<sup>(</sup>a) Philosoph. Transact. 1758, Acad. des Sc. de Paris 1756, Vezeoas Addit. au Cours d'Opt. & Smith.

analisi, e che sembravano aver atteso il tempo del suo splendore per presentarsi alle speculazioni de' geometri . La più fina geometria venne in soccorso de' nostri occhi, e volle contribuire alla nostra curiosità: dimensioni esattissime, sottilissimi calcoli, ragionamenti ingegnosi presero per oggetto la rifrazione, la dispersione , e la riunione de' raggi della luce per mezzo de' vei tri, e la perfezione de' telescopi acromatici, e sparsero nuovi lumi non solo su l'ottica, ma su l'algebra, su la geometria, e su l'altre parti delle matematiche. Le dissertazioni su questi punti del Clairaut piene di giuste formole e d'invenzioni giovevoli; gli opuscoli del d' Alembert [a], ricchi di fine e sottili viste, e di giuste formole pel foco delle lenti di più maniere, per l'aberrazione nata sì dalla rifrangibilità, che dalla sfericità de' vetri , come per quella che nasce nell'occhio stesso , pel paragone de' microscopi diottrici e de' catottrici , per la rifrazione nelle materie diverse, e la maniera di combinarle insieme, e generalmente pel miglioramento delle lenti e della loro costruzione, e si può dire, per quasi tutti i punti importanti dell'ottica e sopra tutto i tre tomi della Dioetrica dell' Eulero . che il la Grange non dubita di chiamare trattato completo su questa materia [b], si possono dire i corsi dell' ottica raffinata e sublime, come lo è della piana ed elementare l'opera dello Smith. Senza tanta elevatezza e complicazione di calcoli, con una più semplice geometria, ma con gran forza d'immaginazione e d'ingegno, e con lunga e oculata prattica giunse il Boscovich a determinazioni non men sotuli , e più utili, e ad invenzioni prattiche molto ingegnose, e di vantaggio assai maggiore che le analitiche speculazioni de' raffinati geometri . L' errore della sfericità , trascurato dal Newton come troppo piccolo, o quasi infinitesimo in confronto di quello della rifrangibilità , contemplato da' nuovi diottrici ne' telesco-

Boscovich .

(a) Tom. III . IV . al.

(b) Asad, de Berlin, 1998.

pi acromatici , dove la differenza dall'uno all'altro è molto minore, dal solo Boscovich fu riguardato nel pieno e vero suo aspetto, investigatane la quantità in vetri di varia qualità, e di varie aperture, paragonato con quello della rifrangibilità non solo ne' diametri , o nell' estensione o quantità dell' uno e dell' altro, ma nella direzione de' raggi, e nella progressione della densità della luce in ciascuno de' differenti lor punti , ricavatene molte teoriche novità, scoperti nella prattica difetti non osservati da altri, ritrovati nuovi rimedi, ed inventati stromenti per correggerli con maggiore facilità. Lo studio degli ottici si era rivolto a perfezionare gli oggettivi, e a levarne i colori, poco s'era pensato agli oculari, o almeno pochissimo s'era fatto, the servisse all' uso comune. Il Boscovich prese questi particolarmente di mira; e mentre l'Eulero si arrampicava su formole e teorie , che non potevano ridursi utilmente alla prattica, egli si occupava in dar soluzioni semplici ed eleganti, alla cui dimostrazione bastano i primi elementi, e le già conosciute verità e in cercar regole spedite e facili all' esecuzione . Prese dal Clairant le formole per la rifrazione delle lenti; ma le fece sue per la semplicità delle dimostrazioni, e per la generalità de' principi . Coll' osservazione del lume riflesso dalla superficie posteriore d'una lente, e delle due rifrazioni, che soffre l'una all' entrare, l'altra all' uscire, volle spiegare un certo lume erratico, che ha cagionato degli sbagli in alcuni astronomi. Fece nuove osservazioni su l'inversione dello spettro diretta ed obbliqua, e ne ricavò utili ammaestramenti . Trovò nella diversa rifrangibilità un errore comune a tutti i raggi, ed altro particolare de' raggi situati fuori dell' asse, e propose il modo di correggere l'uno e l'altro. Diede metodi per servirsi utilmente del vetro comune ; applicò l'acqua a nuovi usi diottrici , ed immaginò un telescopio ripieno d'essa per determinare la celerità della luce, come venne poi esposto, ma non

con tanta pienezza di viste, da un inglese [a]; dimostrò, che per mezzo di due sostanze non possono unirsi che due colori. e fece vedere quanto siamo ancora lontani da un perfetto acromatismo ne' telescopi; e si distese a molte nuove e curiose ricerche, ed uni in tutte a fine ed esatte speculazioni teoriche nuove regole, ed utilissimi metodi per la prattica. Le dotte dissertazioni in vari tempi da lui pubblicate [b]; gli stromenti o da lui originalmente inventati, o ridotti a nuova esattezza, o a più universale utilità, tante sottili osservazioni, tante interessanti invenzioni, tante scoperte ingegnose mostrano nel Boscovich l'uomo di genio, che avvezzo alle geometriche speculazioni, occupato per cinquanta e più anni in maneggiar telescopi, ed in osservar notte e di pel loro mezzo le stelle, trasportato dall'amore dell'astronomia, persuaso per prattica della necessità di migliorare il lavoro de' telescopi come unico mezzo dell'avanzamento della diletta sua scienza, a tutto pensa, tutto riflette, cerca il profitto dell'arte, non la propria sua gloria, nè curasi d'innalzarsi a sublimi calcoli, e ad analitiche teorie, spesso difficili d'intendere, e rare volte riducibili ad uso; ma si dà tutto a' progressi della prattica, alla perfezione del lavoro, al vero vantaggio dell'ottica, e dell'astronomia. La necessità di miglioramenti ne' telescopi acromatici ha impegnata l'universale curiosità; la geometria, la meccanica, e la chimica sono invitate a contribuire con nuovi lumi a questo comune benefizio dell' umanità. Il leaurat con un artifizio meccanico ha fatto un lavoro utile agli artisti; ha trovate le curvature, che fa d'uopo dare a' diversi vetri, e ne ha distese le tavole, che possono servire loro di guida. Egli in oltre propose certi telescopj, che chiamava diplatidiani [c], e che il Selva dotto

361 Jeaurat

<sup>(</sup>a) Philoseph. Transact. 1782.
(b) Acad. Instit. Bonon. tom. V, turn
Dissert. quinque ad Dioptricam pertinentes.
Vindobonue 1767, turn Opera pertinenția ad

Opticam et Astron. tom. I , et II. Bas-

<sup>(</sup>c) Acad. des Scien. an. 1779.

artefice veneziano, che ne fece altri simili, distingue col nome di iconantidittici [a], i quali davano due immagini dello stesso oggetto , una diritta , l'altra inversa con due opposti movimenti, e cercò di perfezionare gli obbiettivi, e gli oculari degli acromatici . Il Rochon si fece nome per vari servigi prestati all'ottica, per nuove formole ch'egli stesso verificava colla sperienza, per nuovi stromenti da lui inventati, per nuove maniere di costruzioni, e pel miglioramento, che colla doppia rifrazione del cristallo recò al micrometro obbiettivo, che fu cagione di amarezze e contrasti col celebre Boscovich [b]. Il Fuss [c], l' Oriani [d], e qualche altro hanno fatto de' tentativi per migliorare nella figura della curvatura i cannocchiali acromatici . L' Accademia delle Scienze di Parigi si applicò ad un mezzo più utile, e propose premio, offerto da un privato zelante de' progressi dell' arte, a chi sapesse levare i difetti del flintgloss, e renderlo d'una trasparenza perfetta, ed affatto uguale. Il Macquer fece molte sperienze per iscoprire la cagione de' difetti , a' quali è soggetto questo cristallo , e le spose all' Accademia [e]; e fu coronata da questa una delle dissertazioni presentate al concorso. Cominciava a mancare, o almeno a divenire troppo caro il flintglass inglese; onde bisognò studiar molto per rintracciare altre materie con cui potervi supplire . Il tedesco Zeiler , scortato dall' Eulero presentò all' Accademia di Pietroburgo , nel 1863 , una composizione del vetro comune con una porzione di minio, che diventava più perfetta quanto più abbondava di minio [f]. Non pare che tale composizione fosse di piena soddisfazione de'fisici e de'

16s

glioramento el flintglass

364

<sup>(</sup>a) Dial. ottic. ec. dial. IV. (b) Acad. des Scien. m. 1776 ec. O.

<sup>(</sup>h) Acad. des Scien. m., 1776 ec. seules Recueil ec.

<sup>(</sup>e) Instruction ditaillie pour porter les function . . . . ou plus hant degré de perfeation etc. Saint-Petersbourg 1774.

<sup>(</sup>d) Mem. di Mat. e Fis. della Società Ital. som. 111.

<sup>(</sup>f) Trattato delle speile di vetro do-

core d'una forza diferente per separare à colori co.

matematici , e l'Accademia delle Scienze di Parigi , nel 1773 s propose per un premio straordinario la costruzione d'un cristallo perfetto, quale per tali telescopi conviene : e un certo Libarde, impiegato nelle vetraje di Francia, lo riportò. Ma in tutte queste composizioni si ritrovavano inconvenienti , che le facevano abbandonare dagli ottici : Il Rochon , a cui felicissimo riuscì l'uso della platina, per lo specchio de' telescopi, volle servirsi della medesima per farne un crogiuolo cilindrico, ove fondere il vetro, e poi maneggiarlo, e tagliarlo secondo le peculiari sue vedute; ma le vicende sopraggiunte non gli permisero di compirlo. Attualmente, in Monaco, il valente macchinista Reinchembach, che pareggia almeno, se non forse anche supera nella finezza degli stromenti i migliori artefici inglesi , forma eccellenti telescopi acromatici e questi con un flintglas di propria invenzione . Ed è sperabile che , applicandosi a queste ricerche gli artefici e i chimici , i naturalisti e i geometri, si troverà qualche materia più conveniente a tal' uso, e qualche ulteriore miglioramento. I telescopi acromatici occuparono l'attenzione di tutti i geometri : col loro ajuto si promettevano di conquistar nuovi cieli ; mille lusinghiere speranze si presentavano aeli avidi occhi degli astronomi : l' Eulero , il Clairaut , l' Alembert , il Boscovich , il la Grange , ed infiniti altri scrissero replicate volte su questa materia: i telescopi catottrici appena riportarono qualche leggiera considerazione di que' geometri : tutti gli sguardi , e tutte le premute etano rivolte agli acromatici. Pure con questi non si sono ancor fatte riguardevoli scoperte, e solo s'è ottenuta qualche maggiore comodità per gli astronomi nel fare le osservazioni . Mentre con tanto impegno questi sommi geometri faticavano pel miglioramento degli acromatici senza ottenere per mezzo d'essi nuove scoperte, un musico e militare tedesco ritirato nell' Inghilterra con un telescopio di riflessione scopriva un nuovo pianeta , nuovi satelliti , e nuove stelle , e faceva prendere a' cieli ' un nuovo aspetto . Il famoso Herschel nel fondo del suo ritiro con instancabile ed industriosa pazienza, e con diligente destrezza, senza formole, senza calcoli, senza chimiche dissoluzioni , senz' ajuti accademici ha saputo dare a' suoi telescopi catottrici una forza ed attività, che nè mille geometri, nè mille chimici co' più sublimi calcoli , e colle più esatte formole . e colle sperienze più rassinate, con tante dissertazioni, e con tanti libri non hanno potuto procacciare a' loro applauditi acromatici. Nel 1772 incominciò a lavorare telescopi diottrici , ma presto lasciò questi da parte per attendere ai catottrici , e vi riuscì sì felicemente, che quando prima il maggiore ingrandimento che avevano saputo produrre gli artefici, non era stato che di quattrocento, egli subito ne procurò di mille, e di più e più sicchè nel 1782 ne aveva annunciato nella R. Società di Londra uno di sei mila [a]. E poi sempre più è andato migliorandoli , finchè produsse quel portentoso telescopio ch' egli lungamente descrive nelle transazioni filosofiche del 1705, che forma la maraviglia degli astronomi e degli ottici, e di quanti sanno stimare il vero pregio in tali materie. Benemerito delle scienze, non solo migliorò gli stromenti della vista, ma insegnò eziandio il modo di migliorare la vista stessa, o di regolare gli occhi per vedere di più nelle astronomiche osservazioni . Ed anzi , dalla prattica ottica venendo alla teorica , ha saputo dottamente esaminare ne' telescopi la luce e chiarezza, l'ingrandimento, e ciò ch' egli chiama facoltà o potenza di penetrare, ossia la forza di far percepire o sentire piccioli oggetti, che non parevano posti nella sfera de' nostri sensi.

I calcoli, le meditazioni, e gli studi de' geometri, degli ottici, e di tutti gli applicati a queste materie tendevano a meglio conoscere la rifrazione e la riflessione della luce, al mi-

Fotometria .

(a) Transact. philos. 1781.

367

glioramento de' cannocchiali , all' avanzamento della diottrica e della catottrica; s' incominciò a pensare altresì ad esaminare la forza e l'intensità della medesima luce , e a misurare i suoi gradi e a formare una scienza della fotometria conosciuta soltanto a' nostri dì. Non poca lode merita il cappuccino P. Francesco Maria, che tentò d'aprire la strada a tale scienza, tutto che il suo lucimetro non possa dirsene che un saggio molto imperfetto. Il titolo di creatore di quella dee darsi al Bouquer. Egli con ingegnose sperienze, e con giusti calcoli misurò i gradi diversi d'intensità de'lumi diversi, d'una e di più candele d'una torcia e d'una candela del sole e della luna . de' pianeti e delle stelle fisse, e la differenza di tali gradi nelle diverse situazioni delle lor orbite; egli esaminò quanta luce assorbisca un corpo che la riflette, e qual differenza passi fra' corpi diversi nella maggiore o minore porzione che n'esauriscono, quale nelle superficie liscie e polite, quale nelle ruvide e scabre; egli determinò quanta luce si perda nel traversare i corpi diafani di densità differenti, e quanta per le inclinazioni differenti de' raggi incidenti su la superficie di tali corpi : egli descrisse la linea che forma la successiva degradazione del lume passando i mezzi diafani di diverse profondità , o di nature diverse, e seguì in somma da acuto fisico, e da sodo geometra l'andamento del lume, e la deperdizione della sua intenzione e vivacità e gettò i fondamenti e incominciò la gran fabbrica d'una scienza, che ardisce non meno che prendere le misure d'un corpo sì poco maneggiabile com' è la luce. La sua opera non fu che prima un Saggio, e poi cogli aggiunti accrescimenti un più completo Trattato d'ottica su la gradazione della luce; e questa, al solito delle opere originali, ne fece nascere delle altre . Mentre il Bouquer sì utilmente s'impiegava in tali ricerche, l'Eulero, a cui niente sfuggiva di quanto può assoggettarsi al calcolo, rivolse anch'esso le sue me-

ditazioni alla misura della luce, e dopo alcuni teoremi su l'illuminazione de' corpi , particolarmente degli sferici , entrò a misurare i lumi diversi de' corpi celesti, discendendo distintamente a ciascun pianeta, ed alle stelle fisse, e fece in questa, come in tutte l'altre materie, risplendere la sua sublime geometria . Ma il gran maestro della fotometria altro non è che il Lambert . Con una lunga serie di squisite sperienze hi egli per tutti i versi maneggiata la luce, e mossala in varie guise. e condottala su vari corpi, e diretta su varie ordinazioni, esaminata direttamente in se stessa , riguardata nella chiarezza de corpi illuminati, paragonata la chiarezza delle immagini ne' fochi de' vetri con quella degli oggetti stessi, e la chiarezza degli oggetti stessi con quella che ci si presenta negli occhi, e contemplata la quantità della luce che i corpi diversi, e gli stessi di differenti colori riflettono, e passato a calcolare l'illuminazione della terra e de' pianeti , e di questi stessi nelle diverse lor fasi , ha contemplati i diversi gradi di luce de' crepuscoli , dell' ombre e delle tenebre e in tutto ha fatte nuove e curiose scoperte, e le ha incontrastabilmente dimostrate con esatti calcoli, e con evidenti sperienze, ed è rimasto pienamente padrone di questo campo a dottore universale della fotometria [a]. Entrati i filosofi in famigliare ed intima conoscenza della luce. si sono avanzati a sminuzzarla sempre più, ed hanno saputo distinguere e separare ne' raggi luminosi il calore o la luce. Qualche differenza del calore e della luce s'era già scoperta e provata da' fisici, e il Rochon osservò e dimostrò con varie sperienze diversità di calori ne' raggi solari di calori diversi . Ma il Lambert, o il Newton in questa parte della cog izione della luce è stato il celebre Herschel . Non contento d'avere da lontano scoperta la luce in molti corpi, dove per tanti secoli non Tom. IV.

348

Herschel .

(a) Photomet ia , sive de mensura et predibus luminis colorum et umbrae .

era stata da nessun altro veduta, ha voluto assoggettarla da vicino alle rigorose sue osservazioni. Co' prismi e co' termometri, co' microscopi e co' telescopi ha' messi a tortura i raggi solari, e obbligatigli a palesare i gradi di calore e di chiarezza o di luce che ciascun d'essi contiene, ed ha scoperto che diversissimi sono in essi i gradi dell'uno e dell'altra, che il maggior grado di calore è ne rossi , il maggiore di chiarore o di luce nel verde basso, o nel giallo alto, il minore sì di calore che di luce ne' violetti, misurando in ciascuno d'essi i gradi che contengono dell' uno e dell' altra. E tanto ha trovato différenti queste due proprietà , che egli è riuscito in alcuni raggi di ottenere il calore senza percepirvi alcuna chiarezza , e così è giunto a molte curiose e novissime scoperte fisiche della luce e del calore, delle quali non era venuto a nessun altro neppure il pensicro. E venendo alla diletta sua ottica, alla disposizione de' vetri, alla composizione de' cannocchiali, ha trovato che la rifrangibilità ne' raggi che producono il calore, è diversa da quella dei raggi che recano la chiarezza; e che in un vetro o specchio il foco della luce è diverso da quello del calore, più vicino quello, e quest'altro più lontano; che alcuni raggi danno maggior chiarezza, ma forse troppa, che abbaglia la vista, che la stracca e la guasta; e siccome negli apparecchi ottici si cerca la maggior chiarezza e nettezza negli oggetti , la maggiore dolcezza ed agevolezza nella vista , va egli determinando quali vetri colorati, in qual maniera disposti, quale apertura ne' telescopi , e quali misure in queste parti debbano prendersi , per dare agli apparecchi ottici maggior perfezione, e recare alla scienza ottica nuovi miglioramenti [a].

In questo stato ritrovanisi le teorie ottiche, e la costruzione degli ottici stromenti, recato il tutto ad una perfezione, a cui non mai si sarebbe ne' passati secoli immaginato che po-

(a) Transact, philos. 1800.

ressero giungere, ed ora nondimeno si spera di potervi vedere eziandio ulteriori avanzamenti . Newton non credeva possibile levare l'iride da' cannocchiali diottrici; Eulero e Klingenstier. na ne mostrarono co' loro calcoli la possibilità e Dollond riuscì a merrerlo in esecuzione. I geometri hanno rintracciate. ne' vetri e negli specchi, vantaggiosissime forme che forse potranno eziandio condursi a maggior perfezione : ma non hanno poi potuto gli artefici ridurle a compimento: ulteriori speculazioni de' geometri e degli artefici otterranno forse stromenti e metodi di perfezionare: l'arte di lavorare e polire i vetri e gli specchi, e ridurli a quella curvatura e figura, metterli in quella posizione, e recarli a quella perfezione che loro prescrivono le ottiche teorie. Un tedesco, soldato e musico, lavorando per suo trastullo stromenti ottici, ha dato un telescopio, che ha fatto lo stupore de' geometri e degli ottici, ed ha messo in nuovo aspetto l'ottica e l'astronomia; speriamo che sorga altro Herschel, che n'inventi qualche altro, non ancora immaginato, e arrechi nuovi miglioramenti alle scienze . Il flintglas in mano del Dolland ha prodotti i cannocchiali acromatici: non potremo altresì sperare che si ritrovino altre materie, che sieno di vantaggio anche maggiore alla diottrica! Il Rochon ha fatto colla platina un telescopio che riuscì molto più perfetto degli altri d'altre materie, forse i naturalisti ed i chimici, forse gli artefici stessi, forse il mero caso scopriranno qualche altra materia più facile ad aversi che la platina, e più conveniente al miglioramento della catottrica. I desideri non solo degli ottici e degli astronomi, ma di tutti i filosofi anzi di tutta l'umanità tendono al miglioramento degli ottici stromenti : la materia è molto importante, e merita l'attenzione e lo studio di tutti i dotti, e i lumi e gli ajuti di tutte le scienze, e di tutte le arti ; nè v'è diligenza e riguardo , che non debba impiegarsi pel maggior suo avanzamento. Non si tratta di meno che

d'accrescere quasi a volontà la sfera d'uno de nostri sensi, e di stendere il nostro impero su la natura; di far comparire a' no-stri occhi cosce e fenomeni sconosciuti fin dal principio del mondo; e di cercare in quakhe modo per noi nuovi cielì, farci comparir in gran parte nuovi i goduti finora, e contribuire con Dio a farci vedere e godere le infinite maraviglie da lui offerte da tanti secoli alla nostra contemplazione.

## CAPITOLO X.

Dell' Astronomia .

Anrichità dell'

astronomia è la scienza più vasta e più sublime, il principale oggetto di tutte le scienze matematiche, la prima scienza, che siasi con particolare studio coltivata dagli uomini. Le più antiche memorie, che sieno rimaste per la storia delle scienze, sono quelle, che riporta Giuseppe ebreo degli antidiluviani, e queste risguardano l'astronomia. Le pietre, e i mattoni . le colonne de' figliuoli di Seth , i primi libri del genere umano non contenevano che le scoperte astronomiche, le uniche cognizioni, che gli uomini conservassero con gelosia, e che cercassero ardentemente di tramandare alla studiosa posterità [a]: e se Iddio diede agli antichi patriarchi la consolazione d'una vita lunghissima, quale non solo da Mose, ma da Manetone, da Beroso, da Moco, e da molti altri egiziani, fenici, e greci viene descritta, questo non fu che per meglio coltivare la geometria e l'astronomia, per avanzare nelle scoperte, e nelle gloriose speculazioni su queste scienze, e per formare particolarmente nell'astronomia utili ed esatti periodi, quale è quello de' 600 anni [b]. Non mi farò garante della verità di que-

(a) Antiqu. Jud. lib. 1, a. 1V.

(6) Ivi e. VIII.

ste notizie lasciateci da Giuseppe ebreo, nè crederò col Baillu, che il periodo de' 600 anni venga dallo stesso Giuseppe confermato col testimonio degli or nominati scrittori , i quali non mi sembrano ad altro da lui citati , che ad attestare la funga vita de' primi uomini [a]; ma dirò nondimeno, che la sola tradizione di esse, vera o falsa che sia, suppone, che vi fosse stato da lunghi secoli amore e studio dell' astronomia, e che si fosse giunto a formare un periodo astronomico lungo e difficile, superiore a' lumi degli stessi astronomi posteriori. Pozeva egli Giuseppe, ignorante com' era dell' astronomia, fiugere un tal periodo, se non fosse stato ideato da altri da sì lungo tempo, che più non sapevasene l'autore, e conservato soltanto presso gli ebrei come opera de' primi patriarchi? Ma che che sia dello studio astronomico di que' tempi remoti , noi altro non ne sappiamo che questo poco, che ci racconta Giuseppe, ed anche su questo poco lasciamo a' critici il disputare della verità del suo racconto. Nè moko più dir potremo dell'astronomia delle nazioni asiatiche donde sono a noi derivati i principi di quella scienza . Il Bailly vuol dare particolarmente all' indiana una remotissima antichità , perciocchè se gl' Indiani fino dall' anno 3102 avanti la nostra era fissarono già un' epoca, ch' era astronomica e civile , od un periodo di 4383 anni , come si ricava dalle loro tavole astronomiche, segno è, che già fin d'allora s' erano fatte molte osservazioni , s'erano combinati parecchi risultati di tali osservazioni, s' era coltivata con lungo ed attento studio l'astronomia. La copia delle materie non ci permette di seguire minutamente i molti artifizi retorici ed eruditi , che sa usare l'ingegnoso autore per istabilire l'autenticità di quell'epoca , e l'antichità dell'astronomia indiana; ma diremo soltanto, che tali epoche, e tali periodi non deono servire a provare l'antichità, che sembrano di supporre. Il pe-

Astronomia ediana -

(a) Astr. anc. hb. IR. Eclaircise, S. V.

riodo giuliano suppone un principio anteriore d'alcuni secoli a quanto stabiliscono i cronologi sul principio del mondo; e pure sappiamo, che la sua istituzione non è che dello Scalige-70 nè sorpassa ancor due secoli. E se il Cassini avesse stabilito e messo in voga presso gli astronomi il suo periodo lunisolare pasquale . noi avremmo un'epoca civile ed astronomica con un periodo di 11600 anni, senza potere per questo accordare alla nostra astronomia una maggiore antichità di quella, che eli storici monumenti ci danno. Gli antichi, che parlano degli studi degl' Indiani, niente dicono in particolare della loro astronomia . Laerzio [a] dice soltanto de' ginnosofisti , che filosofarono oscuramente sul culto degli Dei, e su l'esercizio delle virtà, e che furono disprezzatori della morte; e Plinio fra le varie classi degl'Indiani contando i lor letterati , altro non dice di questi , se non che finiscono la lor vita col gettarsi spontaneamente nel fuoco [b]. Ciò non pertanto abbiano pur gl' Indiani coltivata fino da' tempi antichissimi l'astronomia come la coltivarono i Cinesi ed altri orientali ma non pretendiamo noi vanamente in sì rimota lontananza di luoghi e di tempi fissare l'origine della loro scienza, nè vogliamo fermarci a segnare distintamente i primi loro progressi , che non più possiamo conoscere : que' popoli sconosciuti e discosti non hanno avuta alcuna influenza su' nostri studi, nè gli antichi ci hanno lasciati «monumenti bastevoli per poterne parlare con qualche accertatezza ; quale profitto spereremo di ricavare da semplici congetture, per quanto sieno ingegnose, ed apporgiate a recondite erudizioni? Noi abbandoniamo volentieri ad altri scrittori non sol gl' Indiani , ma gli Urani , gli Atlanti , i Prometei, gli Endimioni, i Tauti, i Mercuri, i Beli, i Fohi, e tutti gli antichi eroi storici, o favolosi creduti benemeriti dell'astro-

(a) Procem-

(4) Lib. VI, c. XIX.

nomia; c'è troppo prezioso il tempo per impiegarlo in tali

Ciò che possiamo generalmente dire degli antichi è, che noi ad essi dobbiamo un benefizio assai maggiore, che non si crede comunemente. I primi principi dell' astronomia, che abbiamo da loro ricevuti a sono i fondamenti di tutta la scienza : e benche ora ci sembrino facili e piani, abbisognarono nondimeno di replicate osservazioni , e di lungo ed attento studio . onde meritare a' loro inventori la lode di veri astronomi . La divisione del tempo in giorni, mesi, ed anni, la costituzione dello zodiaco, la formazione de' segni e delle costellazioni, la distinzione de pianeti e delle stelle fisse, lo stabilimento de poli, e de' punti solstiziali ed equinoziali, ed altre simili cognizioni, che or neppur guardansi come astronomiche, abbisognavano allora di molte osservazioni, e di attente e replicate speculazioni , nè meritavano minor lode che le scoperte dell'aberrazione delle fisse, e della nutazione dell'asse terrestre nell'astronomia de' nostri di . Chiunque sia stato il popolo inventore dell' astronomia, noi non possiamo derivare la nostra che da' Greci, i primi , o gli unici , che dobbiamo riconoscere per maestri -Ma i Greci, come Platone [a], ed altri antichi consessano, presero i loro principi dalle nazioni straniere; e quelle pertanto dovranno interessare la nostra curiosità, dalle quali vediamo recarsi vantaggio alla greca astronomia . I Caldei e gli Egiziani possono riguardarsi come i maestri de' Greci Collistene . al dire di Porfirio citato da Simplicio [b] , riportò da? Caldei osservazioni astronomiche di 1903 anni, cioè da 2227 avanti l'era cristiana. Epigene ne trovò altre antichissime [c]. Ipparco, e Tolemmeo fecero uso nelle loro teorie dell'ecclissi d'alcune osservazioni de' medesimi [d]. Apollonio mindiano, pe-

Astronomia ntica •

Califer.

<sup>(</sup>a) Epinom.

<sup>(</sup>b) Com, in Arist. lib. De Caelo.

<sup>(</sup>c) V. Plin lib. VIII , c. LVI.
(d) Almagest, lib, 1V,

ritissimo nelle naturali osservazioni , come dice Seneca , si portò da' Caldei per imparare l'astronomia, ed apprese nelle loro scuole, che le comete non sono esalazioni, e fuochi transitori . ma corpi costanti . e durevoli come i pianeti . e che si sapevano i loro corpi [a]. Gemino [b], e Suida [c] ci descrivono alcuni periodi lunisolari, che fanno onore all'astronomia de' Caldei . Erodoto [d] deriva da questi ne' Greci l'uso del gnomone. E generalmente vediamo molti progressi dell'astronomia caldaica, e molta influenza della medesima nella greca. Gli Egiziani ebbero ancora maggior parte nell' istruzione de' Greci nell'astronomia. L'Egitto fu la scuola di tutti i Greci. Talete . Pitagora . Eudosso , Platone , i primi astronomi della Grecia corsero ad attingere gli elementi di quella scienza da' fonti degli Egiziani; nè giunse la greca astronomia a fare notabili avanzamenti se non ouando fu stabilita nell' Egitto nella scuola d'Alessandria. Platone [e], Diodoro siculo [f], e molti altri attribuiscono agli Egiziani il principio dell' astronomia . Seneca li mostra intelligenti e prattici nelle osservazioni delle ecclissi solari [g]. Le osservazioni rimasteci de' Caldei versavano su le ecclissi lunari; ma eli Egiziani notavano le lunari e le solari : e dal tempo di Vulcano figliuolo di Nilo fino ad Alessandro osservarono, secondo Laergio [h], 373 ecclissi del Sole, ed 832 della Luna, ciò che combina assai giustamente co' periodi dell' une e delle altre. Le varie divisioni de' loro anni , l'osservazione del levare eliaco , come dicono gli astronomi, del sirio, o della canicola, il periodo di 1461 anni, l'anno canicolare, che istituirono sul ritardo d'un giorno ogni quattro anni dell'apparizione di quella stella , la collocazione delle piramidi esattamente affacciate verso i quattro punti car-

giziana .

<sup>(</sup>a) Sen. Queret. natur. lib. XII , c. 111.

<sup>(</sup>b) Elem. astr. 4. XV.

<sup>(</sup>c) V. Saros. (d) Lib. 1V.

<sup>(</sup>e) Epinom. (f) Lib. I. (g) Lib. VII, c. III.

<sup>(</sup>h) Procen.

dinali del mondo, i metodi di calcolare le ecclissi, e vari altri monumenti d'astronomiche cognizioni provano, che gli Egiziani osservavano con attenzione le stelle , che ne formavano ingegnosi risultati, che meritavano la venerazione de' Greci coetanei, e che avevano qualche diritto al titolo, che s'arrogavano , di padri e maestri dell' astronomia .

Ma il maggior merito degli Egiziani è l'avere formati i Greci e l'essersi questi riservato soltanto a lor propria lode il migliorare la dottrina de' loro maestri [a] . Infatti i Greci si consessarono per discepoli degli Egiziani, ma non tardarono molto a superarli . Talete fu il primo astronomo della Grecia . Ritornato dall' Egitto insegnò a' Greci la teoria delle ecclissi , e fu il primo a predime una ; determinò in qualche modo il diametro del sole, e trovò il suo corso da un tropico all'altro : divise il cielo in cinque circoli o zone ; formò la costellazione dell' orsa minore, e scrisse molto su l'astronomia [6]. La setta ionica , o la scuola di Talete seguitò a coltivare eli studi astronomici . E. Anassimandro lavorò una sfera , nella quale rese visibili i circoli ideati dal suo maestro; fabbricò un gnomone, e se ne servì per osservare i solstizi; e se vero è ciò, che lasciò scritto Eudemo, secondo il racconto di Anatolio [c], ma che non ci pare fondato abbastanza, conobbe, benche imperfettamente, un qualche moto della terra. Anass mene, Anassagora, e gli altri filosofi di quella scuola coltivarono anche con particolare studio l'astronomia [d], Ma forse ha ricevuti questa scienza ancor maggiori vantaggi dalla scuola di Pitagora . L' obbliquità dell' ecclittica , l' esistenza degli antipodi, e la figura e costituzione della terra, la cognizione di Venere come fosforo ed espero, o come la stessa stella, che pre-

(a) Plato in Epinem. (b) Lacre. in Thalese . Plat. De placit, philos. lib. II.

Tom. IV.

(e V Fabr Bill. gr. tom. 11 , p. 177. (d) Plut. , Lacra, , ed al.

Talcte .

ende il sole nel suo pascere e lo segue nel tramontare e sono scoperte di Pitagora; e da lui parimente derivasi l'opinione dell' esistenza di molti mondi , o d'avere ogni stella il suo sistema planetario, o, per così dire, il suo mondo, e la sco-. perta, allora non molto curata, ed ora abbracciata da' più dotti astronomi del moto della terra, che poi spiegò più distintamente Filolao, e ne fu creduto da alcuni lo scopritore, come da altri dicevasi esserlo stato Hiceta siracusano [a]. Anzi come Pitagora volle applicare al moto de' pianeti le leggi. dell' armonia musicale, il Gregory [b], il Maclaurin [c], ed altri moderni hanno creduto di vedervi benchè a mio giudizio senza bastevole fondamento, le leggi dell'attrazione, e il vero sistema dell' universo. Dalla scuola di Pitagora uscirono rinomati astronomi dell' antichità . Filolao . sì chiaro illustratore del moto della terra, che viene stimato da' moderni come il Covernico dell'antichità, e chiamato da molti filolaico il sistema, che ora diciamo comunemente copernicano. Empedocle, Oenipode, Timeo, e varj altri rispettati dagli antichi per alcune profonde loro cognizioni . Democrito , particolarmente celebrato da' posteri per la penetrante sua sagacità di travedere fin da quel tempo nella via lattea un ammasso di picciole o di lontanissime stelle [d] , che molti anche nel lume della moderna astronomia gli hanno voluto contrastare, e che or a gloria del gran Democrito ha mostrato agli occhi di tutti co' portentosi suoi telescopi l' Herschel . Possiamo forse anche sperare, che questo medesimo Herschel ci scopra parimente quegli animali cinquanta volte più grandi e più belli de' no-

nen-ociito.

Pitagorici

dovremo sempre lodare l'accortezza di que' filosofi, che rico
(e) Laert. in Philoso.

(f) laer phys. et geon. Fract.
(f) Euper. phil. Nerme. lib. 1, c. 13.

Soma Seip. lib. 1, c. XV, al.

stri, che i pitagorici stabilivano nella luna : ma ad ogni modo-

un melle Google

nobbero la luna per un corpo simile alla nostra terra, ma coa alcuna diversità prodotta dalla differenza della lunghezza de' giorni [a]. Ad alcuni pitagorici attribuisce altresì Pluta co la cognizione della vera natura delle comete [b] . I cicli di Cleostrato , di Metone , di Calippo , e d'altri , e gl'ingegnosi loro pensieri per la riforma del greco calendario provano non poco avanzata l'astronomia di quell' età . Il Gregory raccogliendo eruditamente i passi degli antichi favorevoli all' astronomia de' pitagorici , ce la presenta in aspetto sì vantaggioso , che per poco non la fa comparire superiore alla moderna [c]. A dire il vero, esaminando attentamente varie opinioni de' pitagorici, ed anche d'alcuni altri astronomi antichi, sembra non potersi negare, che fossero giunti ad acquistare in vari punti cognizioni più profonde, e più giuste, che non convenissero a' principi d'una imperfetta e nascente scienza, nè combinassero colle assurdità che ad essi parimenti s'attribuiscono : il genio teorico e sistematico, e la passione, che li dominava, di volere spiegare ogni cosa, e rendere ragione di tutto, li avrà fatti urtare in molte verità, ed in molte giuste opinioni, che sponevano con eloquente entusiasmo , e che poi non sapevano sostenere per mancanza di fondamenti ; l'arcano e il mistero de' loro insegnamenti , e le espressioni metaforiche , e le immagini poetiche, con cui amavano d'abbellire i filosofici lor sentimenti avranno molto contribuito a deformarli e far comparire errori ed assurdità di que' filosofi ciò che non era che varia interpretazione de' loro comentatori . E credo potersi prudentemente decidere dell'antica astronomia, che nè era sì rozza ed incolta , come si crede comunemente , nè sì raifinata e sublime, come vorrebbono alcuni moderni, e come pretendevano

ikri astrononi grecu.

Merno dell greca astrono mia annea.

(a) Plot. lib. 11 , c. XXX, (b) Ivi lib. 11 , c. 11, (e) Pracf.

molti antichi; che fece molte osservazioni, e le fece con qualche diligenza, e talor anche con giuste mire; ma ch'esse non erano sufficienti per poterne ricavare i bei risultati e stabilire le profonde teorie, che annunziano i testimoni de' greci scrittori , e che deono risguardarsi come ingegnose immaginazioni , anziche come ben fondate opinioni, e meditate scoperte, e che era troppo avanzata per poter cadere negli errori, che le si vogliono appiccare a ma non abbastanza per potersi innalzare alle sublimi verità, di cui si crede padrona. Seneca ci fa sapere quanto fossero ancora recenti al suo tempo le scoperte astropomiche. Dice, che poco prima soltanto s' erano incominciati a conoscere i moti de' pianeti, quando sieno progressivi, quando stazionari, perchè divengano retrogradi. Ma egli stesso ci accenna esservi alcuni filosofi, che avevano più giuste idee di que' moti che non indicavano le parole , e che li credevano sempre progressivi, ancorché talora paressero stazionari e retrogradi [a]; ciocche suppone un' assai intima cognizione di tali moti, e forse eziandio del moto stesso della terra. Platone, che nell' Epinomide non dà un'idea troppo vantaggiosa della greca astronomia, propone pur nel Timeo un pensiero per ispiegare il moto circolare de' pianeti colla diversa loro velocità e cui il Galileo dà maggiore illustrazione ed ampliazione senza saper mai lodarlo abbastanza [b], e che viene ora riguardato da alcuni come un leggiero abbozzo della teoria delle forze centrali applicate al moto delle stelle.

Eudosso .

Ma appunto dopo Platone si può dire, che incomincia a prender vigore, e formar corpo la greca astronomia. Eudosto è il primo, cui venga dato distintamente il tirolo d'astronomo, il quale anche posteriormente era chiamato il principe degli astronomi [c], e ciò che è per lui più alorisso, viene citato con

(a) Quaest. nat. lib. VII., c. XXV.

(e) Cic. De Dirin. lib. 11.

onore da Ipparco [a], e le sue opere furono per molto tempo il corso astronomico de' Greci . E quanta fama non ha ottenuta Pitea presso gli antichi pel viaggio, che fece al circolo polare, e per le osservazioni ivi prese della lunghezza de' giorni estivi e della scarsezza di stelle vicino al polo, e forse ancora più presso i moderni, dopo la teoria della diminuzione dell' obbliquità dell' ecclittica , per l' osservazione fatta a Marsiglia dell'altezza meridiana del Sole nel giorno del solstizio di state? Non parlo d' Aristotele, tuttochè alcune sottili osservazioni più che le implicate teorie gli dieno qualche titolo da riporsi fra gli astronomi. Non d' Aristillo, nè di Timocari, tuttochè le diligenti e replicate loro osservazioni sieno state molto giovevoli agli astronomi posteriori, e di grand'uso allo stesso Ipparco, ed a Tolommeo. Aristarco di Samo è quell' astronomo, che chiama la nostra attenzione, il primo, di cui ci sia rimasto qualche scritto , e in cui cominci a vedersi finezza nelle osservazioni , e sortigliezza e penetrazione ne' risultati, e nelle teorie. Il solo suo metodo per determinare la distanza del Sole per la dicoromia della luce, cioè osservando la Luna in quella posizione in cui la parte illuminata è terminata in linea retta , e tirando un triangolo dall' occhio dell' osservatore al centro della Luna, e da questo a quello del Sole; e la giustezza della sua determinazione ottenuta con questo metodo, lontana bensì dalla perfezione, ma maggiore di quanto sino allora s' era trovato a bastano per accertarci dell' acutezza del suo ingegno, e della sodezza del suo giudizio [6]. Degna è parimenti di lode, e d'ammirazione l'esattezza della misura del diametro della Luna, ch' egli seppe ritrovare di poco meno d'un terzo di quello della terra . Più maraviglia reca eziandio la dilicata osservazione, ed assai giusta determinazione del dia-

Pitca .

ristillo, e Ti nocaci .

> glé ristaco.

(a) In Arati Phaenom

(b) De magnit, et distant. Solis et Lunes .

metro del Sole, che fissò da a della sua orbita. Ma ciò che gli acquistò maggior applauso, e maggiore venerazione, fu il suo impegno in promovere il sistema del moto della terra, e la sua abilità e maestria in fissarlo con giusti e sodi principi, e in difenderlo vigorosamente da tutti i contrari assalti. I pitagorici, e particolarmente Filolao, l'avevano già proposto, ed appoggiato ad alcune giuste ragioni , ma non avevano preso in vista gli accidenti ed i fenomeni diversi, che negli altri pianeti, è nelle stelle fisse dovevano risultare, dristarco, più avvezzo a contemplare le stelle, più familiare e domestico co' loro moti, e co'loro fenomeni, ebbe ad ogni cosa riguardo. La principale opposizione, che a quel sistema movevasi, era la diversità d'aspetti, che sembrava dovessero prendere le stelle fisse, qualor la terra vi s'accostasse, o discostasse nel lungo suo giro . Aristarco ebbe tanti lumi astronomici , e tanta forza d'immaginazione , che non dubitò d'asserire , ciò che anche a molti moderni è sembrato incredibile , che tutta l'orbita della terra non è che un punto paragonato colla distanza delle stelle fisse, nè può mai rendersi sensibile il suo avvicinamento [a]. La scuola d'Alessandria fu il teatro della vera gloria della greca astronomia. Aristillo, Timocari, ed Aristarco appartengono a quella scuola, e nella medesima fiorì pure l'enciclopedico Eratostene, il quale più ancor che dall'altre scienze, in cui si fece chiaro nome, trasse dall' astronomia la sua maggiore celebrità. Conservavansi nel portico di Alessandria a perpetua gloria del sapere astronomico d'Eratostene le armilie. famoso stromento, che di tanto uso fu nelle astronomiche osservazioni . da lui inventate , o sommamente migliorate , e adoperate in finissime operazioni . La posizione dello zodiaco . la via del corso del Sole attraverso le stelle, la distanza de' punti

Eratostene

(a) V. Atchimed. in Avener.

solstiziali e l'obbliquità dell'ecclittica era stata l'oggetto della ricerca di molti astronomi, che solo per congetture, e per approssimazione la poterono fissare. Pitea fece a questo fine. l'osservazione, che abbiamo di sopra mentovata: Aristorco fra eli altri fenomeni celesti osservò anche un solstizio: ma Eratostene colla diligenza ed esattezza, che esigeva la scuola d'Alessandria, e l'importanza dell'operazione, fece replicate osservazioni ne' solstizi estivi, e negl'invernali, e determinò la distanza ne' tropici fra 47° 40', e 47° 45'; Plutarco attribuisce ad Eratostene la misura delle distanze del Sole e della Luna, dando a questa 780000 stadi, ed a quella del Sole 804000000 [a]; e se recò maraviglia la misura d'Aristarco, che ampliò tanto gli spazi dell'universo, quanto stupore non deve produrre la misura d' Ergtostene, che slontanò ancor tanto più l'orbita del Sole, e s'accostò sì prossimamente alle più fine ed esatte dererminazioni degli astronomi de' nostri di ? Pur quest' operazione di Eratostene ci viene solo accennata da Plutarco, ne sappiamo con quale metodo l'abbia eseguita, nè vediamo, che abbia riportati gli elogi, nè meritata l'approvazione degli astronomi posteriori, e tutto ciò ci fa mettere qualche dubbio su la sua autenticità. Ma la grand' opera d' Eratostene, quella che gli riscosse la maraviglia di tutti gli antichi, che non cessano d'ammirare e d'applaudire i moderni , e che rende il nome d'Eratostene immortale ne' fasti dell' astronomia , è la sua intrapresa della misura della terra. Aristarco, ed altri astronomi prendevano per misura delle lunghissime distanze celesti il diametro della terra; ma questo non poteva assolutamente determinarsi in sè stesso, e d'uopo era didurlo dalla grandezza della circonferenza . I matematici , al dire d' Aristotele [b] , avevano per mere congetture stimata la circonferenza terrestre

(a) De plec, phil, lib, II. c. XXXII. (a) De Caelo II.

di stadi 400000. Un greco Dionisiodoro con una greca finzione raccontata da Plinio [a] fissò il semidiametro della term di 42000 stadi, donde i geometri calcolavano la circonferenza di 255000. Eratostene con un metodo astronomico, confrontando l'altezza del polo d'Alessandria e di Siena , la determinò di stadi 250000 , benchè Plinio [b] , Vitruvio [c] , Macrobio [d], ed altri la dicano di 252000 : perchè, come osserva il Riccioli [e], presero nel numero tondo di 700 gli stadi compresi in un grado, che Eratostene solamente contava 604 4. Noi abbiamo altrove [f] parlato assai lungamente di quest' operazione d' Erotostene, nè vogliamo ora entrare a difendere, come si potrebbe con qualche ragione, la sua esattezza: chi sa quanto penino i moderni astronomi , provveduti di sì fini stromenti, ajutati da' lumi di tanti secoli, diretti da metodi si studiati, per ottenere qualche esattezza nelle loro determinazioni , non pretenderà di trovarla molto perfetta in quelle degli astronomi antichi : il merito d' Erotastene è d'avere immaginata ed eseguita una misura astronomica e geometrica della terra; e la vera sua gloria è, che i moderni niente hanno saputo aggiungere al suo metodo, nè si sono più avvicinati alla verità che pe' progressi delle arti, che hanno loro somministrati mezzi di maggior precisione; e viverà eternamente ad onor delle matematiche il nome d' Eratostene, e la memoria della sua grande intrapresa. Dopo Erutostene ed Aristarco non parleremo di Conone , tuttochè lodato da Virgilio [g] , e da Seneca [h]; ne d'altri astronomi di minor nome. Ipparco , Ipparco è l'astronomo , dietro cui corrono i nostri sguardi,

(a) Lib. II, c. XIX. (i) Lib. II, c. CVIII. (c) Lib. I, c. VI. (d) Somm. Seip. Et. I, c. XX. (c) Aimeg. lib. 111, c. XXVII. (f) Tom. III. patt. II, p. 194. (g) Elog. II.

Qual nuovo aspetto non prende nelle mani d'Ipparco l' astronomia ? Generalità di mire , giustezza di metodi , diligenza e costanza d'osservazioni , sagacità di combinazioni , ordine e forma di scienza esatta. Aristarco, ed Eratostene inventarono alcuni ingegnosi metodi, fecero alcune regolate osservazioni , diedero alcune fondate determinazioni ; ma non legarono le osservazioni fatte, e le scoperte verità, non fecero una scienza dell' astronomia . Ipparco fu il genio vasto e profondo , che riguardandole tutte sotto una vista generale, ne formò un piano, vi mise in ordine le scoperte verità, collegò l'une coll' altre, ed abbracciò in tutta la sua estensione la scienza astronomica. Sole e Luna, stelle fisse e pianeti, i cieli tutti volle sottomettere alla sua dotta curiosità. Fece una rivista di tutte le operazioni degli antichi astronomi, e trovò poche lor ipotesi appoggiate a qualche osservazione, e delle stesse osservazioni poche gli parvero fatte colla richiesta diligenza, e pochissime replicate, e legate insieme per fondare qualche opinione, nè credè, che le loro determinazioni dovessero appagare la giudiziosa sua esattezza, ma le richiamò tutte ad un rigoroso esame. Uno sguardo generale su tutto il cielo gli fece correggere quasi tutte le posizioni delle stelle proposte da Arato dietro alle tracce d'Eudosso [a], e gl'ispirò il progetto di riportarle tutte a' due poli, ed a' circoli dell' equatore, e dell' ecclittica, onde potere colle nuove osservazioni conoscere ciò che nel cielo è stabile e fisso, e ciò all'opposto, che è mobile; e determinare col tempo i fenomeni, e le leggi di tali modi, e di tale stabilità. Esaminò l'obbliquità dell'ecclittica, o la distanza de' tropici fissata da Eratostene, e la trovò conforme all'astronomica verità. Se lodevole fu il coraggio d'Eratostene di misurare la terra, maggior maraviglia dovrà recare l'ardire d'Ippar-Toin. IV.

(a) la Arsti et Eudoni phoenon

co di esaminare le distanze de' corpi celesti, e mi surare l'universo. Noi non vediamo i pianeti nel vero lor sito, ma solo nell'apparente. Due osservatori diversi osservandoli da luoghi fra loro alquanto lontani , vedranno lo stesso pianeta in due siti diversi , ed amendue vedrebbonlo in un terzo e vero suo sito , se potessero osservarlo dal centro della terra. L'angolo formato da' raggi visuali de' due osservatori , la distanza de' punti celesti , ove essi riferiscono il pianeta , è ciò che dicesi paral'asse; la quale, come da sè è chiaro, sarà minore quanto più lontano sarà il pianeta osservato; e perciò dalla maggiore, o minore parallasse si potrà calcolare la distanza dei pianeti , e miaurarsi la grandezza di quello spazio; e la scoperta della parallasse, l'invenzione di questo metodo per conoscere le distanze de' corpi celesti , e misurar l' universo , è un nuovo dono fatto da Ipparco all' astronomia. Non contento egli di misurar le distanze dei pianeti, passò anche a contare il numero delle stelle, e rendercele in qualche modo dimestiche e famigliari, Oltre la gloria di superare le difficoltà, e di riuscire in sì ardua impresa, ottenne anche in premio dalla sua fatica un' importante e gloriosa scoperta. Col confrontare le sue osservazioni con quelle d'Aristillo e di Timocari fatte un secolo e mezzo prima, e fatte con sufficiente esattezza, trovò, che tutte le stelle s'erano avanzate quasi due gradi nell' ordine de' segni , o che i punti cardinali sembravano d'essere retroceduti, e scoprì così il famoso fenomeno della precessione degli equinozi, o, com' ei diceva , della retrogradazione de' punti solstiziali el equinoziali. Ne sole le stelle fisse, ma il Sole e la Luna, e i pianeti gli devono nuovi lumi. Volle fissare con precisione il vero tempo dell'annuo giro del Sole, ed osservò per molti anni il suo ritorno a' solstizi, ed agli equinozi; nè bastandogli le osservazioni fatte nell'intervallo di que' pochi anni, le confrontò con una d'Aristarco, anteriore di 145: e ri-

flettendo, che se l'annuo corso del Sole fosse di giorni 365 e 6 ore, avrebbe dovuto il Sole arrivare al solstizio dodici ore più tardi ; levando da 145 anni 12 ore , raccorciò l'anno di poco più di 5 minuti. Queste operazioni, e questi confronti d'osservazioni fatte in un lungo intervallo d'anni diedero agli astronomi l'ingegnoso metodo di paragonare simili osservazioni per rendere sensibili alcuni errori che altrimenti non si lascerebbero sentire, che è stato loro, ed è anche presentemente di grandissima utilità, Gl' intervalli degli equinozi, e de solstizi, che dovre bbono essere uniformi nel moto circolare del Sole, non compariscono tali. Giorni 94 - trovò Ipparco, che impiegava il Sole dall'equinozio di primavera al solstizio di state, e 02 - da questo all' equinozio d' autunno ; 187 per correre la metà boreale dell'ecclittica, 178 e quasi - per correre l'australe . Per ispiegare questo fenomeno pensò Ipparco all' eccentricità, e col fare eccentrico il circolo, che corre il Sole, potè rendere ragione di questa creduta irregolarità, ed aprire in qualche modo la via a' giri ellittici dati poi da Keplero a tutti i pianeti, e porre la base delle moderne teorie. Esaminò il giro diurno del Sole : e per fissarlo più esattamente l'incominciò a contare dal suo passaggio pel meridiano, ed istituì il giorno astronomico. Si rivolse a contemplare la Luna, e misurò, il tempo del suo giro; determinò l'eccentricità della sua orbita. e la sua inclinazione all' ecclittica , il moto de suoi ansidi , e de' suoi nodi ; e calcolò le prime tavole de' moti del Sole e della Luna, di cui resti memoria nell'astronomia. Dal Sole e dalla Luna passò anche a' pianeti ; ma non avendo osservazioni abbastanza, a cui potersi affidare, nè potendone egli far molte nel lento corso di quelle stelle , sgomentato dalla difficoltà delle disuguaglianze de' loro moti , e trattenuto dalla stessa sua esattezza, si contentò di radunare le poche osservazioni antiche , che gli parvero assai giuste , di farne egli altre migliori

per istruire la posterità, e di mostrare, che le supposizioni de? matematici del suo tempo non soddisfacevano a' fenomeni , nè mai ardi di presentarvi alcuna sua ipotesi , nè di stabilirvi alcuna teoria. Dalla contemplazione de' cieli volle anche discendere all' ispezione della terra, o per dir meglio innalzò alle stelle la posizione de' luoghi terrestri, e determinò le distanze di questi col riferirle a' punti celesti : innamorato com' egli era dell'astronomia, volle renderle tributaria la geografia, e coll' estendere il dominio dell'astronomia, ridusse la geografia in scienza positiva, e fondata in principi certi, e la lasciò men soggetta alle semplici congetture de' geografi , o a' falsi racconti de' viaggiatori. Da un trattato d'Ipparco citato da Teone gli attribuisce il Montucla [a] l'invenzione della trigonometria, sì rettilinea, che sferica, ed accresce sempre più i suoi meriti nelle scienze. Non finiremmo questo discorso, se volessimo riserire tutti i vantaggi recati da Ipparco all' astronomia; e forse sembrerà a molti, che n'abbiamo già troppo lungamente parlato nella ristrettezza della nostra opera; ma lo sbanditore delle vane ipotesi, e libere immaginazioni, l'introduttore della precisione, e della severità, il creatore d'una scienza esatta, il padre della vera astronomia, il maestro della studiosa posterità, lo svelatore de' cieli, il grand' Ipparco meritava nella storia dell' astronomia una più lunga, e più distinta menzione.

Altri astronomi greciIpparco su fecondo d'astronomiche invenzioni, ma non produsse verun astronomo, nè lasciò verun successore degno di lui. Gemino, Teodosio, e Menelao si conoscono per alcune loro osservazioni, e molto più per alcuni scritti, che sono stati per lungo tempo classici nell'astronomia; Posidonio per la costruzione d'una ingegnosa sfera, per la sua misura della tersa, e per l'opera astronomica, che ancor si conserva; Sosige-

341

ne, e Giulio Cesare per l'utilissima impresa della riforma del calendario, ed alcuni altri greci e romani per qualche lor merito nell' astronomia . Ma solo Tolemmeo merita dopo d'Ipparco particolare rimembranza. Tolemmeo fiorì sotto Adriano ed Antonino prima della metà del secondo secolo, quasi tre secoli dopo Ipparco; e Tolemmeo ed Ipparco formano . per così dire , tutta l'antica astronomia . Ipparco , genio sublime, e fecondo d'ingegnose invenzioni giovò più all'astronomia pe'suoi metodi , per le sue opinioni , pe'suoi progetti , per le sue scoperte; Tolemmeo, genio vasto, laborioso, ed ardito, ajutato da' lumi dello stesso Ipparco, e de' molti suoi successori, abbracciò un piano più completo, e potè ridurre a qualche perfezione ciò che Ipparco non aveva fatto che immaginare, o abbozzare. Ipparco formò i piani, acquistò i materiali pose i fondamenti e cominciò a levare la gran fabbrica della composizione dell' universo . Tolemmeo segui l'opera d'Ipparco, compì l'edifizio, e diede a godere agli uomini sì grandioso spettacolo; raccolse le cognizioni degli anteriori astronomi, vi aggiunse le sue, e presento un corso compiuto d'astronomia. Ipparco produsse più avanzamenti alla scienza astronomica: Tolemmeo è stato più utile agli astronomi, ed ha più giovato a' moderni progressi dell' astronomia . Ipparco sece la scoperta della parallasse, e comincio a farne uso: Tolemmeo studiò più attentamente questo punto : inventò uno stromento per osservare le parallassi , diede regole per calcolare le quantità, che riguardano la longitudine, e la latitudine, formò le tavole, e ne ricavò molti più usi astronomici, che Ipparco non conosceva. Gli antichi osservarono molte ecclissi del Sole, e molte più della Luna, e ne istituirono qualche teoria, onde poterle predire ; Ipparco in oltre si servì delle lunari per alcune determinazioni astronomiche, a cui senza tale mezzo non sarebbe mai giunto; ma solo Tolemmeo diede la prima dottri-

na di que' fenomeni, e spiegò i moti, e le distanze, e i diametri del Sole, della Luna, della terra, e delle ombre di queste, a cui tutta la cognizione delle ecclissi si appoggia, e fece vedere i molti usi astronomici , che dalle ecclissi lunari possono derivare, non conoscendosi ancor abbastanza que' delle solari. Ipparco osservò una disuguaglianza nel moto della Luna. come abbiam detto , nata dal moto delle apsidi della medesima, ch' egli rappresentò con un epiciclo, o con un eccentrico; Tolemmeo ne trovò un' altra prodotta dal moto de' nodi, che combinò con quella delle apsidi, movendo la Luna in un epiciclo per un eccentrico. L'epiciclo fu ideato dal geometra Apollonio, o fu almeno da lui dimostrata la proporzione necessaria fra l'epiciclo e il deferente per produrre i fenomeni delle stazioni e retrogradazioni de' corpi celesti; Ipparco, più fifosofo e più astronomo, pensò a sostituire un circolo eccentrico in vece del concentrico , che si credeva generalmente ; e con questo eccentrico senza bisogno dell' epiciclo non solo spiegò più felicemente e con maggiore verità i detti fenomeni, ma vari altri eziandio del Sole e della Luna non conosciuti dagli altri astronomi, che pur credeva potersi anche spiegare coll' epiciclo; Tolemmeo unendo l'epiciclo coll'eccentrico, e immaginando un eviciclo, che abbia per deferente un eccentrico, non solo spiegò la sopraddetta disuguaglianza della Luna a ma diede anche ragione di due disuguaglianze, che s'osservano ne' pianeti , tanto riguardo al Sole , che riguardo allo zodiaco . La teoria de' pia neti, delle loro distanze, de' loro moti, delle dimensioni delle lor orbite fu tutta opera di Tolemmeo; Ipparco fece varie osservazioni , scopri alcuni fenomeni non osservati dagli altri , ma non ardì ancora di darne le determinazioni , ne di renderne la ragione : Tolemmeo , più coraggioso , ed anche dopo le osservazioni di tre secoli più illuminato, intraprese di spiegar tutto, e di sutti i celesti fenomeni volle sta-

bilire una completa teoria. Colla cognizione delle stelle fisse. del Sole, della Luna, e de' pianeti si credè padrone dell' universo, e volle regolarlo tutto a suo modo, dargli le leggi, e fissare un pieno sistema. Quindi il famoso sistema tolemmaico, il quale, benchè fondato sopra uno schieramento de' corpi celesti da' Caldei, o da altri astronomi prima di lui immaginato, ebbe nondimeno il nome di Tolemmeo, perchè da lui appoggiato ad osservazioni, ed a ragioni, e ridotto ad astronomica regolarità. Il sistema di Tolemmeo si presenta troppo îngombro d'epicicli, e di circoli, d'eccentrici, e di concentrici, ed è insostenibile per la stessa sua complicazione poco conveniente alle operazioni della natura; ma dee sempre riguardarsi come un portento d'arditezza di genio, di fecondità d'immaginazione , di sottigliezza d'ingegno , di varietà di risorse dell' astronomico sapere del suo autore. La geografia, la cronologia, e l'ottica, come appartenenti all' astronomia, goderono anche della giovevole beneficenza degli studi di Tolemmeo . E tante sono le nuove osservazioni , e le interessanti scoperte , con cui illustrò Tolemmeo l'astronomia, che troppo lungo, e troppo arduo impegno sarebbe il volerle riferir tutte : ma egli è stato ancora più benemerito della sua scienza, e più utile alla posterità colle dotte sue opere, che colle stesse scoperte. L'Almagesto di Tolemmeo , come opportunamente dice il Bailly [a], mantenne la comunicazione fra l'astronomia antica e la moderna, e fu il fedele magazzino, dove per lunghi secoli si tennero in deposito i metodi, le osservazioni, e le cognizioni di tutti gli antichi astronomi, per trasmettersi a' moderni, che ne hanno saputo profittare . Se lo studio astronomico non si estinse in Alessandria, se si accese negli Arabi, se si conservò ne' secoli rozzi, se si rianimò, nel ristoramento de' buo-

<sup>(</sup>a) Attr. mederne lib. V.

344

ni studi, e si portò a quella perfezione, in cui lo vediamo presentemente, tutto si dee all'Almagesto di Tolemmeo.

Astronomia erabica

Lo studio dell' astronomia seguitò ancor a coltivarsi in Alessandria; ma dopo Totemmeo non sorse alcun vero astronomo. Noi tralasciamo di riferire i nomi degli scrittori, e de' maestri , degli astronomi , e de' cronologi , che si contano di que' tempi fra' Greci e fra' Latini per empiere la storia dell'astronomia e veniamo brevemente agli Arabi che sono gli unici che da Tolemmeo fino a Copernico le abbiano saputo produrre qualche reale vantaggio . Gli ossevatori astronomici , gli estremamente grandi ed esatti stromenti , l'operazione della misura della terra, le molte tavole astronomiche, la storia celeste d'Ibn Ionis, ove si riportano moltissime lor osservazioni, ed infinite opere non solo conservateci nell'arabico originale. ma tradotte in latino, o in volgare, che hanno un tempo servito alle scuole astronomiche, e che ancor vediamo o manoscritte, o stampate nelle biblioteche; e le lunghe liste d'astronomi, e di principi protettori dell'astronomia, che gli scrittori della storia astronomica, e que' delle cose arabiche ci presentano, tutto prova, che ardentemente fu coltivato, e promosso dagli Arabi lo studio dell'astronomia; e tanti nomi arabici divenuti tecnici e propri di questa scienza fanno vedere quanto essa sia debitrice a quella nazione, da cui ha dovuto prender la lingua. Infatti gli elementi di Alfragano sono stati il libro classico dell'astronomia, non solo presso gli Arabi, ma eziandio in tutta l' Europa. Una determinazione più giusta della lunghezza dell' anno , un' osservazione della declinazione dell' ecclittica, e più di tutto la trepidazione delle fisse, o un moto libratorio, per cui queste or avanzino, or retrocedano, falsamente immaginato da Thebit , hanno data molta celebrità al suo nome . Fu famoso Argachel per le tavole toledane ; ma si rese più utile all'astronomia per le continue sue osser-

Alfragano

Thebit .

394 Ansachel e

Description Connic

vazioni , e pel metodo , che adoperò , più perfetto di quello d'Ipparco, e di Tolemmeo, per determinare l'apogeo del Sole, la sua eccentricità, e gli elementi della sua teoria. Alh.igen, di cui abbiamo parlato nel trattato dell'ottica, è il primo astronomo, da cui possiamo imparare la dottrina de' crepuscoli , dell' armosfera , e delle astronomiche rifrazioni , tanto necessaria a tutta l'astronomia. La sostituzione immaginata da Alpetragio delle orbite spirali in vece delle circolari, se non servì a dare una migliore spiegazione de' fenomeni de' moti celesti, affievolì almeno il pregiudizio, che dominava in tutti gli astronomi, di non potersi questi eseguire che per orbite circolari : il primo passo verso la verità è il discostarsi dall'errore, ne si sarebbe forse mai giunto a stabilire le orbite ellittiche, se Alpetragio non avesse avuto il coraggio d'abbandonare le circolari , e d'introdurre , benchè poco avvedutamente , le spirali. Ouesti, e molti altri Arabi nell'Asia, nell'Africa, e nell' Europa tennero in credito e vigore l'astronomia, e le fecero fare alcuni progressi; ma il vero astronomo degli Arabi, l'Ipparco, e il Tolemmeo di quella nazione, altri non fu che Albatenio: la giustezza delle sue vedute, e le molte sue scoperte gli danno tutto il diritto a quest'astronomico principato. Egli assai più che gli antichi s'accostò alla verità nel determinare il movimento, che osservasi nelle fisse, riducendolo ad un grado per 70 anni in circa, non già per 100. Egli toccò sì dappresso l'eccentricità dell' orbita solare, che i moderni non le hanno saputo dare maggiore esattezza. Egli fece nuove tavole astronomiche, assai più giuste di quelle di Tolemmeo. Ma ciò che gli meritò particolarmente la venerazione degli astronomi, fu la sottile scoperta d'un movimento dell'apogeo del Sole distinto da quello delle fisse, e alquanto più rapido, pel quale l'apogeo del Sole s'avanza uniformemente lungo l'ecclittica: e la scoperta di quest' avanzamento l'eccitò per l'analogia a so-Tom. IV.

Incressio.

gos Ubarenio spettarne uno simile negli apogei degli altri pianeti , come le osservazioni moderne sembrano dimostrare. Questa scoperta è stata un nuovo passo dell' astronomia verso la sua perfezione : questa può dirsi l'unico vero avanzamento, che abbia ottenuto quella scienza nel lungo corso di tanti secoli : questa mette Abatenio al fianco d' Inparco e di Tolemmeo fra' padri e creatori dell'astronomia . Il solo Albatenio basta ad onore dell' arabica astronomia, e noi lasceremo da parte tanti altri Arabi , che si fecero nome distinto , e che ancor sono rinomati nella storia di quella scienza. Nè ci tratterremo di più nel descrivere le gloriose fatiche d' Alfonso X re di Castiglia , e l'opere di Giovanni di Siviglia, di Gherardo, di Giovanni di Sacrobosco, e di que' pochi, che profittando del magistero degli Arabi, cominciarono a spargere per l'Europa qualche amore delle astronomiche cognizioni . L'astronomia di que' tempi non era che arabica : traduzioni , comenti , e spiegazioni de' libri arabici erano tutti i lavori degli studi degli europei , come tante volte abbiam detto ; nè per quanto vogliamo esaminarli minutamente, potremo sperare di ritrovarvi il più picciolo avanzamento , nè cognizione alcuna , che non sia intieramente dovuta agli Arabi loro maestri . Noi ci affrettiamo ad entrare nella moderna astronomia, dove tanti sì rapidi, e sì grandiosi avanzamenti s'incontrano, che per quanto cerchiamo di tras-

Astronomi europei discepo h degli atabia

Ristoramento dell' astrono mla . la nostra attenzione.

Il secolo decimoquinto, troppo ingiustamente accusato di rozzo e d'incolto, è l'epoca del risorgimento della maggior parte delle scienze, e segnatamente dell'astronomia. Il primo passo per fare una nuova astronomia era impadronirsi bene dell'antica; e questa non poteva allora oftenersi, non conoscendosi che nell'almagesto di Talemmeo, ne avendosi questo che troppo liberamente tradotto, e d'alterato digli Arabi, e quiudi re-

correrli leggiermente , dovranno fermare per lunga pezza tutta.

so latino da rozzi scrittori poco intelligenti dell' arabo e dell' astronomia, e mal prattici del latino, Nel secolo decimoquinto si diseppellirono i libri greci , venne in moda lo studio della lingua greca, si conobbero per così dire personalmente gli autori greci , e le scienze greche si resero agli europei domestiche e familiari . Il Purbach , e il suo discepolo Regionanta- Regionantano produssero nell'astronomia questo ristoramento. Poco contenti dell'astronomia, che allor sapevasi, ed offesi delle moltissime assurdità, che nelle traduzioni dell'almagesto, incontravansi , presero a fare da sè molte osservazioni , riformare le allor correnti opinioni , e correggere gli errori delle traduzioni dell' almagesto : e singolarmente il Regiomontano , proveduto de' lumi della geometria, e della lingua greca, ed ajutato dagli stromenti, che la generosità del Walter gli prestava, potè combattere le fallaci teorie di Gherardo, e d'altri astronomi di que' tempi oscuri , tradurre dal greco originale non solo Tolèmmeo, e il suo comentatore Teone, ma Menelgo, e Teodosio e rimettere alla comune cognizione la greca astronomia. spiegare gli stromenti astronomici col loro uso, tanto que' che avevano adoperati gli antichi, come altri più recentemente inventati , formare tavole , distendere effemeridi , e rinnovare in somma l'antica astronomia, e cominciar a dare eccitamento per formarne una nuova. Questa ebbe la felice sua nascita dal Copernico. Non pochi furono alla fine di quel secolo gli astronomi di qualche grido : il Bianchini , Domenico Maria , il Ricci , il Walter , il Werner , l'Appiano , ed altri parecchi ; ma noi in tanta copia d'astronomi più rinomati , e più degni della nostra attenzione, li passiamo tutti in silenzio, e veniamo al Copernico, vero padre della moderna astronomia. Il collocamento, e la disposizione di tutti i corpi celesti, e il pieno sistema dell' universo è il fondamento, ed il fine di tutta l'astronomia. Copernico, prattico del cielo e delle stelle, non po-T T 2

Purbach , e

Altri astrone-

Coperaico.

tendo combinare i fenomeni, che osservava col sistema di Tolemmeo, si diede a ricercare in qual altro sistema si potrebbero tutti spiegare naturalmente [a]. Trovò, che Hiceta, Filolgo, ed altri greci fecero movere la terra, alcuni intorno al suo asse soltanto altri nell'annua sua orbita; ed abbracciò detto moto nell'uno e nell'altro senso. Lesse in Marciano Capella, che alcuni filosofi facevano girare intorno al Sole Mercurio e Venere, e trovò, che questa teoria era molto conforme a' fenomeni di tali pianeti, ed all'astronomica verità. Riflettè, che anche Marte, Giove, e Saturno avevano tali disuguaglianze nelle congiunzioni, e nelle opposizioni, che non potevano intendersi facendoli muovere intorno alla terra; ma che si spiegherebbero chiaramente se si movessero intorno al Sole. La Luna sola restò per lui nell'antico suo posto; ed essa realmente faceva il suo giro intorno alla terra. Restava dunque da contemplare, se fosse più verisimile, che il Sole con tutti i pianeti girasse intorno alla terra , ovvero che la terra , portando seco la Luna come un suo satellite si movesse come tutti gli altri pianeti intorno al Sole . I sopraddetti antichi filosofi abbracciarono il moto della terra; ma ciò fecero senza i necessari fondamenti per uno sforzo soltanto d'immaginazione e d'ingegno. o forse più tosto per discostarsi dalla comune opinione, e rendersi singolari. Copernico non ardì fare un tal passo, e proporre agli astronomi un tale moto, se non quando dopo quaranta e più anni d'osservazioni e di meditazioni restò convinto di potersi con questo solo rendere piena ragione di quanti moti e fenomeni si osservano ne' cieli , e di combinarsi in tale sistema naturalmente, e senza la menoma violenza tutti i diversi accidenti del cielo e della terra che non erano stati fin allora ben intesi . Così l'opinione degli antichi fu abbandonata come un sogno, o come una delle molte assurdità, che ama-

(a) De revol. orb. caeless. , Pracf. ad Paulum III.

vano di spacciare i filosofi; il sistema di Copernico viene anche oggidì rispettato come una grande scoperta, ed una astronomica verità. Egli dunque fissò nel centro il Sole, intorno al quale girano Mercurio e Venere, la terra colla Luna, che la corteggia, e poi Marte, Giove, e Saturno. Le varietà delle stagioni, e tutti i fenomeni, che vediamo nella terra, nella Luna, nel Sole, e in tutti i pianeti, si spiegano in questa disposizione de' corpi celesti colla maggiore naturalezza e facilità. Anche il piccolo lentissimo moto, che comparisce nelle stelle fisse, che i Greci e gli Arabi avevano attentamente osservato senza però poterne conoscere la cagione si vede derivare naturalmente da una piccola irregolarità nel parallelismo della terra, ricevuto che sia il doppio moto di questa sul proprio asse, e nella sua orbita. Tutti i movimenti regolari ed irregolari, che osservansi nel Sole, nella Luna, ne'pianeti, nelle stelle fisse, ed in tutti i cieli, tutti si presentavano spontaneamente alla vista degli astronomi nella supposizione del moto della terra, e tutti que' fenomeni de' corpi celesti, che nell'altre ipotesi parevano e si chiamavano irregolarità comparivano regolarissimi e necessari nel sistema copernicano [a]. E Copernico collo stabilimento del suo ben discusso e maturato sistema piantò la base della moderna e vera astronomia e della giusta e distinta idea della costituzione dell' Universo. Ouesto sistema, pubblicato nel 1546, e riconosciuto utilissimo da molti astronomi, e dallo stesso cardinale Schonberg, che sollecitarono l'autore per la sua publicazione, restò nondimeno oscuro, e quasi dimenticato, o riguardato soltanto come un ingegnoso paradosso, nè eccitò nel modo astronomico quello strepito, che la sua importanza doveva esigere, nè ottenne per tutto quel secolo particolare celebrità : Il Retico, il Reinold, il Moestlin, e pochi altri furono i suoi dichiarati partigiani;

<sup>(</sup>a) De revolut. ec- cap. X, e al.

Reinold.

ma soli il Keplero ed il Galileo gli diedero dopo un secolo fama universale, e lo fecero abbracciare da tutti gli astronomi come una vera scoperta. Dopo il Copernico non ebbe l'astronomia seguaci, che le recassero molto splendore : il Reinald
si fece nome colle sue tavole, dette Pruteniche in none del
prussiano Copernico, secondo il cui sistema le aveva composte. Il Nugnet, o Nonlo, su bennemeito dell'astronomia, non
tanto per avere sciolto il problema del giorno del menomo crepuscolo, che ha occupato anche i matemateci de' nostri di, e
per averci dato un assai pieno trattato intorno a' crepuscoli, e
varj scritti staronomici, quanto per aver inventato l' utilissimo

Cuglitimo landgravio di

stromento di divisione ben conosciuto col nome di Nonio. Celebre è nella torcia dell' astronomia Gng'ietino IV landgravio d' Hassia-Cassel, il quale, sjutato dal Rotman e dal Birge, arricchi quella scienza di molte ed esatte osservazioni; conoctute col titolo d' Osservarioni astione: Il Moestina sparse i semi di varie scopetre, che poi Ticone, il Golifico, e il Kreptero fecero germogliare. 1. Appiano, il Mugnoz, e molti altri si facevano a que' tempi nominare con lode in quella scienza; ma tutti rimasero oscurati dallo splendore del gran Ticone, scondo, e più vero padre della moderna astronomia.

Moestlin ,

Nelle scienze generalmente la prantica è la serva e ministra della teorica pel cui ajuto è istinuita; ma nell'astronomia forma una parte si nobile e interessante, che quasi diventa printipale e pidrona, e dha sotti di sè la teorica. Vasti pensieri, ed ingegnose teorie non manciavano agli antichi greci; ma destinuti degli strumenti, e de' metodi d'osservare, e de mezzi ed ajuti di conoscere la verità, spacciarono le loro immaginazioni, non fecero vere scoperte, nè poterono produtre alla scienza astronomica notabili avanzamenti. Ticone fu il riformatore dell' stronomia prattica, come l'operatico della teorica. Sentì il biospon di più perfetti stromenti, intragdi, e migliorò fili

406 Licenc usati allor dagli astronomi, e ne inventò, e ne fece lavorar altri molto più esatti, ed immagino metodi più opportuni, e più giusti, onde poter dare alle sue osservazioni maggior perfezione, correggere l'inesattezza di quelle degli altri, accrescere la precisione e giustezza, e scoprir nuove verità; e divenne maestro universale dell' arte d'osservare , lasciandoci un' istruttiva descrizione di tutti gli stromenti, della loro costruzione, e de' loro usi, ed una meccanica dell' astronomia [a]. Il primo frutto delle sue osservazioni fu l'esatta notizia della nuova stella comparsa nella costellazione di Cassiopea, e dopo più d'un anno di nuovo sparita, di cui egli descrisse la grandezza, il lume, il colore, la posizione, ed in qualche modo la distanza, dimostrando incontrastabilmente la sua mancanza di parallasse : ed è bene strana combinazione, che a' soli Ipparco e Ticone, ai due che sono stati i primi veramente astronomi fra gli antichi e fra' moderni, sia toccata la medesima sorte di scoprire, e d'osservare comodamente una nuova stella. Questa scoperta indusse Ipparco ad intraprendere la grand' opera di numerare le stelle, e di formarne un catalogo : la medesima istigò Ticone a rivedere per sè stesso tutte le stelle, fissarne la giusta posizione, distenderne un più esatto catalogo, e riformare l'astronomia. Una cometa dappoi comparsa fu anch' essa feconda di nuove osservazioni, e di nuove scoperte a Ticone. Egli la osservò di pochissima, o di quasi nessuna sensibile parallasse, e trovò, che le comete sono superiori all' orbita della Luna; e benché le credé come meteore, esaminò il loro corso, e pensò nondimeno, che si potessero muovere in una curva regolare intorno al Sole; onde distrusse l'errore troppo dominante nelle scuole della sodezza ed impenetrabilità delle sfere celesti; ed il distruggere un troppo radicato errore è spesso più vantaggioso alle scienze, che lo scoprire una verità. La vera

<sup>(</sup>a) Astron, instaur. Mechanica .

dottrina delle rifrazioni, e la dimostrazione, e la calcolata determinazione de' loro effetti, e delle correzioni, che ne dovevano derivare nelle osservazioni si può dire tutta di Ticone . benchè vi abbia egli preso ancor qualche sbaglio. Le scoperte d'una terza disuguaglianza nella Luna, oltre le due già prima riconosciute da Ipparce e da Tolemmeo, e d'una variabilità " nell'inclinazione della sua orbita, ed una più vera e giusta coenizione de' movimenti della Luna accrescono di molto i meriti di Ticone nell'astronomia [a]. Non parlerò del famoso suo sistema , che fa muovere tutti i pianeti intorno al Sole, e la Luna, ed il Sole con tutti i pianeti intorno alla terra : il rispetto ad alcune espressioni della Scrittura l'indusse a tenere la terra ferma ed immobile, e le sue astronomiche cognizioni l'obbligarono a far muovere i pianeti intorno al Sole; onde formò un sistema, che appoggiò in gran parte il copernicano; ma nè piacque a' copernicani , nè a' tolemmaici . La sua specola , e la sua città del cielo, od Uraniburgo nell' isola di Huena, la sua passione per l'astronomia, e la generosa liberalità del re di Danimarca Federigo II nel secondarlo sono troppo note in tutte le storie , perchè ne dobbiamo fare lungo discorso . Noi ci vantiamo ne' nostri tempi e nelle nostre contrade d'amore e di protezione delle scienze : ma dove trovarne un sì luminoso esempio come cel danno nella Danimarca nel secolo decimosesto Ticone e Federigo ? Tutti i monarchi di quel tempo pareva che gareggiassero nel fare onori a Ticone, che onorava l'astronomia : nè solo il re di Danimarca , ma quello altresì d'Inghilterra, il landgravio d'Hassia-Cassel, l'imperadore Rodolfo si resero cari alla posterità col tributare onorificenze, e compartire favori al nuovo padre e creatore dell'astronomia. Non sono però questi i monumenti, che rendono immortale ne' fa-

<sup>(</sup>a) Progymnasm.

sti delle scienze il nome di *Ticone*: una nuova astronomia prattica da lui creata, un nuovo catalogo delle stelle fisse, colla giusta loro posizione, una più vera cognizione delle comete, una più perfetta teoria delle rifrazioni, nuove scoperte nella Luna, nuove osservazioni su tutti i pianeti, correzioni d'erprori, invenzioni di stromenti, di metodi, e di verità, universale riforma di tutta l'astronomia sono i veri titoli di *Ticone* per l'immortalità del suo nome.

Colla scorta di sì illustre maestro fece a que' tempi l'astronomla rapidissimi avanzamenti. Non parlerò della correzione gregoriana del calendario, che s'eseguì allora coll' opera principalmente del Lilio, e del Clavio, della quale abbiamo già parlato trattando della cronologia. I grandi astronomi, le utili invenzioni, gli strepitosi progressi si succedono in questi due secoli-con tale continuità, che appena ci rimarrà il tempo d'accennarli soltanto, senza poterli mettere in qualche lume . Infatti, che vasto campo non ci aprono di lunghi ragionamenti al principio del passato secolo il Keplero, ed il Galileo, i quali entrano a parte con Conernico, e con Ticone nell'onore della riforma, o della creazione d'una nuova astronomia, e li superano nella grandezza, ed utilità delle loro scoperte. Se Copernico mise in ordine i corpi celesti, e piantò il sistema dell' universo, Keplero regolò i loro moti, e fu il loro legislatore. Le orbite ellittiche de' pianeti, e le leggi de' loro movimenti, famose sotto il nome di leggi di Keptero, sono la soda e vera base di tutta la moderna astronomia. L'orbite circolari, gli eccentrici, e gli epicicli sono i caratteri dell'antica; mentre Copernico, e Ticone li lasciano sussistere, non si può ancora dire riformata la scienza astronomica; al fissare Keplero l'ellissi, e condurre per essi i pianeti, sparisce la complicatezza dell' antiche immaginazioni, e si presenta la semplicità e chiarezza della verità. Le osservazioni di Marte inco-Tom. IV.

Kepiero :

minciate da Ticone, portate da Keplero più oltre, gli fecero vedere tali irregolarità nel suo moto, che non potevano adattarsi a verun circolo eccentritico, ed addimandavano un'ovale. Ne immaginò egli una , colla quale credè di tenere soggetto quel pianera; ma vide, che gli sfuggiva, e che girava liberamente fuori di quella nuova ovale da lui ideata . Pensò allora all' ellisse ordinaria; e trovò, che il suo pianeta si contentava realmente di contenersi entro quella curva, o, com' egli diceva poeticamente, il suo prigioniere non tentava più di scappare . Fissò dunque il corso di Marte in un'orbita ellittica; ed applicando questa al giro degli altri pianeti, trovò che tutti vi si arrendevano facilmente, e stabilì la grande scoperta astronomica, che i pianeti si muovono in orbite ellittiche, non, come fin allora s'era creduto, in circolari. Quindi osservando, che nell'afelio, o apogeo, avevano un moto più lento che nel perielio, o perigeo, si studiò di trovare qualche proporzione fra un luogo e l'altro, e scoprì, che prendendo un triangolo dal Sole, o dal foco dell'ellisse fino a due punti dell'orbita percorsi in un dato tempo dal pianeta , non saranno certo in tempi uguali gli archi dell' orbita compresi fra que' due punti, ma saranno bensì uguali sempre le aree in tempi uguali; e questa è la prima legge, che impose agli astri il Keptero. L'altra riguarda le differenti velocità de' pianeti reciproche delle distanze, e ne stabilisce la proporzione, cioè, che i quadrati de' tempi periodici sono come i cubi delle distanze. Queste due leggi, trovate vere da Keplero in tutti i pianeti riguardo al Sole, e nella Luna riguardo alla terra, sono state poi felicemente applicate a' satelliti ed alle comete, ed in tutti i corpi celesti si sono sempre più confermate. Keplero ebbe come Ipparco e Ticone la sorte di vedere una stella nuova nel piede del Serpentario, di cui fece un'accuratissima descrizione. Queste nuove stelle col miglioramento dell'astronomia, e colla maggior attenzione degli.

astronomi, divennero assai comuni, e perderono in gran parte il pregio della rarità. Anzi se ne scoprirono di specie diverse, e s'osservarono in esse notabili differenze, comparendo alcune all' improvviso, e poi affatto svanendo, altre seguendo certi periodi , in cui prodursi ed occultarsi , senzachè si sia finora scoperta, per quanto il Maupertuis, e posteriormente il Goodricke, ed altri ne abbiano scritto, la vera cagione di tali accidenti. Ma ritornando al Keplero, egli ebbe il merito di arricchire l'astronomia delle famose tavole dette Ridolfine . le prime che sieno state degne di comparire nella luce della moderna scienza: egli inventò metodi d'osservare, e di calcolare, che sono anche seguiti fino a' nostri dì ; egli ci lasciò molte interessanti osservazioni; egli trattò con maestria e novità delle rifrazioni astronomiche, e delle parallassi ; egli in somma è stato per molti titoli benemerito della scienza astronomica. Ma in Keplero non sono da considerarsi queste particolari vedute, e particolari scoperte : le leggi generali , che diriggono tutti gli astri : il piano universale , che collega mutuamente le scienze l'une coll'altre, che vede le reciproche relazioni di tutti i corpi . ch' entra intimamente nel maneggio delle secrete molle della natura, che regola e governa tutto il mondo, sono le opere degne della superior mente del gran Keplero . A lui dobbiamo l'unione dell' ottica coll' astronomia, e l'accorgimento de' vantaggi, che può questa ricavare dalle ottiche cognizioni. Ma il maggiore ed il principalissimo suo merito nell'astronomia è l'unione, che tentò di fare di questa colla fisica, e l'avere cercato di ridurre alle leggi comuni della natura i moti tutti delle stelle, e tutte le operazioni de' cieli. Gli astronomi antichi e i moderni s' erano contentati di vedere , e d'intendere in qualche modo i fenomeni , senza prendersi cura d'indagarne le cagioni : contenti di contemplare l'esterno di questa gran macchina , non cercavano di esaminarne l'interna costruzione;

immaginavano cicli , epicicli , e centri meramente ideali e fittizi, e purche questi si convenissero cogli osservati fenomeni. poco loro caleva di verificarne la realtà . Keplero da savio filosofo non si appagò di queste immaginazioni , nè credè verisimile che i moti celesti si facessero intorno a centri fittizi. che nessuna influenza, o relazione potevano avere con essi, ne che la natura li producesse senza una qualche cagione fisica, che li esigesse, e li regolasse, e si diede a studiare questa cagione , ed a carpire questo secreto della natura. Frutti di tali ricerche furono alcune scoperte astronomiche, ed alcune felicissime congetture, forse più utili che le stesse scoperte, e più feconde di nuove e sublimi verità. L'attrazione universale di tutti i punti della materia, il mutuo collegamento di tutti i corpi , l'influenza del Sole su l'irregolarità del moto della Luna, e della Luna su le marce, e varie altre scoperte della moderna fisica, e dell'astronomia furono conosciute e indicate da Keplero, benche non abbastanza seguite a ma abbandonate da lui alla più illuminata posterità . Forse alle congetture del Keplero è dovuta la grandiosa teoria del Newton: e certo le sue congetture, e le sue scoperte sono il fondamento di tutta la parte teoretica della moderna astronomia; e il Keplero dovrà sempre venerarsi come il più vero padre, e il più fecondo creatore di questa novella scienza, come il più valente eroe, che avesse fin allora dominato ne' cieli, come uno de' più gran genj , che sieno venuti alla luce del mondo .

Contemporaneo ed amico di Keplero fu Galileo , l' unico, che potesse aspirare a superarlo, e che potesse riguardarlo con qualche rivalità . Keplero fu il legislatore de' cieli , Galileo ne divenne conquistatore; ma bisogna pur confessare, che le scoperte del Galileo si deono in parte al caso, quelle del Keplero sono tutte opera del suo genio, e nobili sforzi del suo ingegno, e della sua immaginazione. Qualunque sia stato

l'inventore del telescopio , fu pensiero felice del Galileo , d'immortale gloria alla sublime sua mente, e d'infinito vantaggio all' astronomia, l'applicarlo ad esaminare le stelle, ed a inoltrarsi ne' cieli. Gli stromenti sono le ali, con cui gli astronomi s'innalzano a penetrare nelle regioni celesti. Luna, Sole, pianeti e stelle fisse tutto comparve in un nuovo aspetto: ne vi fu parte alcuna in tutto il cielo, che non ricevesse dal telescopio del Galileo qualche riguardevole novità. Contemplò le stelle fisse; e al suo sguardo nacquero in ciascuna costellazione infinite stelle sepolte per tanti secoli in un'impenetrabile oscurità : le dotò d'una luce propria e nativa , di cui sono privi i pianeti; ma tolse loro all'opposto quell'irradiazione avventizia, che mostrano agli occhi nudi, e le spogliò di quella parte del loro splendore, che tutti fin allora avevano creduto essere propria de'loro corpi. Esaminò Saturno; e secondo l'espressione del Keplero [o] vinse quel Gerione di tre corpi, e lo trasse da' secreti aditi della natura , presentandolo agli occhi di tutti. Trovò questo pianeta accompagnato da due piccole stelle a' suoi fianchi, ch' erano parte dell' anello, che poi gli scoprì dintorno l'Ugenio . L'esaminò di nuovo dopo qualche tempo , e lo trovò solitario senza la compagnia di quelle stelle; ma meditandovi sopra predisse, che dentro cinque o sei mesi si sarebbe di nuovo veduto accompagnato come prima; e tale infatti essendo stato veduto dal Castelli . il Galileo . che più non poteva osservarlo, conobbe, che questi cambiamenti dovevano avere i loro periodi, che sarebbe toccato alla posterità lo scoprirli . Questi infatti sono l'apparizione e disparizione dell' anello, che si sono realmente scoperte, e si predicono senza difficoltà dagli astronomi, come abbiamo veduto a' nostri di [6]. La scoperta prediletta del Gairleo fu intorno a Giove de' quat-

(a) Dioptr. , Pracf.

15 V. de la Lande Astron. tomo Ili .

tro suoi satelliti, di cui egli calcolò i periodi, e ne formò le tavole, e pel cui mezzo promise di trovare in mare, e in qualunque luogo la tanto desiderata longitudine . L'astronomia , la geografia, la nautica, l'ottica, e tutta la filosofia deono infiniti lumi a questa scoperta; ed è somma lode del Galileo non solo l'averla fatta , ma averne subito riconosciuti i vantaggi , e immaginati i mezzi, e proposti i metodi di ricavarli. Che se è stato posteriormente riguardato il Cassini come un portento d'accortezza e di forza d'ingegno per avere costruite le tavole di que' satelliti dopo tanti anni d'osservazioni , quanto non ci dovrà comparire maraviglioso e divino il Galileo, che fino dal primo per così dire lor nascere seppe formarne tavole da soddisfare in qualche modo al suo sublime ingegno, che non si contentava di qualunque esattezza? Discese a Marte, e gli parve, quando era perigeo, assai più splendido che Giove [a], e ciò ch' è più notabile, vi osservò una tale disuguaglianza nell'apparenza che all'opposizione si mostra 60 volte maggiore che alla congiunzione [b] . Lo vide anche all' oriente alquanto scemo , onde venivano scoperte le sue fasi ; ma la sua esattezza non potè fermamente accertarsi di sì importante fenomeno. Se n'accertò bensì pienamente in Venere, e la segui соя tanta diligenza dal suo apogeo, o quando era, diciamo così, Venere piena, fino al suo perigeo, o quando era Veneze muova; e ne spose con tanta distingione tutto l'andamento delle sue fasi , che lasciò poco da aggiugnere al Branchini, il quale dopo tanti anni ha voluto ripigliare queste osservazioni, e n'è riuscito con molto onore [c]. Credewa egli parimente, che avesse Mercurio, come Venere, le sue fasi ; ma la troppa di lui vicinanza del Sole non gli permetteva di scoprirle: e se non poteva patlarne dietro alle astrono-

<sup>(</sup>a) Contin. del Nunção sideres (b) Dial. 411.

<sup>(</sup>e) V. Hesperi et Phosphori phien etc.

miche osservazioni , ne discorreva con filosofici e giusti ragionamenti . che sono stati in qualche modo confermati recentemente colle osservazioni di Vidal, e di Schreter. La Luna fu il primo e l'ultimo oggetto degli astronomici suoi sguardi. La scabrosità della superficie, e il metodo di misurare i suoi monti a furono i primi ritrovati a ed argomenti di moltissime opposizioni , che diedero maggiore celebrità alle scoperte de' telescopi , e l'osservazione dell'apparizione e disparizione d'alcune macchie della Luna, la scoperta della sua librazione, l'esame della cagione di questo fenomeno occuparono gli ultimi pensieri astronomici del Galileo . Il Sole eziandio fu per lui un campo fertilissimo di scoperte. Le macchie solari, la loro natura, ed il loro corso, il moto del Sole sul proprio asse congetturato per fisiche ragioni dal Keplero, ed avverato dal Galileo con astronomiche osservazioni, sono sempre più nuovi titoli all? immortalità del suo nome ne' fasti dell' astronomia. Con queste osservazioni, con queste scoperte, con questi lumi non poteva dubitare il Galileo, che non si movessero intorno al Sole tutti i pianeti e la Luna intorno alla terra : esaminò quindi i fenomeni, che dovevano derivare dal moto diurno ed annuo della terra, e li trovò tutti, sì gli astronomici, che i fisici , tanto conformi alla ragione , ed alle leggi della natura , che non potè tenersi dall'asserire francamente, che muovesi la terra giornalmente sul proprio asse, ed annualmente intornoal Sole, ed abbracciò senza esitazione l'ipotesi di Copernico, la spose in tutto il suo lume, la difese da tutte le opposizioni , la confermò , e sostenne con validissime ragioni , l'ampliò , ed ingrandì co' nuovi fenomeni, e co' nuovi corpi celesti da luiscoperti, e fece sì che quella, che il Copernico propose per sua ipotesi, potesse chiamarsi sistema galileano. Non dirò quì le persecuzioni e molestie sofferte dal Galileo per motivo di questo sistema : tutti gli scriptori ne parlano fino alla nausea ,

come se fosse cosa da eccitar la filosofica loro bile. Pur troppo in tutte le nazioni , e in tutte le età uno zelo mal inteso della religione ha fatto commettere violenze, e cadere in errori . Non è nuova a' filosofi la sorte del Galileo; nè è un biasimo particolare di Roma l'avere condannata come contraria alla religione un' opinione filosofica; ma è bensì particolarissima gloria di tutta l' Italia l'avere prodotto un filosofo dell' acutezza e sodezza, della vastità d'idee, e profondità di mente del Galileo. Copernico propose quel sistema . l'impugnò Ticone . Keplero lo suppose , il solo Galileo l'illustrò , lo confermò , lo difese, e lo munì di tutti i sussidi per reggere a' cambiamenti de' tempi , ed alle opposizioni non solo degli ostinati peripatetici, ma di tutti eziandio gl'incostanti e novatori filosofi. Istrumenti, metodi, osservazioni, scoperte, teorie, sistemi, tutta in somma l'astronomia dee al Galileo molti preziosi lumi; e il Galileo divide col Keplero il principato nella moderna astronomia, ed occupa un luogo distinto fra' più gran genj , che sieno venuti al mondo , fra' più sublimi e fecondi ingegni, fra' più benemeriti dell'astronomia, e dell'altre scienze, Ma quanto lieti e felici non dovremo riputare que' tem-

pi, quando, oltre Ticone, il Keplero, ed il Galileo, fiorivano altreii lo Scheinero, il Baiero, e tanti altri valenti astronomi? Dalle macchie del Sole ha ottenuta lo Scheinero la principale sua celebrità. La scoperta di quelle macchie è stata prietesa da molti. Giovanni Fabrizio, Simone Mario, il Galileo, e lo Scheinero, tutti se ne vantano per primi scopritori; ma la maggiore contesa è stata fra il Galileo e lo Scheinero. Veramente conosciuto che fui il telescopio, ed accressiuna con esso la voglia d'osservare le stelle, era facile che fossero da molti vedute le macchie solari, le quali in realtà sono molto visibili. E in questo, stando, come pare che do-

biamo starci , al testimonio degli stessi autori , l'anteriorità di

409 Scheinere

nero fece da sè la stessa scoperta senza saputa della galileana. Ma il metodo d'osservare tali macchie l'esame della loro posizione, della lor figura, de' lor movimenti, e de' vantaggi, che dalla- loro cognizione si possono ricavare , la congettura su la loro natura, e su la loro origine, e tutta in somma la teorìa di tali macchie viene esposta dallo Scheinero con tale pienezza ed originalità, ed egli ne racconta con tale ingenuità tutta la storia dell' osservazioni che non parmi che lasci luogo a contrastargli la gloria dell' invenzione [a]. E certo lo Scheinero fra molte inutili disquisizioni , e ridicole espressioni riporta tante nuove ed interessanti verità , che merita certamente un onorato posto fra gli astronomi più rinomati. Il Baiero è celebrato per la sua Uranometria, e per averci presentate le regioni celesti, come altri fanno le terrestri, in carte uranografiche, che godono anche presentemente la stima de' dotti astronomi. Il Gassendo, erudito filosofo, e diligente osservatore, ebbe molti meriti nell'astronomia; ma gli è venuta presso i posteri la maggiore celebrità dall' essere stato il primo a vedere Mercurio nel suo passaggio avanti il disco solare [b]: perchè sebbene alcuni antichi , ed altri moderni , perfin lo stesso Keplero, crederono d'averlo veduto, dimostrò poi il Galileo altro non essere stato l'immaginato Mercurio che qualche macchia del Sole; e Keplero infatti ne restò persuaso. Un onor simile rispetto ad un altro pianeta ha reso illustre nell'astronomia il nome dell' Horrox, degno anche altronde delle lodi degli astronomi, per avere anch' egli prima d'ogni altro avuta la sorte di vedere Venere innanzi al Sole, ed essere il primo, che si possa citare per l'osservazione di tal passaggio . Il Bullialdo, il Lansberg, il Morin, il Vandelino, lo Snelio, . Tom. IV.

(a) Rosa Ursina lib. I ec.

(b) Mercurius in Sole visus .

362

e parecchi altri nella prima metà del passato secolo coltivavano con profitto gli studi astronomici; e da per tutto vedevasi it genio dell'osservazione e delle ricerche, il desiderio delle scoperte , l'amore dell' astronomia . Intanto il Cartesia , senza imbarazzarsi in osservazioni ed in calcoli , lasciandosi trasportare dalla sua immaginazione, credè d'avere ritrovata la forza, o il principio fisico, onde dovessero prodursi tutti i movimenti. e i fenomeni de' corpi celesti . Keplero aveva già incominciata una simile ricerca, e n'aveva date parecchie congetture, alcune delle quali toccavano assai di presso alla verità : ma non giunse a formare un piano, ed ordinare un sistema, in cui tutri i fenomeni si vedessero collegati, e derivati tutti da un sol principio secondo le leggi della natura. Questo fece il Cartesio co' famosi suoi vortici : formò del nostro sistema planetario un vasto vortice, nel cui mezzo era il Sole, e volle che le differenti sue parti si movessero con disuguali velocità e facessero variamente girare all' intorno i pianeti , e spiego così con molta sottigliezza i fenomeni, e formò la sua fisica emeccanica astronomia. Noi non possiamo seguire le ragioni, con cui Carresio , ed i suoi seguaci , singolarmente il Bernoulli , hanno cercato di sostenere questo specioso sistema, nè le obbiezioni all'opposto, con cui i suoi avversari, o i partigiani della verità l'hanno invincibilmente distrutto : or più non riguardasi quel sistema che come un piacevole sogno d'una brillante immaginazione : ma questo sogno però è stato forse il principio, che ci ha fatto trovare le tracce del vero andamento della natura nella costituzione dell'universo. Se Cartesia non avesse proposto un falso principio de' movimenti de' corpi celesti , e del sistema del mondo , non avrebbe forse trovato Newton il vero , o non l'avrebbe neppur ricercato ...

Colla produzione di tanti celebri astronomi si animava sempre più quello studio, e cresceva l'ardore d'illustrare con nuo-

ve scoperte l'astronomia. Allora l'Evelio arricchì la sua scienza colla Selenografia, e colla Cometografia, due opere sommamente pregevoli ed interessanti . Egli studiò la Luna . e ci diede un'esatta descrizione della sua grandezza e figura , delle sue fasi, e delle sue macchie, colle carte, che le rappresentano da lui stesso disegnate ed incise in rame e colla spiegazione de' vantaggi, che se ne possono ricavare : la natura della Luna fu da lui esposta con maggiore chiarezza e verità : il moto libratorio della medesima osservato dal Galileo venne da lui illustrato con nuove ragioni; e la Luna, tante volte veduta e riveduta , allora solamente cominciò a lasciarsi conoscere in tutti i suoi aspetti. Da fino osservatore, quale egli era, seguì nel loro corso alcune comete ne fissò la parallasse e ne calcolò le distanze, ne segnò le posizioni, e determinò la linea del loro moto, e ci diede nella sua cometografia un'opera sì erudita e profonda , che non ostante qualche suo errore è stata sempre riguardata come classica e magistrale . L' Evelio osservò il passaggio di Mercurio sul disco solare nel 1661; lo descrisse con esattezza, e ne didusse le conseguenze [a]. Tentò anche di fissare gli astronomici suoi sguardi in Saturno: ma questo pianeta , che s'era incominciato a far vedere dal Galileo, si volle tenere riservato pe' vezzeggiamenti di due altri matematici non meno illustri , l' Ugenio , ed il Cassini , e poi più distintamente dell' Herschel . L'Ugenio , benemerito , come abbiamo veduto, delle altre parti delle matematiche, lo volle anche essere dell'astronomia. Oltre i notabili giovamenti che recò all'astronomia prattica coll'invenzione dell'orologio, del suo cannocchiale, e del primo saggio del micrometro, ed alla teorica colla dottrina delle forze centrali , e della figura della terra, s'applicò anche alle osservazioni, e fece alcune scoperte,

Ugenio .

(a) Mercur lus in Sole visus.

che gli diedero giusto diritto di essere riposto fra' grandi astronomi. Una banda oscura sul globo di Marte, ed una stella nebulosa nell' Orione sono ritrovati delle sue osservazioni . Ma il teatro delle sue glorie astronomiche fu Saturno, Ouelle anse, que' dischi, quegli appoggi, che si vedevano in Saturno, ma non potevano intendersi, furono finalmente conosciute dall' Ugenio per un anello, che lo circonda; e tutta la teoria dell' allor conosciuto anello di Saturno, della sua natura, de' periodi della sua apparizione e disparizione tutta è dovuta alle diligenti osservazioni, ed alle sode speculazioni dell' Ugenio. Coll' esaminare sì frequentemente l'anello, e tutto ciò che circonda Saturno , vi scoprì l' Ugenio un satellite : e queste scoperte hanno reso il suo nome più glorioso nell'astronomia, che quello di tanti altri più laboriosi astronomi , ma meno attenti , o meno felici osservatori. Non vogliamo confondere nella folla di questi il rinomato Riccioli : perchè sebbene è vero , che non ha arricchita l'astronomia di qualche particolare metodo d'osservare, e di calcolare, o di qualche distinta scoperta, pur somma lode merita l'indefesso suo zelo nel dedicare intieramente a quella scienza tutti i momenti della sua vita, osservare notte e di , replicare l'altrui osservazioni , e farne altre nuove , legger tutto, conoscer tutto, e colle immense sue fatiche darci unite e ben ordinate le osservazioni, i metodi, le opinioni, i calcoli di tutti i secoli, e presentarci un pieno e compiuto quadro di tutta l'astronomia. Se noi ameremo negli scrittori l'utilità dell'opere più che lo splendore della novità , dovremo professare grata riconoscenza al Riccioli , il quale , se non s'è reso illustre con nuove scoperte, è stato, ed è tanto utile per le sue opere, che hanno formati molti astronomi, ed hanno fatto nascere molte scoperte.

Riccioli .

Alighoramenti della astronoA quel tempo, cioè dopo la metà del passato secolo, mentre l'Evelio, e l'Ugenio illustrayano con nuove scoperte

l'astronomia, si formava per questa un nuovo ristoramento, e sorgeva una nuova, e più illustre epoca. L'astronomia prattica acquistava maggiore finezza e perfezione. I grandissimi cannocchiali del ('ampani e dell' Ugenio aprivano nuovi campi a' curiosi sguardi degli astronomi. Alla maggiore estensione della lor vișta si univa la maggiore facilità di determinare il preciso tempo dell' osservato fenomeno coll' ajuto dell' orologio a pendolo dell' Ugenio . Il micrometro , ch' ebbe il primo incominciamento da un piccol saggio dello stesso Ugenio, e fu migliorato alquanto dal Malvista, e poi ridotto a prattica perfezione, e ad uso comune dall' Auzout [a], diede alle osservazioni molto maggiore precisione, e fu più fedele e sicura scorta agli astronomi per le loro determinazioni . L'applicazione , allora immaginata dal Roberval , dall' Augout , o da chicchessiasi , de' cannocchiali in luogo e delle pinnule , e delle alidade a' quadranti , ed a' grandi stromenti , conduceva lo sguardo degli osservatori con maggiore aggiustatezza al fissato oggetto, e dava più sicurezza alle osservazioni . Gli osservatori di Parigi, e di Greenwich, allora eretti con una finezza di mire, ed esattezza d'esecuzione superiori di gran lunga a' grandiosi osservatorj , non solo degli Arabi , ma de' Danesi , e degli Alemanni , furono un nuovo ajuto per la perfezione della prattica astronomia. Questa nuova giustezza e precisione , questa maggiore esattezza e finezza teneva inquieti i moderni astronomi , ne li lasciava riposare su le osservazioni , misure , e determinazioni de' precedenti , ma gli obbligava a rivederle , rifarle , e verificarle tutte. Quindi la grande ed accuratissima operazione del Picard di misurare la terra, non contentandosi nè delle antiche misure d'Eratostene, e degli Arabi, nè delle moderne di Fernel, Snellio, e Riccioii. Quindi il viaggio del medesimo Picard ad Uraniburgo, per meglio conoscere, e porre nel giu-

<sup>(</sup>a) V. De la Hire Ac. des Sc. , an, 1717.

sto lor prezzo le operazioni astronomiche di *Ticone*. Quindi tante altre gloriose imprese, alcune delle quali noi ora rammenteremo nel parlare del gran *Cassini*, che le animava, e d'altri, che n'ebbero parte.

418

Cassini può dirsi il riformatore della moderna astronomia. come lo era stato dell'antica Ticone. Non vi fu parte del cielo, dove egli non trovasse da correggere, da aggiungere, da levare , dove non facesse qualche notabile riforma , dove non si nobilitasse con qualche grandiosa scoperta . Il primo soggetto . che si presentò agli astronomici suoi sguardi, fu fortunatamente una cometa, quella sorte di corpi celesti, che più abbisognava dell' illustrazione d' un Cassini . Le comete hanno sempre eccitata, com'è naturale, la curiosità degli uomini, ma hanno occupato più le speculazioni de' fisici, che le osservazioni degli astronomi. Gli Egiziani, i quali, al dire di Seneca, fecero particolare studio de'cieli , niente dissero delle comete . I Caldei sembra ch' esaminassero più attentamente questa materia; perchè secondo il testimonio d' Apollonio mindiano ponevano le comete nel numero de' pianeti, e ne conoscevano il loro corso. Ma bisogna che questa opinione fosse peculiare d'alcuni pochi, o si tenesse molto secreta, ed andasse in dimenticanza; poiché Epigene, che si portò a studiare da' Caldei, asseriva niente aver essi di stabilito e certo sulle comete . ma crederle soltanto accese accidentalmente da un turbinoso vento [a]. Infatti nè Tolemmeo, nè Ipparco, nè Eratostene, nè verun altro astronomo greco parlano di quell'opinione de' Caldei, nè ancor dopo la notizia recatane da Apollonio, e dopo i suoi argomenti per appoggiarla non hanno curato d'esaminare le comete, e le hanno trascurate nelle loro osservazioni come semplici meteore. Il solo Seneca di tutta l'antichità abbracciò colla forza ed energia della sua immaginazione quest'

(a) Seneca Quaest. nat. lib. Vil, c. Ill.

filea astronomica de' Caldei , nè dubitò in questa parte d'abbandonare i suoi filosofi, e rispose sodamente a tutte le loro obbiezioni a osservò il corso di due comete a e lo trovò orbicudare e curvo, quale non l'hanno le meteore, ma soli i pianeti e fissò con asseveranza propria soltanto d'un' intima e ferma persuasione, che le comete sono come i pianeti, che hanno i loro corsi periodici e regolari; che se allora non conoscevansi tali periodi a motivo delle poche comete, che s'erano ancor vedute, anche i corsi dei pianeti, che pur vedonsi tuttodi a non erano stati conosciuti che poco prima e che sarebbe venuto un tempo, in cui sarebbono ugualmente conosciuti que' delle comete, e si sarebbono maravigliati i posteri della cecità degli antichi, che non vedevano cose sì chiare [a]. Con sì ragionevoli discorsi di Seneca sembrava, che dovessero scuotersi gli astronomi, e chiamare nel loro regno le comete come altrettanti corpi celesti. Ma prevalse il comune pregiudizio, e non vi fu astronomo nè greco, nè arabo, nè latino, che si degnasse di contemplarle, ma tutti le abbandonarono a' fisici , come semplici meteore . Regiomontano fu il primo , che pensasse a seguirle coll'occhio astronomico nell'incerto lor corso. Cardano pel movimento, e per la parallasse le credè assai al di sopra della Luna . Ticone le fece correre per una linea circolare in una regione superiore alla Luna; ma le credè ancora meteore .. Galileo ancor dopo la scoperta di Ticone seguitò a sostenere la bassa nascita delle comete. Evelio studiò più di tutti questa materia, e fondato sulle osservazioni sue e d'altrui, diede al corso delle comete una curvità, che aveva del parabolico, ma sempre credendole meteore prodotte dalle esalazioni de' pianeti . Varie e strane opinioni immaginarono gli astronomi per ispiegare la loro natura, quali vengono-

sposte eruditamente dal Pingrè, a cui noi rimettiamo i lettori [a] . Cassini stesso seguì da principio il comune pregiudizio di riguardarle come corpi fortuiti e destruttibili . che seguono corsi disuguali ed irregolari senz' attenersi ad alcuna stabile legge; ma riflettendo poi che i movimenti delle comete potrebbono essere soltanto in apparenza disuguali, ed avere realmente una regolarità come i pianeti, esaminandoli con maggiore attenzione, e con nuove mire parvegli, più conforme alla ragione . ed a tutte le osservazioni de' fenomeni il farli tali , ed ebbe il coraggio di riporre le comete fra' corpi celesti , dare loro la stessa antichità e regolarità de' pianeti, ed assoggettarle alle stesse leggi neel'irregolari lor movimenti. Il fino suo occhio, e le profonde meditazioni gli diedero una tale accertatezza nella cognizione del movimento delle comete, che essendone comparsa una in Roma nel 1664, potè dopo due osservazioni descriverne tutto il corso [b], potè predire che le stesse comete dovevano dopo un certo tempo ricomparire di nuovo, e potè darci una più nobile, ed in gran parte assai giusta teoria di que' corpi celesti, sconosciuti, ed anche trascurati per tanti secoli. Quale lode del filosofo Seneca avere egli colla forza del suo ingegno afferrata subito una verità e che non ci è voluto meno di sedici secoli, nè meno delle replicate osservazioni e meditazioni di Regiomontano, di Keplero, e d'Evelio, e del genio del gran Cassini per darla ad intendere .- e farla abbracciare agli astronomi? L'opinione del Cassini venne poi dimostrata dal Newton, ed assicurata incontrastabilmente dall' Allejo, e dal Clairaut, e il Cossini col dare alle comete la natura di corpi celesti arricchì il cielo d'una folla immensa di abitatori, ed aprì all'astronomia un nuovo e vastissimo campo dove spaziarsi con diletto ugualmente che con pro-

<sup>(</sup>a) Comerographiae tom. L.

<sup>(</sup>b) V. Foncentlle El on de M. Carrini .

fitto. La teoria del Sole fu un nuovo teatro alla gloria astronomica del Cassini . La reale distiguaglianza di velocità nel suo moto in diversi tempi dell' anno era un punto molto contrastato fra gli astronomi, nè si sapeva trovare il modo di cercarne la decisione. La trovò il Cassini col formare la meridiana di San Petronio di Bologna, ch'egli poeticamente chiamava l'Orgcolo d' Apollo . Non dirò l'attenzioni e riguardi quasi superstiziosi, che il Riccioli chiamava più angelici, che umani, che adoperò il Cassini nella costruzione di quel gnomone; non tammenterò i molti vantaggi , ch' egli ed altri astronomi suoi successori ne hanno saputo riportare; dirò solo al nostro proposito, che la disuguaglianza, non solo apparente, ma altrest reale, di velocità nel moto del Sole, minore nella state che nell'inverno, fu decisa senza contrasto; che si conobbe più esattamente la parallasse e la distanza del Sole, e se ne poterono distendere nuove tavole; e che si formò allora una nuova, e più giusta teoria del Sole. Dalla meridiana di San Petronio imparò anche il Cassini una nuova dottrina su le rifrazioni , Ticone e gli altri astronomi e fisici le credevano soltanto sensibili fino a' 45 gradi d'altezza, nè si curavano di calcolarle di più; ma il Cassini trovò che realmente si estendevano fino allo zenit, e riformò quindi le tavole e la teoria delle rifrazioni . Il veritiero suo oracolo non lasciò di rispondere fedelmente a tutti i suoi consulti, e gli scoprì in pochi giorni più verità, che non poterono ricavare in tanti secoli gli antichi da' più celebri lor oracoli : e la meridiana di Bologna è stata più feconda d'interessanti scoperte, che tutte le altre meridiane, che si ritrovano per l'Europa. L'onore de' gnomoni sembra che sia stato proprio dell'Italia; i primi, i più grandi, i più utili, i più rinomati si trovano nell'Italia, e si devono agl' Italiani . Prima dell' or nominato del Cassini fino dal secolo antecedente n'aveva nello stesso tempio di San Petronio eret-

Tom. IV.

to un altro, benchè imperfetto, Egnazio Dante, per mostrare quanto si fosse slontanato l'equinozio della primavera dal 21 di marzo, e cooperare così alla grand'opera della correzione del calendario. Ma assai prima anche di quel del Dante fin dal precedente secolo, verso il 1468, n'eresse un altro nella chiesa cattedrale di Firenze Paolo Toscanella, il più antico, e il più grande che si conosca in tutta l'Europa. Questo pregevolissimo monumento era rimasto per quasi tre secoli sconosciuto ed oscuro, finche dopo la metà del presente venne scoperto, ristorato, e rimesso ad uso dal dotto matematico Ximenes; il quale vi ha fatte molte osservazioni solstiziali, e scoperte interessanti novità riguardo all'obbliquità dell'ecclittica e ad altri punti dell' astronomia [a]. Ma ritornando al Cassini, non contento di rischiarare co' suoi lumi le comete, il Sole, e le rifrazioni, percorse tutti i pianeti, e gl'illustrò con nuove scoperte . - In Saturno scoprì l' Ugenio un satellite : il Cassini gliene trovò altri quattro, ed assegnò a tutti i cinque il loro posto, e la loro orbita; onde il primo scoperto dall' Ugenio non era che il quarto nell'ordine della posizione, e diede l'ultima mano al mondo di Saturno , che ancora dopo i lavori del Galileo e dell' Ugenio era restato molto imperfetto. In Giove scoprì un moto di rotazione di tale velocità, che compisce tutto un giro in meno di dieci ore, ed un appiattamento a suoi poli, che vi fa un diametro i minore che all'equatore . Ma la più grande, e più gloriosa sua scoperta fu quella de' piani , dell'orbite , de' loro angoli , e di tutti gli andamenti , di tutti i periodi, e di tutti i fenomeni de' satelliti di Giove, onde poterne calcolare le tavole , e formarne esatte effemeridi . Venticinque elementi , osserva il Fontenelle [b] , o venticin-

<sup>(</sup>a) Del geomone forent.; Dissetaziose interaa alle Osservazioni es; Ormo II. (b) Elege de Mr. Cassini -

que cognizioni , o determinazioni fondamentali entrano nelle ravole di que' nuovi astri. Qual vastità di genio, qual forza, e contenzione di spirito non ci volle a ritrovare tutti quegli elementi , tenerli sempre presenti tutti , unitli , ordinarli , metterli in opera, e formarne un edifizio sì bene architettato, sì fermo e sodo, che possa reggere agli attenti e critici esami de' più diligenti astronomi? Così anche il mondo di Giove ebbe . come quel di Saturno, l'ultima sua mano dal gran Cassini, e poco v'è restato che fare di più agli astronomi posteriori. La scoperta della rotazione di Giove gli fece sperare di ritrovarla ugualmente in Marte. E infatti dopo replicate osservazioni e combinazioni la trovò tale, che si compisce in poco più di ventiquattr' ore . La somiglianza del fenomeno in Giove ed in Marte l'invitò anche a cercarlo in Venere; e lo trovò infatti, anzi rivestito di circostanze nel movimento delle macchie, che lo rendono singolare ; sebbene non potè appagare la sua esattezza e lasciò al Bianchini la gloria di dare una piena teoria di quel pianeta. Non parlerò della scoperta del lume zodiacale, non della giusta teoria della rotazione e della librazione della Luna, non dell'ingegnoso metodo di determinare per tre osservazioni l'apogeo, l'eccentricità, e la disuguaglianza d'un pianeta; non del modo di calcolare l'ecclissi del Sole per la projezione dell'ombra della Luna sul disco terrestre; non di mille altri suoi metodi , e di altri utili ritrovati , di cui è debitrice l'astronomia al gran Cassini: non basterebbe un intiero tomo solamente per questo astronomo, se volessimo riferire distintamente tutte le sue invenzioni; e noi preghiamo d'indulgenza i nostri lettori, se contrastati dal nome di tanto astronomo, e dalla ristrettezza della nostra opera, ci siamo fermati nelle sue lodi meno del suo merito, e più del dovere del nostro istituto. Non possiamo nondimeno abbandonarlo ancora del tutto, e dovrem o spesso richiamare la sua memoria nel ri419

ferire le lodi e le imprese degli altri astronomi. Infatti la celebre scoperta del Roemero sul moto progressivo del lume, non meno si dee al Cassini, che allo stesso Roemero. Le continue osservazioni de' satelliti di Giove gli fecero vedere che dall'opposizione fino alla congiunzione di Giove e del Sole il primo satellite ritardava l'emersione dall'ombra del pianeta presso a minuti quattordici; ed egli, come dice il Montucla [a], propose subito in uno scritto che pubblicò, che, questa disuguaelianza sembrava procedere dall'impiegare la luce qualche a tempo nel venire dal satellite fino a noi ". Ma riflettendo poi che questo fenomeno s'osserva soltanto nel primo satellite di Giove, non negli altri, abbandonò l'idea di cercarne la cagione nel moto temporaneo della luce, che dovrebbe essere comune a tutti. Abbracciolla però il Roemero, la confermò con più osservazioni , e con più precise determinazioni , la difese dalle contrarie opposizioni ed ottenne la gloria di passare per inventore della scoperta del moto successivo e temporale della luce, che ha poi prodotte altre fine scoperte astronomiche del Bradley. Il viaggio del Richer alla Caienna fu opera del Cassini, il quale volle con osservazioni fatte alla vicinanza dell' equatore avverare le sue teorie del Sole e delle rifrazioni: quindi ne' celebri risultati di quel viaggio , non solo su questi , ma su altri punti importanti, ebbe la sua, e non picciola parte il Cussini . La misura della Francia , ed anche di tutta la terra si dee non meno al Cassini che al primo autore, il Picard: nella gran questione della figura della terra ebbe anche molta parte il Cassini , benchè non avesse la sorte di coglierne la verità ; e in quasi tutte le grandi imprese , e gloriose scoperte dell' astronomia si vede scolpito con mok' onore il no-

me del gran Cassini.

(a) Part. IV, lib. VIII.

Mentre il Cassini colle sue osservazioni e co' suoi calcoli illustrava tutte le parti dell'astronomia, il Newton colle fisiche e meccaniche dimostrazioni dava un nuovo essere a tutto il corpo di quella scienza. Cartesio aveva vanamente tentato di spiegare co' suoi vortici i moti de' corpi celesti , e la costituzione dell' universo; il Newton coll'attrazione, o gravitazione universale la dimostrò chiaramente . Accennò il Keplero qua e là l'idea di quest' attrazione; ma non la seguì mai giustamente [a]: l'Hock, astronomo inglese, che promosse l'ottica . come abbiamo detto [b] . e che si fece nome nell'astronomia per alcune sottili osservazioni, andò assai più oltre nella teoria dell'attrazione universale. Conobbe la mutua attrazione de' corpi celesti , la conobbe più forte nelle maggiori vicinanze, e capace di produrre moti ellittici, e l'illustrò con alcune ingegnose ed utili sperienze; ma non seppe farne un' adequata applicazione a' pianeti , non seppe determinare la ragione della forza dell'attrazione colle distanze, non seppe trovare la legge dell'attrazione, che obblighi un corpo a descrivere un' ellissi intorno ad un altro posto all' uno de' suoi fochi; e lasciò ad altro genio più vasto, più sublime, e meglio sornito degli ajuti della geometria lo spiegare l'arcano della natura, e mostrarci il secreto ordigno, che tiene in moto la gran macchina dell' universo. Questo renio era il Newton. a' cui penetranti sguardi niente v'era di nascosto e secreto nelle operazioni della natura . Dal semplicissimo e volgare fenomeno della caduta in terra de' corpi gravi s' innalzò egli ad immaginare la gravitazione universale di tutti i corpi, a fissarne le leggi e a stabilire il regolamento di tutto il mondo. Al considerare, che i corpi gravitano non solo nella superficie terrestre, ma eziandio a qualunque alterza dell'atmosfera, pensò che potesse ugualmente la Luna gravitare verso la terra, i pia-

(a) Comment. in stell. Martis .

(6) Cap. 1X.

neti e le comete verso il Sole, e i satelliti verso i loro pianeti . Pieno di quest' idea si mise a calcolare le distanze degli astri, e le rispettive loro velocità, e didusse quindi, che l'attrazione potesse seguire la ragione inversa de' quadrati delle distanze. Applicò questa legge al moto della Luna, e trovò realmente ch' essendo la Luna distante dalla terra 60 semidiametri di essa, il suo moto circolare corrispondeva ad una discesa perpendicolare di 15 piedi : in un minuto, quale i corpi terrestri fanno in un secondo ch' è dire che la forza della sua gravità scema secondo il quadrato della distanza. Onde giustamente conchiuse, che la medesima gravità, che fa cadere i corpi terrestri, muove anche la Luna verso la terra. Fece l'applicazione della stessa legge dell'attrazione alla terra, ed a tutti gli altri pianeti riguardo al Sole, e la trovò in tutti uguale. Esaminò geometricamente quale figura dovrebbe descrivere un corpo mosso ed attratto da un altro , secondo questa legge , e la determinò per un'ellisse, e provò che in essa in tempi uguali sarebbero le aree uguali. Conchiuse dunque, che quest' è realmente la legge dell'attrazione di tutti i corpi, e che quest' attrazione è la forza, che fa girare tutti i corpi celesti in orbite ellittiche intorno ad un corpo maggiore posto in uno de' fochi dell' ellisse. Come l'attrazione è universale, è mutua fra tutti i corpi, e non solo la terra attrae la Luna, ma è anche attratta da questa; e se il Sole attrae i pianeti , questi mutuamente attraggono il Sole e da questa universale e mutua attrazione nascono ne' moti de' corpi celesti parecchie disugual glianze ed irregolarità. Il Sole, ch' è il centro comune di tutto il sistema solare a non è stabile ed immoto a ma attratto da' pianeti e da ciascuno secondo la direzione in cui si ritrova. soffre qualche movimento, benchè pochissimo, per la maggiorità della propria sua massa. La Luna gira intorno la terra, la Luna e la terra intorno al Sole; ma la Luna attratta dalla

terra è anche attratta dal Sole, ed ella stessa attrae parimente la terra : onde nè la Luna può muoversi in un' orbita perfettamente ellittica, nè è il centro della terra, che dee fare intorno al Sole l'ellissi , ma il centro comune del sistema di terra e Luna, il quale cambia continuamente secondo la diversa posizione della Luna. Quindi spiega il Newton le irregolarità e disuguaglianze del moto della Luna, che tanto avevano dato da studiare inutilmente agli astronomi; quindi il movimento delle apsidi , e de' nodi della Luna e de' pianeti ; quin- ; di molti altri oscuri, ed inintelligibili fenomeni, che sembravano prodotti dalla natura per istabilire e confermare la teoria del Newton. Cogli stessi principi dell' attrazione misura questo gran genio la densità delle masse di Saturno di Giove e della Terra, che hanno i loro satelliti, e congettura ragionevolmente quella degli altri pianeti. Cogli stessi abbracciò anche le comete, e tutto che cotanto profughe ed erranti, le rinserrò entro al sistema solare e le ridusse a compiere orbite anch' esse ellittiche , benchè tanto eccentriche ed allungate, che si potessero prendere per paraboliche e stabili e fisso la vera teoria delle comete. Il Cassini col dichiarare corpi durevoli le comete, e i loro moti regolari e costanti, gettò i fondamenti della cometografia: ma dando loro orbite circolari, che potevano nelle nostre vicinanze calcolarsi c ome linee diritte, restò ancor lontano dalla vera dottrina . Un diligente osservatore, e valente astronomo , Vincenzo Mut , frequentemente citato con molta lode dal Riccioli, fu il primo, a mia notizia, che in un' opera pubblicata in Majorica nel 1666 desse ad una cometa una trajettoria incurvata in una direzione parabolica [a]. L' Evelio, avendo in vista il moto de' projetti, diede alle comete un' orbita realmente parabolica, sì prossima alla linea diritta, che appena si discosta da essa uno, o due gradi. La co-

(a) V. Pingrè Comet. part. I , cap. VIII.

meta del 1680 apportò agli astronomi più giuste idee . Un tedesco Doerfell determinò la sua orbita per una parabola avente il Sole per foco, e attribul una simile orbita a tutte le comete. Alcuni hanno voluto dare al Doerfell la gloria d'avere preceduto il Newton nella vera teoria di quegli astri [a]: ma qual differenza da una mera congettura, ed anch' essa falsa , alla fondata e vera dottrina del Newton ? Nè il Mut . nè l' Evelio, nè il Doerfell non giunsero a cogliere il vero: al solo Newton siamo debitori della vera cognizione delle comete, e del loro corso. Considerandole il Newton, come il Cossini , corpi eterni , come i pianeti , e mossi con moti regolari e costanti, pensò giustamente, che potessero assoggettarsi alle stesse leggi, e seguire orbite ellittiche molto eccentriche ed allungate . L'eccentricità di Mercurio è notabilmente maggiore di quella di Venere, perchè non potranno le comete avere un' eccentricità più, e più grande di quella di Mercurio ? Ed applicando le leggi del moto de' pianeti a quello delle comete, le trovò ugualmente verificate negli uni, e nelle altre. Ma siccome l'ellisse estremamente allungata nella parte vicina ad uno de' fochi non è sensibilmente diversa d'una parte simile della parabola, e il calcolo della parabola è molto più facile di quello dell'ellissi; così il N-wton propone di calcolare il moto delle comete come se fossero l'orbite paraboliche . Infatti , calcolati dall' Allejo secondo il metodo del Newson i corsi delle comete, si sono trovati conformi alle osservazioni con tale esattezza, che non lascia luogo a dubitare delta verità della teoria. Questa non meno che ne' grandi fenomeni trionfa gloriosemente ne' piccoli : l'attrazione , che tiene in moto i pianeti, i satelliti, e le comete, e dà la legge ne' loro corsi a tutti i corpi celesti, spiega eziandio la figura sferoidica della terra, la precessione degli equinozi, il flusso e ri-

(a) Acad. de Berlin tom. 1.

flusso del mare, e i più piccioli ed oscuri accidenti di tutto il sistema del mondo; e la teoria del Newton è la voce della satura, con cui ha voltuo scoprire finalmente agli uomini tutti i suoi grandi e piccioli arcani finor tenuti nascorti, ed insegnare le profonde verità della secreta sua politica nel governo de'cieli e, e in tutto il regolamento dell' universo,

La patria del Newton doveva essere la sede dove riposasse a suo agio l'astronomia. Infatti mentre egli penetrava nelle regioni degli astri, e svolgeva le fisiche teorie de'loro moti, e di tutti i loro fenomeni, e formava un' affatto nuova astronomia, il Flamsteed, l' Allejo, e molti altri illustravano con nuove scoperte l'astronomia, per così dire, matematica, mostravano ne' cieli nuovi fenomeni , e cooperavano allo stabilimento ed alla conferma della teoria del Newton . Il Flamsteed ha fissata la vera dottrina dell'equazione del tempo, su la quale avevano parlato si variamente gli astronomi anteriori . Le infinite sue osservazioni d'ogni genere , ma singolarmente delle fisse per rettificare i loro luoghi e della Luna per farne un'esatta teoria ad uso della navigazione, esposte nella sua Storia celeste brittanica, il catalogo delle fisse, che contiene i luoghi di 3000 , quasi tutte osservate da lui , e il nuovo Atlante celeste formato su le sue osservazioni , che voleva egli pubblicare, e che dopo la sua morte fu pubblicato dall' Hodgson, sono veri tesori, di cui il Flamsteed ha arricchita l'astronomia. Più grandi, e più vari sono i meriti dell' Alleio in questa scienza, il quale fino da' primi suoi anni può dirsi conquistatore d'un nuovo cielo. Gli astronomi non avevano potuto osservare che l'emisfero settentrionale, le stelle del meridionale restavano sconosciute per loro . L' Allejo , trasportato dallo zelo astronomico, varcò i mari, e con immense fatiche si portò all' isola di sant' Elena, donde ci diede a conoscere le stelle di quell' emisfero, e presentò agli occhi degli Eu-

Flamsteed .

Alicjo -

Tom. IV.

6 F B

ropei un nuovo cielo. Quivi gli toccò la sorte altresì d'uno spettacolo, di cui non poterono godere gli astronomi europei. Molti di questi videro nel 1677 Mercurio avanti il Sole; ma osservarlo fin dal principio del suo ingresso, seguirlo in tutto il passaggio, e accompagnarlo fino all'uscita dal disco solare, non è stato accordato che al solo Allejo ; e questi seppe ricavarne un buon fructo proponendo un metodo di meglio determipare col mezzo di tale passaggio la parallasse del Sole. Il principale studio dell' Allejo è stato su la Luna e su le comete, e le sue speculazioni furono una validissima conferma delle teorie del Newton. La scoperta della maggiore velocità della Luna nell'afelio che nel perielio della terra gli fece aggiungere al calcolo del luogo della Luna un nuovo elemento, quello cioè della distanza della terra dal Sole. Il celebre suo Siros, o per dir meglio il Saros de' Caldei, o il periodo, che in 18 anni e pochi giorni rimette la Luna nello stesso punto della sua orbita. e nello stesso aspetto riguardo al Sole e alla terra, gli fece rettificare la teoria della Luna, è gli suggerì tavole del suo corso assai, più esatte di quante sin allora erano comparse, e ch'egli credè sufficienti per l'uso della marina, e per la sicurezza della navigazione, e per troyare la tanto ricercata longitudine in mare. Ma le sue speculazioni su le comete gli hanno data la maggiore celebrità : ed esse sono il vero trionfo del sistema newtoniano. Egli applicò il metodo del Newton di calcolare per tre osservazioni date il corso delle comete, e lo trovò pienamente esatto, e propose tavole pe' laoghi delle comete, come facevano gli astronomi per quelli de' pianeti. Calcolò 24 comete, ne determinò le loro medie distanze dal Sole, e fissò la grandezza, e tutte le dimensioni dell'ellissi, ch'esse percorrono. Egli ebbe il coraggio di calcolare distintamente il corso di 24 comete, e trovò i calcoli conformi alle osservazioni. Quindi fissò le loro orbite, determinò i tempi periodici, e trovò, che alcune di quelle 24

non erano che la medesima ritornata più volte, ed avverò co' fatti ciò che il Cassini in forza solo d'alcune riflessioni, e del suo genio astronomico aveva creduto, che le comete sono corpi durevoli , e che dopo certi periodi compariscono nel medesimo sito. Si fece anche più ardito, e passò a predire il ritorno della cometa comparsa nel 1682 pel 1758, o 1750, come comparve infatti, e venne come a trionfo del sistema newtoniano. A questi meriti astronomici dell' Allejo deono aggiungersi le sue tavole, le più perfette, che fin allora si fossero pubblicate, molti suoi metodi, molte nuove e singolari osservazioni, molte dotte opere, e lodevoli lavori, con cui nuovo lustro, e molti vantaggi ha recati all' astronomia. Successore del Flainsteed e dell' Allejo, e non men benemerito dell'astronomia fu il Bradlei: l'aberrazione delle fisse, e la nutazione dell'asse della terra sono due sue scoperte, che hanno in qualche modo fatto cambiare d'aspetto quella scienza. Tutti i copernicani hanno ricercata la parallasse delle fisse in diversi tempi dell' anno, quando la terra era ne' punti della sua orbita più vicini a quelle stelle . Hook , e Flamsteed crederono d'averla trovata. Roemero, Horrebow, Jacopo Cassini, e qualchun altro ebbero parimente qualche lusinga d'avere fatta tale scoperta. Ma fu vana la loro credenza, e si scoprì tosto l'origine del loro abbagliamento . Il Molineux volle cercarla con uno stromento superiore agli usati dagli astronomi anteriori e adoperò un sestante di 24 piedi di raggio, lavorato dal diligentissimo Graham . Si associò nelle osservazioni il giovine Bradlei , e tutti due trovarono differenze nelle fisse, che non potevano attribuirsi ad alcun errore d'osservazione, ma che nemmeno combinavano coll'annua parallasse. Queste differenze meritarono d'essere esaminate : ma il Molineux non potè seguitare le osservazioni , e abbandonò al solo Bradlei tutta la gloria della scoperta. Per tre anni tenne dietro il Bradlei alle osservate difb b b 2

415 Bendlei ferenze delle stelle; e trovatele sempre costantemente le stesse, potè giustamente determinare, che il moto di quelle stelle si faceva in un' orbita ellittica di 40 , o 41 secondi . Non contento della scoperta di questo fenomeno si diede a cercarne la cagione fisica, e trovò non essere reale quel moto, ma soltanto apparente, nato dal moto progressivo della luce combinato col moto annuo della terra. Imperciocchè impiegando la luce 16 minuti a trascorrere il diametro dell'orbita della terra , come dimostrò Roemero, ed abbiamo di sopra accennato, quando la terra è alla parte della sua orbita lontana dalle stelle, non può il lume di queste giungere all'occhio dello spettatore, se non che 16 minuti più tardi che quando la terra era nell'altra parte vicina; e come in que' 16 minuti la terra seguita a moversi , non viene più il lume fino all' occhio sotto la stessa linea , ma va formando vari angoli secondo le diverse situazioni , in cui si trova la terra , e però l'occhio dell'osservatore ; onde masce in tutto il corso dell'anno quel picciolo circoletto ellittico di 40 secondi. Ouesta spiegazione, assai per sè stessa verisimile, fu poi confermata con tante osservazioni, che divenne dimostrazione; e l'aberrazione delle fisse determinata dal Bradlei è un principio della moderna astronomia, col quale bisogna correggere le anteriori osservazioni per ridurle alla richiesta esattezza. Questa prima scoperta gliene produsse una seconda: osservò nelle stelle, che sono presso i coluri solstiziali, un piccolo moto particolare, pel quale ogni anno s'innalzavano costantemente verso il polo settentrionale. Bisognava dunque, che si movessero o le stelle verso il polo, o il polo verso le stelle; e questo secondo gli parve più facile, e più naturale. Dopo le osservazioni di vari anni trovò, che quel moto apparente delle stelle aveva un periodo di 18 anni, che proveniva da una reale nutazione dell'asse della terra, prodotta dall' azione della Luna, e dipendente dalla rivoluzione de' suoi nodi, e determinò la quantità di detta nutazione a 18 secondi . Queste due scoperte del Bradlei misero il colmo alla finezza della moderna atronomia , ed oltre che servinono di conferma al sistema copernicano, alla scoperta del Roemero della successiva propagazione del lume, ed alla sublimè teoria del Neuron della muttua ed universale attrazione del corpi celetti, furono una sicura e fedele scorta a rutti gli astronomi per correggere le anteriori osservazioni, e per regolare con giustezza ed accertatezza le loro operazioni.

Mentre l'Inghilterra con tanti valenti astronomi voleva impadronirsi pienamente de' cieli non trascurava la Francia di farvi eziandio le sue conquiste. Non solo i soprannominati Picard , Auzout , e Richer giovarono molto all'astronomia prattica ed alla teorica co' loro viaggi, colle loro scoperte, e colle loro invenzioni, ma vi fiorirono anche con sommo vantaggio di quella scienza il la Hire, conosciuto particolarmente per le sue tavole, e per alcuni miglioramenti recati alla prattica : il Louville, celebre per vari lavori astronomici, ma singolarmente per la scoperta della diminuzione dell' obbliquità dell' ecclittica, che tanto ha dato da studiare agli astronomi posteriori; Giacomo Cassini, degno figliuolo del gran Domenico, e l'italiano Maraldi, nipote del medesimo, benemeriti ambedue dell' astronomia per molte loro scoperte, e per la verificazione delle altrui, e per tanti importanti servigi, che costantemente le hanno prestati; e molti altri rinomati astronomi. Intanto nell' Italia il Bianchini, il Manfredi, e qualchun altro conservavano alla lor patria l'illustre nome, che le avevano acquistato ne' fasti astronomici il Galileo e il Cassini . Fiorivano particolarmente nella Germania il Zumbach, il Segner, il Kirch, e parecchi altri, singolarmente il Mayer, che poteva valere per molti. Ma la Francia ci presenta prima della metà di questo secolo la più grand' impresa, che siasi mai immaginata in os-

Astronomi

La Hire.

Giacomo Cacsini , e Masal-

taliani.

Tedeschi.

Misora della terra e 382

Richer

sequio dell' astronomia . Il Richer , mandato dall'accademia per alcune osservazioni astronomiche alla Caiena vicina all' equatore, dovè raccorciare il suo pendolo, perchè segnasse il tempo dovutamente; e questo fenomeno fece ragionevolmente pensare, che la gravità fosse minore all'equatore che a Parigi, e che la terra si sollevasse alquanto da quella parte. L' Ugenio colla teoria della forza centrifuga determinò, che il moto diurno della terra dovesse produrre all' equatore rispetto a' poli un innalzamento di # 1 l Newton colla legge dell' attrazione lo fissò assai maggiore, cioè di at . Ma il Cassini, che s'affidava più a' fatti , ed a' risultati delle osservazioni , che a' calcoli, ed alle mere speculazioni, avendo presa la misura di sette gradi del meridiano della Francia, e trovando, che i gradi crescevano di lunghezza quanto più s'accostavano all' equatore, conchiudeva all' opposto, che la terra s' innalzasse verso i poli , non verso l'equatore . Non dirò i molti scritti dottissimi , con cui Giacomo Cassini [a], il Mairan [b], il Desaguliers [c], e parecchi altri agitarono per l'uno e per l'altro verso la materia. Ma dirò solo, che per decidere la questione proposero il Godin ed il Condamine di misurare un grado dell'equatore, perchè essendo quello nella maggiore lontananza da' misurati nella Francia, avrebbe mostrata più chiaramente la differenza, e si sarebbe manifestato verso qual parte si facesse l'annalzamento. Propose poco di poi il Maupertuis di fare parimente altra simile spedizione verso il circolo polare, per misurare altro grado nella maggiore lontananza possibile dall'equatore, onde più notabile riescisse la differenza de' gradi . Si eseguirono infatti amendue per lo zelo astronomico degli accademici, e per la regia generosità di Luigi XV, concorrendo anche alla prima il re di Spagna, e due matematici

<sup>(</sup>a) Grand. et fig. de la Terre. (b) Mém. Ac. des Sc. 1720.

<sup>(</sup>a) Philos. trens. 1714.

spagnuoli , Juan ed Ulloa , e alla seconda il re di Svezia , ed il Celsio, dotto astronomo di quella nazione; e-si ottenne per frutto di queste spedizioni un'incontrastabile decisione d'un qualche appianamento della terra verso i poli, ed innalzamento all'equatore. Bisognava dunque supporre qualche errore nelle misure di Francia, principalmente in quella del Picard, ch'era stata la base di tutte le altre. Infatti i miglioramenti introdotti negl' istrumenti . e le correzioni da farsi dietro alle due scoperte del Bradlei, facevano sperare, che replicandosi colla dovuta esattezza le osservazioni, si venisse a scoprire l'errore della misura del Picard , Cassini Thury , figliuolo di Giacomo , e nipote di Domenico Cassini , e l'accuratissimo astronomo la Caitle replicarono le osservazioni e le misure, sì celeste che terrestre, fatte dal Picard, e vi trovarono un errore di pressochè sei tese nell'operazione geodesica, e di 123 nell'astronomica. Sarebbe opera infinita il volere distintamente descrivere le viste, le diligenze, le operazioni, le determinazioni di quelle misure, e le molte altre misure simili, che intrapresero il Boscovich, e il Beccarla nell'Italia, il Liesganig nell'Ungherìa e nella Germania , l' ora nominato la Caille nel Capo di Buona-Speranza, ed il Mason e il Dixon nell' America settentrionale. Si misurarono gradi dell'emisfero australe, e del settentrionale; si misurarono sotto diverse, e sotto le medesime altezze di polo; si misurarono in latitudine , ed in longitudine; si confrontarono le misure de gradi cogli accorciamenti de' pendoli ; si ottennero molte cognizioni astronomiche e fisiche; s'illustrò la dottrina dell'attrazione, e de' pendoli; si trovarono miglioramenti nell'arte d'osservare; e si scoprirono in varie materie molte utili verità ; ma , ciò ch' è stato l'oggetto di tante imprese, la vera, precisa, e giusta figura della terra non si è potuta decidere : si è veduto bensì , che la terra è appianata verso i poli, e innalzata all'equatore; ma non si sa

quale legge segua assolutamente quest' innalzamento, nè si è potuto formare con tante fatiche, e con tante spese una decisione su la figura della terra, che possa dirsi più giusta e sicura di quella che diede la teoria del Newton . E infatti anche posteriormente non abbastanza paghi i geometri delle misure e delle operazioni eseguite da tanti grandi uomini, fecero, che nel 1792 due valenti astronomi Delambre e Mechain replicassero col circolo del Borda, e con altri stromenti dell'ultima perfezione, che potevano fare sperare maggiore accertatezza nelle operazioni , replicassero le misure più volte prese già nella Francia , e che anzi per maggiore accertatezza le ampliassero di più, prendendosi da Dunkerque fino a Barcellona. Tutto si è eseguito nel corso di vari anni colla più fina diligenza, e colla più oculata attenzione e il risultato è stato differente da tutti i precedenti, e l'appiattamento della terra è riuscito di 71, tanto Iontano dal calcolato dal Newton, e da' vari altri, che le precedenti misure di questi e degli altri gradi, e quelle de' pendoli avevano presentati. Ancor dopo questa famosa spedizione astronomica, che leggiamo minutamente descritta in due grossi volumi in 4, e che pareva dovesse terminare la questione a sono rimasti poco contenti nella stessa incertezza gli astronomi, e sebbene non hanno voluto attribuire queste anomalie a sviste o difetti nelle osservazioni hanno stimato di poterle rigettare sulle attrazioni locali che avranno irregolarmente agito sul filo e piombo, e ad ogni modo hanno creduto di non potere stare alle decisioni de' francesi misuratori. Anzi in quest'occasione si sono alcumi applicati a discutere co' nuovi lumi dell' astronomia le anteriori misure, che tanto strepito mossero nel mondo letterario : e il barone Zach ha esaminata la misura del grado d'Ungherla e d'Austria del Liesgania, e vi ha trovati molti difetti; quasi gli stessi ha riscontrati il ginevrino Grenus nella misura dell'equatore del Bouguer e del Condamine, e lo

svedese Svamberg dopo avere ripetuta la misura del circolo polare del Maupertuis, e discussa con illuminata diligenza quella dell'equatore, ha dovuto mostrare nell'una e nell'altra parecchi errori , e farne le correzioni . Onde in vece di determinare per le misure de'gradi la teoria della figura della terra simano meglio di correggere le misure per la teorla dell'attrazione diretta co'recenti lumi dell'astronomia. Ciò che si può vedere più chiaramente esposto nel giornale astronomico del barone Zach. e nelle tavole ristrette e portatili del Sole ec. dal medesimo pubblicate recentemente in Firenze. Il maggior frutto di tante strepitose spedizioni sono state le profonde e dottissime opere, a cui hanno data occasione. Lascio le molte storie, relazioni descrizioni e giornali di que viaggi in tutti i quali si imparano molte cognizioni curiose ed interessanti : le ricerche. dissertazioni, ed opere su la figura della terra del Bouguer, del Clairaut , dell' Eulero , dell' Alembert , del Boscovich , del Frisio, d'altri, ed anche più recentemente del la Place, spandono tanto ricchezze d'algebra, di geometria, di meccanica, d'idrostatica, e d'astronomla, che compensano abbondantemente tutte le spese e fatiche cagionate da quella dotta e lodevole curiosità.

Non fu l'impresa della determinazione della figura della terra il solo merito dell'accademia di Parigi nell'avanzamento dell'astronomia de'nostri di. I premj, che propose per le più ardue e sublimi questioni della fisica astronomia, l'hanno portata a quel grado, in cui or la vediamo di geometrica precisione. L'astronomia ricevè dalle mani del Newton una nuova forma, e divenne un ramo della fisica, o per dir meglio una parte della dinamica. Tutti i fenomeni astronomici, che prima solo si riguardavano in sè stessi senza riferirsi alle loro cagioni, ora sono diligentemente applicati alle forze lor produttrici, e confrontati distintamente in tutte le menome loro parti, nè

Tom. IV.

Miglioramenti dell'astronomia fisica -

e quasi insensibili accidenti rigorosamente coerenti colle forze, che li producono : le spiegazioni de' diversi fenomeni , che si conoscono , non sono che altrettanti problemi della meccanica ; e tutti i più sublimi punti della moderna astronomia si riducono a semplici corollari della grand' opera de' Principi del Newton. Quindi le irregolarità del moto della Luna, che hanno sempre affaticato inutilmente gli astronomi, sono ora state confrontare colle forze della mutua attrazione del Sole a della Terra, e della Luna, e ridotte al famoso problema de' tre corpi , vengono calcolate con tale approssimazione alla verità , che sembra difficile , senza l'invenzione di nuovi mezzi , co' soli ajuti, che abbiamo presentemente, il poterne ottenere una maggiore. Celebri sono in questa parte i lavori dell' Alembert, e più que' del Clairaut, e dell' Eulero : i calcoli di questi valentissimi calcolatori non potevano dapprima applicarsi a' moti richiesti della Luna; onde sembravano portare una mortale ferita al principio dell' attrazione. Ma esaminati poscia più attentamente gli elementi da introdursi in que' calcoli , e scoperta l'origine dell'errore , si riformarono i calcoli , e riuscì la teoria conforme all' osservazione . Eulero e Clairaut fecero tavole della Luna, che sono state riconosciute dagli astronomi posteriori come della maggiore esattezza . E il Mayer , diretto da'lumi de'geometri, principalmente dell' Eulero, e più di questi appoggiato alle osservazioni astronomiche recò tale perfezione alle sue tavole, che si meritarono il premio degl' Inglesi dal tribunale delle longitudini , ed hanno ottenuta da tutti gli applausi e la preferenza sopra tutte l'altre : sebbene anch' esse furono soggette ad alcune correzioni del Masckelyne, e del Mason; ed or si vedono superate nella giustezza e verità dalle tavole posteriormente distese dal viennese Burg, che si sono meritato il premio dell' Istituto nazionale di Francia . L'Eu-

lero ripigliò di nuovo le speculazioni su la meccanica della Luna, e portò più oltre la sua teoria, determinando con essa soltanto ciò che il Clairaut aveva supplito coll'ajuto d'alcune correzioni . Contemporaneamente alle ultime ricerche dell' Eulero faceva anche le sue colla solita diligenza e sottigliezza il la Grange, ed entrò a parte coll' Eulero non solo nel premio accademico [a], ma altresì nella gloria d'avere data l'ultima mano alla complicata teoria del moto della Luna. Il la Grange inoltre aveva acquistato altro premio della medesima accademia [b] colle dotte sue ricerche su la figura allungata della Luna, e su la rotazione, e su gli altri fenomeni, che ne derivano, su cui gli astronomi, ed i geometri avevano molto studiato. Que' tre illustri geometri, ed i loro compagni e successori nell'impero geometrico, la Grange, e la Place, che per tutte le parti delle matematiche hanno voluto portare in trionfo l'analisi, si sono presi il maggiore impegno per farla comparire gloriosa anche nel gran teatro dell'astronomia. Il problema de' tre corpi s' era applicato principalmente alla Luna, perchè la cognizione delle disuguaglianze di questa era più interessante agli usi della società; ma tutti gli altri pianeti soffrono le loro irregolarità , nate parimente dalla mutua attrazione di tre, o più corpi. In Giove e in Saturno si rendono queste più sensibili ; e l'Eulero ha applicato ad esse i suoi calcoli, e le ha sapute determinare con un' esattezza, che il Mayer l'ha trovata pienamente conforme alle osservazioni. La ter- Della Terra. ra attratta bensì principalmente dal Sole, ma che sente anche l'attrazione di Giove, di Venere, e della Luna stessa, dee soggiacere a parecchie disuguaglianze nel suo moto. Le determinò

infatti con un metodo applicabile agli altri pianeti l' Eulero, la determinò eziandio con altro metodo suo il Clairaut . e vi

(a) Ac. des Sc. de Paris 1212.

profondità degna di lui la teoria delle variazioni periodiche de' moti de' pianeti; ha rettificati i metodi ordinari d'approssimazio-

colari de' Pu

ne per l'integrazione dell'equazioni di tali moti, e ci ha data un' assai piena teoria di simili variazioni [a]. Gli astronomi credevano di trovare delle irregolarità secolari ne' moti medi de' pianeti , nè sapevano i geometri rinvenirne nell'attrazione una sufficiente cagione. Il la Place esaminando più attentamente la teoria di Giove e di Saturno, mette almeno in dubbio quelle equazioni secolari, e crede poter attribuire l'irregolarità de' lor movimenti a due disuguaglianze, che hanno un periodo di circa 010 anni [b]. Bella fu la scoperta dell' Allejo del ritorno della cometa dell' anno 1682 nel 1758, o 1759; lo stesso suo dubbio del preciso tempo del ritorno, e la cognizione della difficoltà di determinarlo fa sommo onore alla sottigliezza del suo ingegno. Il Clairque, ajutato da' lumi della moderna geometria, ne intraprese una più ristretta determinazione : calcolò l'azione non solo del Sole, ma di Giove e di Saturno che doveva esercitarsi su la cometa : e modestamente predisse con qualche esitazione il perielio di questa pel mese d'aprile del 1750, che seguì alla metà di marzo [c]. Qualche attrazione di Marte e della Terra non curata nel calcolo, qualche picciolo errore in calcoli così complicati e sottili , produssero quel divario di pochi giorni, ch' egli stesso seppe poscia quasi intieramente correggere : ma sarà sempre immortale lode del metodo del Clairaut, e glorioso trionfo della teorla del Newton l'avere potuto giungere a tale esattezza. L'Alembert, e l'Eulero non vollero restare inferiori al Clairaut, e fecero l'applicazione de' loro metodi al corso delle comete a onde riceve sempre mag-

<sup>(</sup>a) Ac. de Berl. tom. XXXIX a XL. (c) Théorie des Cometes . (b) Ac. des Sc. 1772 , al.

giori lumi quella materia; i quali molto più s'accrebbero anche posteriormente al trattarla di nuovo il la Grange nella dissertazione, che riportò il premio dell'accademia di Parigi [a]. Newton per uno sforzo del suo genio giunse a determinare, che la gli equi precessione degli equinozi non è che un picciolo movimento della terra di 50 secondi all'anno, prodotto dall'attrazione del Sole per 10", e della Luna per 40" su l'equatore della Terra, siccome alquanto più prominente che il resto del globo; ma non potè dimostrarlo, nè potè pur fondare la sua determinazione, che in ipotesi poco esatte . L' Alembert in tempi più illuminati venne in ajuto del Newton, e sottomettendo il problema alle leggi della dinamica, calcolando esattissimamente le forze del Sole e della Luna per muovere ciascuna delle particelle del globo terrestre, diede una rigorosa dimostrazione della verità troppo vagamente ascritta dal Newton. La nutazione dell' asse terrestre, altro fenomeno, come abbiamo detto, scoperto dal Bradlei, e da lui attribuito all'azione della Luna. fu anche assoggettata dall' Alembert a severi calcoli , e ridotta ad esattissima dimostrazione [b]: e Newton, e l'attrazione si portavano in trionfo su tutti i punti del sistema del mondo. Il flusso e riflusso del mare era stato già dal Newton sottoposto al principio della gravitazione universale; ma questi dava troppa forza sopra le acque alla Luna, ne aveva ben ponderate tutte le circostanze del fenomeno. L'accademia di Parigi propose pel premio questo problema, e il Maclaurin. Daniele Bernoulli, e l'Eulero rettificarono i calcoli del Newton a seguirono minutamente gli effetti del Sole e della Luna su l'acqua del mare, levarono le contrarie difficoltà, e ci diedero sciolto il problema. Ha nondimeno voluto più recentemente riassumerlo il la Place [c], e vi ha spiegati alcuni feno-

<sup>(</sup>a) Ac. des Sc. 1710. (b) Recherch. eur la Precess. des Equin.

<sup>(</sup>c) Ac, des Sc. 2776.

s sur la Nat. cu.

meni, che non erano stati curati, ed ha trovata nel flusso e issusso del mare qualche relazione colla precessione degli equinorj, e colla nutziono dell'i sase terrestre il la Grange in anche esaminati colla stessa diligenza i satelliti di Giove, e formatane una teoria initeramente nuova portando la legge neuvoniana in quest'i impero particolare, dove tutto si regola comenel grand' impero del Sole. Il la Place, il Condorcet, il Frisio, il Lumbert, il Cousin, ed altri parecchi geometri hannonobilitati i loro calcoli col faliti dominare le stelle; e l'astromia coll' opera del Newton, e dei più nobili geometri di questo secolo suoi seguaci ha presa una nuova forma, ed è diventata una nuova scienza.

Osservazioni del passaggio di Venere sul

Non trascuravasi intanto quella astronomia, che sola prima d'allor conoscevasi, quella cioè che osserva i cieli, esamina i fenomeni; e senza entrare nelle fisiche cagioni trova metodi di calcolarli, e li fissa e determina con giustezza e precisione. Una grande spedizione, non meno strepitosa, e non più utile di quella della misura della terra, s'è eseguita a questo fine dopo la metà del presente secolo. La giusta cognizione della parallasse del Sole è la base della maggior parte delle astronomiche osservazioni; e per ben determinare questa parallasse è molto conveniente l'osservare il passaggio di Venere sul disco solare. Questi passaggi non sono molto frequenti; ma appunto a' nostri dì, quando bolliva il fervore delle grandi imprese astronomiche, ne sono accaduti due, uno nel 1761, l'altro nel 1769: onde tutti gli astronomi, e tutte le accademie, principalmente quella di Parigi, erano in agitazione per profittare opportunamente di questa rara fortuna, e per recare al maggiore vantaggio possibile dell' astronomia una sì favorevole congiuntura. L'accademia di Parigi mandò alle coste di Coromandel il Gentil, all'isola di Rodrigo il Pingrè, e il Chapne alla Siberia a richiesta ed a spese dell'accademia di Pie-

troburgo , la quale spedì anche altri osservatori su' confini della Tartaria e della Cina La R. Società di Londra mandò il Maskelyne a Sant' Elena , ed all' India il Mason . Altre ne spedì alla Lapponia ed al Nord l'accademia di Stokolmo: altri il re di Danimarca in Norvegia. Per tutto il resto dell'Europa erano affannati i principali astronomi per eseguire colla maggior esattezza possibile la sospirata osservazione. Ma non appagò i desideri degli astronomi una si strepitosa e dispendiosa operazione . Alcuni osservatori non poterono giungere al loro destino; altri per estrinseche circostanze furono impediti dall' osservare il fenomeno; e gli stessi, che l'osservarono a loro agio discrepavano tanto ne' risultati , che niente potè ragionevolmente decidersi dalle loro determinazioni . Più fortunata fu l'altra spedizione del 1760 [a] . I risultati delle osservazioni furono assai più convenienti fra loro; e l'osservazione stessa dell' Hell nella Norvegia, che parve al de la Lande, che si discostasse alquanto dall'altre, fu approvata dal Pingre [b] come la più compiuta, e coerente colle più esatte dell'Europa; e la parallasse del Sole fu fissata fra 8" - e 9" pochissimo meno di quello, che l'aveva determinata il gran Cassini, cioè di o". Così le due più strepitose imprese dell'astronomla non hanno potuto scoprire più di quello, che avevano trovato ne' loro gabinetti il Cassini , ed il Newton [c].

Molti sono stati in questi tempi gli astronomi, che si sono menista particolare celebrità. Il Bouguer oltre avere giovato all'astronomia col suo mendo per mostrare la via delle comete, oltre aver dati molti lumi acquistati nel suo viaggio all' Equatore per meglio conoscere le disuguaglianze delle rifrazioni tanto interessanti per le osservazioni astronomiche, oltre aver avuta tanta parte nella mistra della Terra, si è fatto un più

Bouguer :

<sup>(</sup>a) V. de la Lande Astronomie liv. XI.

<sup>(</sup>c) An. 1771 , seg.

302

441...

durevole nome per l'invenzione dell'eliometro ad uso della prattica astronomia. Principe degli astronomi de' suoi di può dirsi il la Caille, la cui diligenza, attenzione, esattezza, e riservatezza possono prendersi a modello dagli studiosi di quella scieaza. Egli fece all'astronomia il prezioso dono delle più giuste ed esatte tavole del Sole, che si fossero ancora fatte, e che potessero sperarsi dagli ajuti, che allor si avevano. Intraprese un viaggio fino al Capo di Buona-Speranza, e conquisto all' astronomia tutto un emisfero, facendola padrona di dieci mila stelle meridionali, che prima non conosceva. Da lui ha ricevuto la dottrina delle rifrazioni il suo maggiore rischiarimento: e caldo, e freddo, e peso dell'aria, e diversa temperatura dell' atmosfera, tutto ha egli avuto in vista per fissare regole, formare tavole, e darci la più esatta dottrina su le astronomiche rifrazioni. La parallasse della Luna, la misura della Terra, e mille osservazioni, e mille ricerche in ogni parte dell'astronomia renderanno eternamente caro agli astronomi il nome del la Caille. L'astronomia ha perduto recentemente nel Boscovich un dottissimo illustratore, e zelantissimo promotore. A lui può dirsi, che dee l' Italia l'ardore , con cui or coltiva questa sublime scienza . L'astronomia prattica, e la teorica hanno da lui ricevuti non piccioli avanzamenti. Oltre alcune invenzioni ottiche da noi sopra accennate, molto interessanti per la prattica dell'astronomia, gli eccellenti metodi da lui proposti per rettificare gli stromenti , per collocarli opportunamente , e per correggere gli errori , che sieno incorsi nelle osservazioni, e tanti bei lumi, che pel maneggio degl' istromenti, e per l'uso d'osservare ci dà egli in varie sue opere [a], sono le leggi che deono seguire gli astronomi per osservare le stelle con accertatezza e verità. La teoria delle rifrazioni , la dottrina su l'apparizione e disparizione dell' anello di Saturno, il suo metodo per le comete, ed an-

(a) De litter, expedit. ec.

che pe' pianeti, singolarmente per l'Herschel, e mille altre sue speculazioni celesti mostrano il Boscovich per un genio sublime . avvezzo a vivere cogli astri, e degno d'entrare ne'loro secreti. Accrescono maggiormente splendore all'astronomia molti altri illustri astronomi de' nostri tempi : il Monnier , che a tutte le parti dell'astronomia ha portati i suoi sguardi ed oltre varie dotte memorie ci ha dati i lumi di moltissime osservazioni nella sua Storia celeste; il Pingre benemerito particolarmente delle comete , che tanto ha illustrato nella sua Cometografia: il Gentil rinomato astronomo per le sue fatiche intorno alla teoria di Giove, e ad altri punti astronomici, ma celebre particolarmente per le notizie dateci dell'astronomia degl' indiani; il Sejour valente calcolatore, ed osservatore, che ha saputo trovare cose nuove ed interessanti nell' ecclissi , nelle comete, nell'anello di Saturno, e in altri punti, ed ha trattato copiosamente de' moti apparenti de' corpi celesti; il Messier, indefesso osservatore, che a tutte le parti del cielo ha sempre tenuti rivolti i suoi sguardi e comete vedute da altri e o da lui scoperte , movimenti de' pianeti e de' loro satelliti , ecclissi del Sole, della Luna, e de' satelliti di Giove, novità reali, o apparenti nelle stelle fisse, e tutto quanto accade ne' cieli, tutto ha egli osservato con diligente attenzione, e registrato ne' suoi manoscritti ad uso e profitto dell'astronomia; il Mayer che, in età ancor giovanile, sì benemerito seppe rendersi dell'astronomia, illustrando le stelle zodiacali, le rifrazioni astronomiche , l'ecclissi solari , e principalmente la Luna , di cui ci diede la figura, spiegò la librazione, e formò le tavole , tanto stimate ; il Jeaurat , il Mechain , il Manfredi , i Zannotti , il Reggio , lo Slop , l'Hell , il Kænner , e moltissimi altri astronomi , fioriti a' nostri di , meritano giustamente la memoria de' posteri; ma noi, oppressi da tanta folla, come trattenersi in particolari commemorazioni di tutti! Due però ci Tom. IV. ddd

Moanicz.

Pingel .

Gentil .

Sejour .

aft astrone - De la Lande

si presentano, singolarmente benemeriti dell'astronomia, che tralasciar non possiamo senza distinta rimembranza, il De la Lande , il Builly , L'amore dell'astronomia , e lo zelo pel suo avanzamento hanno impegnato il de la Lande in ogni sorta di ricerche e di studi per recare maggiore illustramento, ed onore alla diletta sua scienza. Osservazioni continue su tutti gli astri, e su ogni punto controverso di essi, piccioli scritti ad uso del pubblico per rendere più universale l'amore dell' astronomia, giornali, efemeridi, e libri periodici per facilitare agli astronomi le loro speculazioni alaboriosi calcoli adotte memorie proposte alle accademie per avanzamento dell' astronomia prattica e della teorica , proprie fatiche , eccitamenti , ed ajuti per l'altrui, progetti, impegni, viaggi, scritti, fatti, discorsi, tutto ha egli gloriosamente impiegato pel vantaggio dell'astronomia. La sua grand'opera è un corso completo di quella scienza , dove si trovano uniti , e dottamente spiegati tutti i. metodi degli astronomi, sì per la teorica, che per la prattica, non senza proporre anche frequentemente alcuai suoi miglioramenti , e si vede trattata a fondo tutta quanta l'astronomia; onde può dirsi giustamente il moderno Almagesto, tanto più ampio e grandioso di que' del Riccioli , e di Tolemmeo , quanto più vasta e sublime è diventata a' nostri di questa scienza, che non era a' secoli di quegli scrittori . Il Bailly sarebbe più celebrato come valente geometra, e sublime astronomo, se lo splendore della singolare sua eloquenza non avesse in qualche modo ecclissati i suoi meriti nelle scienze. A lui dee l'astronomia una delle più accurate teorie de' satelliti di Giove, che si sieno vedute, e molte dotte memorie sopra altri punti, dove campeggiaño le più profonde cognizioni geometriche ed astronomiche; ma il principale suo merito verso quella scienza è l'eloquente, erudita, e profonda storia, in cui tutti i suoi progressi, e tatte le sue vicende energicamente descrive, rac-

ASS Bailiy. conta con federà ed accuratezza le sue imprese, spiega con chiarezza e profondità le scoperte, rappresenta con vivaci co- lori nel naturale loro aspetto i principali suoi campioni, e ci forma dell'astronomia un quadro più elegante e grazioso, più vivo ed animato di quanto potesse sperarsi da fini e sicuri pennelli de Refafelli, e de Poussini; egli ispira amore all'astronomia, e venerazione a' suoi professori, istruisce dilettevolmente i lettori su le materie che trata, e si montra in tutto profondo astronomo, e sovrano ed impareggiabile scrittore.

Vivono ancora [ anno 1800 ] a maggior gloria dell'astronomia il successore degnissimo di Flamsteed, d'Allejo, e di Bradley, il patriarca degli astronomi, il Maschelyne, diligentissimo osservatore , autore dell'almanacco nautico , o dell' efemeridi astronomiche, e di tante dotte memorie e notizie presentate nelle transazioni filosofiche della R. Società di Londra, che su quasi tutti gli argomenti astronomici vedesi con onore citato il suo nome : il maestro de' geometri . l' immortale la Grange che , con tante dotte memorie su i più ardui e sublimi punti celesti , entra a parte coi Clairaut , Alembert , ed Eulero nell'onore d'illustratore della fisica astronomia : il Delambre che , non solo nelle sopraccennate misure de' meridiani della Francia e nelle tavole solari , ma nelle tavole dell' aberrazione e della nutazione delle stelle fisse, in quelle altresì de' pianeti , e in tante altre materie astronomiche si è fatto gloriosamente conoscere; l'Oriani, sublime calcolatore de' movimenti celesti, e delle loro perturbazioni, ed inventore di nuove formole per ottenere in tali calcoli la maggiore esattezza, uno de' primi a calcolare gli elementi del nuovo pianeta Urano, e forse il primo a dame le tavole, e che in varie guise ha giovato all' avanzamento dell' astronomia; il Piazzi che, oltre aver arricchito d'un pianeta il sistema solare , ha sparsi bei lumi su l'astronomia nella sua descrizione della Specola di Palermo, e nel

d d d 2

Marielene

La Grange .

Delambre .

Piazzi .

306

Zach , e altri

La Place.

catalogo delle fisse; lo Zach, benemerito di questa scienza non solo per le sue osservazioni, per le tavole solari, e per altre dotte fatiche, ma per le notizie astronomiche che si eruditamente spande nell'importante suo giornale; il Bode, il Burg, il Triesnecker, il Cesaris, il Cagnoli, il Vidal, il Buovard, ed altri moltissimi, che troppo lungo sarebbe l'indicarne soltanto i nomi. Due nondimeno per la teorica l'uno, l'altro per la prattica , la Place ed Herschel , esigono dagli astronomi particolare riconoscenza. Per quanti lumi abbiano recati a' corpi celesti colle loro formole e co' lor calcoli il Clairaut, l' Alembert . l'Eulero , il la Grange, ed altri , il gran macstro della fisica astronomica dovrà dirsi il la Place il quale, dopo avere profondamente trattato nelle memorie accademiche molti de' più ardui punti di quella, gli ha poi presentati e spiegati tutti nella Meccanica celeste, che si può dire il gran libro . o l'Apocalisse de' cieli . Esaminati attentissimamente i principi generali dell'equilibrio e del moto della materia, ed applicati a' movimenti celesti , per una serie di ragionamenti geometrici , senza bisogno d'ipotesi , ci conduce alla legge della gravitazione universale, e ci presenta, come casi particolari della medesima, tutti i fenomeni de' corpi celesti. Bello è il vedere con quanto ingegno, e con quali artifizi analitici costringe egli le maree, la precessione degli equinozi, l'obbliquità dell' ecclittica, la librazione della Luna, la figura e la rotazione degli anelli di Saturno, e perfino i più piccioli accidenti di tutti i movimenti delle stelle, del sole, e della luna, delle comete, de' pianeti, e de' satelliti, ad assoggettarsi all' universale gravitazione. Le perturbazioni stesse de pianeti, e quelle singolarmente di Giove e di Saturno , che non offrivano agli osservatori che anomalie ribelli alla teoria della gravitazione, sono state da lui rendute docili ed ubbidienti, e diventano nelle sue mani le più luminose pruove della medesima. Ma, per ot-

Dummel to A Grouple

tenere un tale trionfo, per trovare le vie di condurre alla stessa attrazione fenomeni che sembrano tra loro contrari, e prodotti da cagioni affatto diverse, che sforzo d'ingegno, che vastità ed acutezza di viste, che finezza d'analisi non ha egli dovuto adoperare! Novità di metodi , invenzione di formole . varietà d'equazioni, ricchezza di calcolo sono l'armi con cui ha potuto assoggettare tutto l'universo alle leggi dell'attrazione universale, e ridurre gli effetti e i movimenti tutti, regolari per dir così, ed irregolari, di tutti e di ciascun corpo di questa gran macchina, come altrettanti problemi di meccanica, e svelare agli occhi de' geometri ciò che prima non era che impenetrabile arcano, e mistero della natura, superiore alla mente umana. Scoperte, non dirò più sublimi, ma certo più strepitose , e vantaggi più sensibili ha recato all' astronomia il celebre Herschel. Nuovi occhi ha dati agli astronomi, onde poter vedere negl' interminabili spazi celesti assai più addentro che finora non si era veduto; ha presentato ai loro sguardi lo spettacolo di nuovi cieli , ed ha fatto , in pochi giorni , cambiare d'aspetto l'astronomia. Migliaja di stelle fisse vedute per la prima volta neal' immensi campi de' cieli , che fanno ascendere a · molti miglioni il numero delle stelle , infiniti ammassi di stelle nella via lattea, nelle nebulose già conosciute, e altresi più di due mila nuove nebulose : e alcune di esse d'una specie singolare , dette da lui planetarie , moltissime stelle scoperte doppie, triple, quadruple, moltissime differenti di colore, bianche la maggior parte, rosse altre, verdi, grigie, e d'altri colori, movimenti osservati nelle stelle, e forse anche nel Sole, e in tutto il sistema solare, nuovi satelliti, rinvenuti in Saturno, e veduta la costruzione del suo anello sconosciuta dagli altri astronomi, determinata la rivoluzione diurna di Marte, e l'amplissima sua atmosfera, vulcani ed altre novità nella Luna, e nuove e curiose scoperte in ogni parte del cielo , sono ricche con-

Herschel'.

quiste fatte co' suoi cannocchiali dall' Herschel per ampliare i domini dell'astronomia. Ma la più notabile ed importante sua scoperta è stata quella del nuovo pianeta , conosciuto sotto il nome d'Herschel e d'Urano, e de' suoi satelliti , la quale ha dato tosto agli astronomi argomento di molte speculazioni e potrà forse col tempo recare de cambiamenti nelle astronomiche calcolazioni . La creduta stella veduta dal Flamsteed nel toro nel 1700, e dal Mayer ne' pesci nel 1756, si è trovata non essere altro che questo nuovo pianeta [a]: e questo può far pensare che forse tutte le altre finora credute stelle nuove, di cui abbiamo sopra parlato, o molte almeno di ouelle saranno anch' esse nuovi pianeti, o che altri in qualche altro modo se ne scopriranno, sconosciuti per tanti secoli, e che sempre più ingrandiranno il nostro sistema solare, e daranno agli astronomi materie di nuove osservazioni, e di nuovi calcoli, Così in fatti è accaduto posteriormente e dopo aver noi per la prima volta dato alla luce questo volume abbiamo veduto in pochissimi anni dal principio di questo secolo scoprirsi in Palermo dal P. Piozzi il nuovo pianeta Cerere, dal Dottor O/bers a Brema Pallade e Vesta e dall' Harding al Liliental Giunione: e il Gauss da sommo geometra ha calcolati gli elementi delle orbite di tutti; ed ora che le vere situazioni delle stelle fisse sono ben fissate e riconosciute dagli astronomi, ed or che questi sono entrati in pensiero di potere rintracciare nuovi pianeti, ciò che prima a nessuno veniva in mente, è sperabile che se ne rinvengano molti altri finora trascurati, ed abbandonati nell' immensa folla delle credute stelle fisse, e che alcuni di essi si ritrovino in posizioni ed in movimenti, che diano campo di nuove speculazioni agli astronomi. In fatti osserva il la Place [b] che la prossimità a Giove de' due piccio-

<sup>(</sup>a) V. Otiani Mediol. 1785. Caluso (b) Mecan. celeste tom, ttols, Prefa-Man 1916, 1931.

Essimi corpi di Cerere e di Pallade, e la grandezza delle loro eccentricità , e delle inclinazioni delle loro orbite intralacciate , producono ne' loro movimenti disuguaglianze considerabili , che spanderanno nuovo lume sulla teoria delle attrazioni celesti, e daranno luogo di recarla a maggiore perfezione. Così colle moltiplici scoperte d' Herschel , e co' sublimi calcoli di la Place si è in pochi anni inalzata l'astronomia prattica e la teorica ad un grado d'elevazione, a cui non pareva potesse lusingarsi di giugner mai. Se sorgerà un altro Herschel, che sappia inventare nuovi ajuti agli organi della vista, e all'estensione dell' osservazioni , possiamo sperare che nuove maraviglie si scoprano ne' cieli , sfuggite ad Herschel e a tutti gli altri astronomi , e queste scoperte degli osservatori nuovi lumi daranno ai geometri per meglio conoscere gli osservati fenomeni. Senza le osservazioni d'Herschel non avrebbe potuto la Place penetrare ne? secreti di Saturno e del suo anello : nè senza i cannocchiali di quello avremmo la meccanica celeste di questi . Le osservazioni ci fanno vedere l'esterne apparenze, l'analisi c'introduce a conoscere i maravigliosi ordigni, e l'interne molle che regolano la gran macchina dell'universo, e ci fa penetrare a contemplarvi un meccanismo tanto complicato ne' suoi effetti quanto semplice nella sua cagione. Ma quanto non ci resta ancor da conoscere nella vastità immensa de' cieli ? Coll' accrescimento de' cannocchiali , e col raffinamento deeli stromenti astronomici si potrà meglio penetrare nel corpo del Sole, esaminare la sua costruzione, la natura delle sue macchie, e i suoi movimenti, quali che sieno di rotazione e di traslazione si potrà forse vedere la rotazione, di cui ora si dubita, d'alcuni pianeti, si potrà venire in chiaro della verità o vanità del satellite di Venere tanto contrastato, e forse trovarne in Marte qualchun altro. e vedere ne' cieli molte altre novità e maraviglie neppure da alcuno ancor immaginate. Per quanto vi abbiano lavorato la Place, Oriani, ed altri astronomi, le teorie de'satelliti di Giove e di Saturno abbinognano di maggiore illustrazione. Accostando sid più colla vitsa alla Luna, si vedrà meglio il suo corpo, la sua composizione, la figura e i movimenti, e se ne porta perare una più vera teoria, e tavole ancar più estre. Quante comete, quanti corpi celesti, che ora si sottraggono ai nostri sguardi, si presenteranno a nuovi più perfetti telecopi] Quanto non ai rischiatrità ed aggrandiri tutto il nostro mondo solare! Quanto più s'osservano le sselle fisse, diceva lu caille, tanto si trovano meno fisse: e infatti si sono in esse veduti in questi tempi cambiamenti di luogo e di luce che prima nepure si sospettavano. Con più perfetti stromedit quanti altri cangiamenti non si vedranno, prima non osservati; e quegli stessi che si conoscono, a quanto maggior esattezza non saranno ridotti ?

C----

Noi amiamo di pascerci di queste ed altre lusinghiere speranze in vantaggio dell' astronomia; e contenti d' aver data una qualche idea dell' origine, de' progressi, e dello stato attuale di questa, e di tutte l'altre parti delle matematiche discipline, porremo fine a questo libro, troppo breve certamente per la vastità ed ampiezza degli argomenti trattati , ma forse lungo di soverchio per l'istituto della nostra opera, e per la copia e varietà di materie, che rimangono da trattare, L'amichevole unione, in cui ora vediamo legate le scienze esatte, per cui tutte le matematiche miste si riducono alla meccanica, la quale viene regolata dalla geometria, e questa dal calcolo algebraico, ci offrirebbe varie riflessioni su la necessità di promuovere questo calcolo, e al tempo stesso sull'eccesso, in cui talora cadesi nell'uso del medesimo per tutte le geometriche operazioni. La necessità delle osservazioni, e della piena cognizione de' fatti per avanzare le matematiche miste, e per fondarvi giuste reorie, non sarà mai inculcata abbastanza a' matematici pel diritto regolamento de' loro studj. La troppa sottigliezza, e talor anche poca utilità di molte questioni, in cui si deliziano i nostri geometri; la varietà de' progressi diversi in diversi tempi secondo i differenti studj; e gli studj, e i diversi metodi, che sono stati allora di moda, e mille altre riflessioni non affatto disutili si potrebbono rilevare dalle cose finora dette nel corso di questa storia. Ma noi ristretti per l'abbondanza delle materie, le dobbiamo lasciare alla perspicacia de' dotti lettori, e passare a descrivere la storia delle altre scienze naturali.

Fine del Tomo Quarto .



## TAVOLA

DELLE

## COSE NOTABILI CONTENUTE NEL QUARTO TOMO

bu Giafar Moamad pa-Adumo, sua scienza 3. Agnesi 116. Agostino [S.] scrisse di musica per meglio regolare il canto degli uffizi divini 26. Albatenio 345 Alberto Mugno 33. Alembert 36. 110. 117. 170. 211. 230. 253 Alfragano 32. 344 Alkindi aritmetico arabo 44.143. Allejo 377. sua scoperta del ritorno della cometa dell' anno 1682. 388. Alpetragio 345 Amontons 205. Anassimandro 22. 127. Anollonio 138. Arabi, da essi ci son venute le cifre numeriche 49. Arbogast 123. Archimede 45. 136. 180. 217. suo specchio ustorio 202. Archita 24. 130. 179. sua opera della decina 40

Aristosano 253. keg.
Aristo 243.
Aristo 245.
Aristo 245.
B
Bacone 32. 204.
Bailly 17. 304.
Balloni 188.
Barbano 27. 57.
Barrow 102. 104.

Aristarco 333.

Bayero 36.

Beaure 101.
Bedd erudito aritmetico 42. 47.
Beliolor 233.
Bernoulli Daniele 37. 170. 206.
227.
Bernoulli Gincomo 101.
Bernoulli Gio. 169. 201. 228.
Bernoulli [Ili] 36r 167.
Berout Evout 12.

Boezio 29.
Bombelli 91.
Borelli 189.
Boscovich 37. 119. 175. 314.

Bouguer 30. 249. 320.	Doerfell 376.
Hotsut 222.	Duvillard 113.
Bradley 36.	
Bradley 36. Brander 244.	E.
Briggs 65.	-
Brounker 102.	Eratostene 135. 334. suo cri-
Buffon 31L	bro aritmetico 45.
Byrge 146.	Erman 206.
3 810-	Euglide 11 -00
C	Euclide 44- 133-
	Eudemo 44.
Cabasila 28.	Eudosso 24. 332.
Cagnoli 176.	Euforbo 22. 126.
Campano di Novara 33.	Eulero 37. 110. 117. 171. 206.
Cardano 63. 88.	312, sua grand'opera della
Caralai a	scienza navale 249.
Cassini 36. 223. 366.	Eximeno 253. 288.
Constitution of	
Cavalieri 36. 151.	F
Cifre numerali venuteci dagli	
Arabi 49.	Fagnani 115.
Clairaut 36. 115. 170. 210.230.	Fermat 36. 69. 97. 158.
Ciable 03. 147.	Ferrari 00.
Commandino 35, 184,	Filolao 24.
Condorcet 113, 122,	Flamsteed 36, 377.
Copernico rissoratore dell' astro-	Fontana 112.
nomia 33. 36. 347.	Frenicle 70.
corsalt, sua opera sull'origine	Frisio 120.
e progressi dell'algebra 80.	Frontino 183. 218.
Costantino Porfirogenita ri-	
stauratore dell'aritmetica, geo-	G .
metria etc. 26.	
Cousin 109. 122.	Galileo 36. 148. 185. 219. 242.
Craig 101.	275.300.356.
1	Gerberto 32. se conoscesse le
D	cifre numeriche 49.
-	Giulio Cesare 28.
Delambre 334: 305-	Guetino CC 1 an
Democrito 123.	Giustino [S.] 33. Grandi 175.
Deparcieux 113.	Connect 175.
Diofanto 45. inventore dell' al-	Grange [ 10 ] 37. 110. 120.
gebra 77.	214. 231. 284.

```
Gregorio [ S. ] falsamente cre-
                                              Ľ
   duto persecutore dei mate-
                                Lacroix 123. 173.
   matici 30.
 Gregorio di S. Vincenzo 36.
                                Lambert 311.
                                Lande [ d. la ] 394
   111. 160.
 Gregory 164. 309.
                                Librit 36. 71. 103. 109. 167.
 Grimaldi 188.
                                Leonardo di Pisa, introdut-
 Guglielmini 223.
 Guid Ubildo 184. 297.
                                  tore dell'algebra nell'Euro-
 Guldino 36. 150.
                                  pa 34. 85.
                                Leonarda Fibonacci 61.
              H
                                Lino 2L
                                Lorgna 112.
 Hallejo 36.
Herschel 319. 397.
Hevelio 36.
Hôpital 110. 167.
                                Maclauria 228.
 Hudde 101.
                                Mariotte 222.
Hutton 112.
                                Mascheroni 176.
                                Maschelyne 305.
                                Maurolico 35. 63. 206
                                Mageres 112.
                               Mechain 384:
Mercdtor 102, 111.
Ibn Jasmin Arabo, suo poe-
  ma sull'algebra 84.
Jones 20.
                               Monmad ben Alcassem Arz-
Ipazia 79.
                                  bo, suo poema sull' alge-
Ipparco 337.
                                 bra 84.
Ipposo 23.
Ippolito [S.] studiò l'astro-
                                Moivre 112.
                                Monge 173.
                                Montanari 223.
  nomia per comporre un ca-
                                Montmort fig.
  none pasquale 26.
Irvino 243.
Isacco Argiro 27.
                               Moscopulo 57.
Isidoro [ S. ] 29.
Juan 231. 250.
                               Nemorario 33. 61.
                               Neper inventore de'logaritmi
                                  64-68.
                               Newton 36. 73. 102. 165. 197.
Keplero 36. 149. 298.
                                 225. 220. 277. 307. sua arit-
                                 metica universale 73.
```

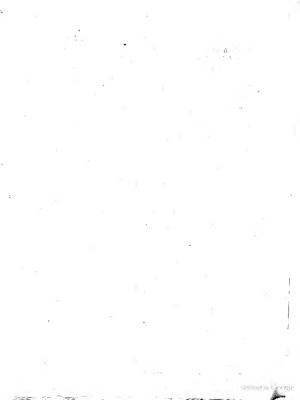
406	
Niceforo Gregora 28.	Riccati [li] 110.
Nicomaco chiamato per distin-	
zione l'aritmetico 46.	Richer 382.
Nicomede 139.	Roberval 36. 154. 189.
Nigidio Figulo 28.	Rochon 317.
21.8.11.0 21.8.21.	Roemero, sua scoperta sul mo-
P	to progressivo del lume 372.
	Rolle 107. 114.
Pacioli 62, 87.	
Puolo dell' ubaco 62.	S
Pappo 182.	* * *
Pardies 245.	Sacrobosco 32.61.
Pascal 222, sua invenzione del	Schooten 101.
triangolo aritmetico 60.	Sesto Pompeo 28.
Pelletter 63.	Simpson 36. 112. seg.
Picard, sua operazione di mi-	Stuse 101.
surare la terra 365.	Sosigene 29.
Pitagora 23. 127. sua aritme-	Stevin 185. 218.
tica simbolica, sua tetratti etc.	Stifels 63.
<u>39.</u>	Stirling 112.
Pitagorici, i primi che si de-	Sulpizio Gallo 28.
dicassero alle matematiche 32.	_
Place [ la ] 37. 112. 122. 213.	T
396	The last search and and an in-
Planude 57.	Talete 22. 126. primo astro-
Platone 24.	nomo della Grecia 329.
Porta 206.	Tartuglia 63. 88. 184.
Prony 234.	Tartini 287. Taylor 281.
Psello il giuniore 27. 57. Purbach ristoratore dell'astro-	Teodoro Metochita 28.
	Teodosio 139.
nomia 33. 145.	Teofrasto 44.
R	Tetratti pitagorica 39.
••.	Thabit ben Corrali aritmetico
Rabuel 101.	arabo 48.85.143.
Rameau 287.	Ticone 36. 350.
Regiomontano ristoratore dell'	Timeo 24.
astronomia 33. 35. 145.	Toaldo 241.
Kenau 246.	Tolemmeo 341.
Riccati 112, 115, 120.	Torelli 176.

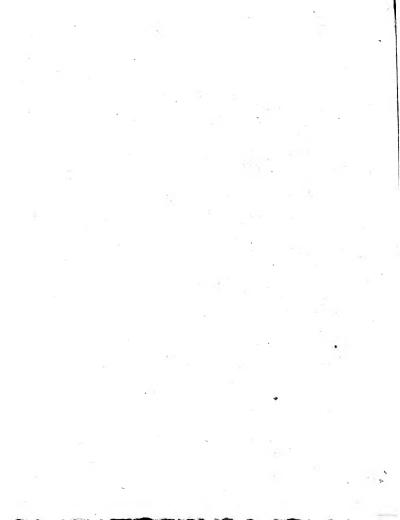
Torricelli 153. 188. 220. Tschirnausen 310.

τ

Valerio 147. 184. Varignon 108. 114. 205. Varrone 28. Vega 67. Vegetio 183. Ugenio 36. 162. 191. 229. Vieta 63. 93. 147. Vitellione 3a.
Viterusio 183, 218.
Viterusio 183, 218.
Visioni 157.
Wallis 163, 191, sua aritmetica quaternaria 39, sua aritmetica degl'infiniri 73, sua scoperte 109.
Wergentin 113.
Weigel 71, sua aritmetica quaternaria 39,
Witt 101.
Wren 191.







523039

Tourney Lang

